



## بررسی و بهینه‌سازی میزان دقت سیستم نمونه‌برداری در کارخانه نیمه‌صنعتی فرآوری مواد مجتمع مس سرچشمه

محمد رضا یاراحمدی<sup>۱\*</sup>، هوشنگ رضایان<sup>۲</sup> و صمد بنی‌سی<sup>۳</sup>

۱- مسئول آزمایشگاه کانه‌آرایی، مرکز تحقیق و توسعه، مجتمع مس سرچشمه، تلفن ۰۳۹۲ (۲۸۸۴۰۱۳-۴)، پست الکترونیکی [yarahmadi@nicico.com](mailto:yarahmadi@nicico.com)

۲- رئیس تحقیق و توسعه، امور کارخانه، طرح مس سونگون، تلفن ۰۴۲۷ (۳۲۴۳۶۳۵).

۳- دانشیار گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی دانشگاه شهید باهنر کرمان، پست الکترونیکی [banisi@mail.uk.ac.ir](mailto:banisi@mail.uk.ac.ir)

### چکیده

در کارخانه‌های فرآوری مواد معدنی، ارزیابی کارخانه و واحدهای مختلف آن نیاز به برآورد دقیق پارامترهای متعدد در جریانهای مختلف کارخانه دارد؛ اما در اغلب کارخانه‌ها مقادیر اندازه‌گیری شده از طریق نمونه‌برداری، در معرض خطاهای سیستماتیک قرار دارد. خطاهای سیستماتیک باعث می‌شوند تجزیه و تحلیلهایی که در اکثر پروژه‌ها بر مبنای نتایج حاصل از نمونه‌برداری صورت می‌گیرد، از مسیر واقعی خود منحرف شود و دست‌اندرکاران را در تصمیم‌گیری دچار اشتباه کند. در کارخانه نیمه‌صنعتی فرآوری مواد سرچشمه، برای تهیه نمونه‌های کلی از جریانهای مدار فلوتواسیون، پس از پایدار شدن سیستم، به مدت ۴۵ دقیقه چهار جزء نمونه در زمانهای ۰، ۱۰، ۲۵ و ۴۵ دقیقه تهیه و مخلوط می‌گردد. این استراتژی نمونه‌برداری، که سالیان متمادی از آن استفاده شده است، دارای مبنای علمی مستند نبوده و میزان خطای آن مشخص نیست. از همین‌رو، تحقیقی با هدف ارزیابی دقت سیستم نمونه‌برداری کارخانه و پیشنهاد یک استراتژی جدید نمونه‌برداری انجام شد. در این تحقیق، تعداد ۸۵ نمونه عیاری در مدت زمان ۸ ساعت کار پایدار سیستم تهیه و مورد آنالیز مس قرار گرفت. بررسی آماری داده‌های حاصله مشخص کرد که در سطح اعتماد ۹۵٪ سیستم نمونه‌برداری کارخانه دارای دقت کافی نیست؛ بطوریکه، خطای نسبی سنجش عیار بالتله به ۱۲٪ می‌رسد. پردازش داده‌های مذکور به روش واریوگرام نیز نشان داد که مجموع خطای مرحله آماده‌سازی و آنالیز به مراتب بیشتر از خطای مرحله تهیه نمونه است. نسبت این دو خطای برای جریانهای خوراک، کنسانتره و بالتله نهایی به

ترتیب  $\frac{68}{8}$ ،  $\frac{73}{27}$  و  $\frac{92}{32}$  تعیین شد. همچنین از محاسبات واریوگرام مشخص گردید در صورتیکه جزء نمونه‌های ۱۱۰،

۲۰ و ۱۰۰ گرمی از جریانهای خوراک، کنسانتره و بالتله نهایی با فواصل زمانی  $7/5$  دقیقه برای تهیه نمونه ترکیبی ساعتی این سه جریان مخلوط شوند، خطای نسبی برآورد عیار مس این سه جریان به ترتیب  $1/3$ ،  $1/7$  و  $9/7$  درصد خواهد بود.

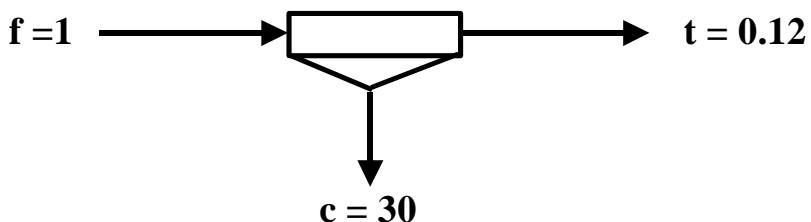
\* - رفسنجان، مجتمع مس سرچشمه، مرکز تحقیق و توسعه، تحقیقات فرآوری مواد، فاکس ۰۳۹۲ (۲۸۸۴۰۰۲).



## مقدمه

نمونهبرداری و آمادهسازی نمونه در صنایع فرآوری مواد معدنی اهمیت حیاتی دارد. اگر نمونه اولیه تهیه شده دارای خطای سیستماتیک بوده و نمایانگر نباشد، از سرمایه عظیمی که برای دستیابی به نتایج تحلیلی دقیق صرف می‌شود بهره اندکی گرفته خواهد شد و در برخی موارد ممکن است نمونه غیرنمایانگر مسئولین را در تصمیم‌گیری به کلی دچار اشتباہ کند.

بعنوان مثال فرض کنید برای تعیین میزان بازیابی یک کارخانه فرآوری مس از سه جریان خوراک، کنسانتره و باطله آن سه نمونه تهیه و برای مقدار مس عیارسنجد شده باشد (شکل ۱).



شکل ۱ : شماتیکی مدار فلوتاسیون یک کارخانه فرآوری مس

طبق فرمول دومحصولی بازیابی این کارخانه برابر خواهد شد با :

$$R = \frac{30(1 - 0.12)}{1(30 - 0.12)} \times 100 = \%88.35$$

حال فرض کنید از جریان باطله این کارخانه همزمان با نمونه‌های فوق نمونه دومی تهیه و مورد آنالیز مس قرار گرفته باشد. درصورتیکه عیار مس این نمونه ۱۴٪ باشد، خواهیم داشت :

$$R = \frac{30(1 - 0.14)}{1(30 - 0.14)} \times 100 = \%86.40$$

به عبارتی، تنها ۰.۰۲٪ اختلاف در عیار باطله، باعث بروز تفاوت بیش از ۲ درصدی در بازیابی محاسبه شده برای این کارخانه خواهد شد.

در این مقاله منابع خطاها نمونهبرداری و روشهای تخمین واریانس آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ سپس، یک استراتژی نمونهبرداری برای تهیه داده‌هایی از جریانهای خوراک، کنسانتره و باطله نهایی کارخانه نیمه‌صنعتی کانه آرایی مجتمع مس سرچشمۀ ارائه خواهد شد. بعد از آن مباحث تئوری ارائه شده برای پردازش داده‌های حاصل از نمونهبرداری انجام شده بکار گرفته می‌شود. در این مرحله دقت سیستم



نمونهبرداری پیشین کارخانه مورد سنجش و ارزیابی قرار خواهد گرفت. همچنین، یک استراتژی نمونهبرداری برپایه نتایج حاصل از تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده پیشنهاد خواهد شد.

## خطاهای نمونهبرداری

قانون پایه در نمونه‌گیری صحیح این است که تمام اجزاء کانه، کنسانتره، یا زغال که پشته نمونهبرداری را تشکیل می‌دهند، دارای احتمال انتخاب مساوی باشند [۱ و ۲].

معمولًا از اختلاط جزء‌نمونه‌های تهیه شده، یک نمونه کلی حاصل می‌شود که پس از خردایش، نرم‌کنی و تقسیم آن، نمونه‌های آزمایشگاهی مورد نیاز تهیه می‌گردد. در کلیه این مراحل، هدف نگه داشتن خطای رویه‌مرفته در یک سطح قابل قبول و اجتناب از هرگونه خطای سیستماتیک است.

خطای رویه‌مرفته اندازه‌گیری نهایی، که با (OE) نشان داده می‌شود، شامل خطای مرحله نمونهبرداری به اضافه خطای آنالیز (آنالیز شیمیایی، تعیین رطوبت، تعیین توزیع اندازه ذرات) می‌شود [۱ و ۲] :

$$OE = TE + A \quad (1)$$

که در آن :

TE : خطای نمونهبرداری کلی (Total Sampling and Preparation Error)

AE : خطای آنالیز (Analysing Error)

خطای مرحله نمونهبرداری نیز می‌تواند به چند مولفه مستقل شکسته شود [۱ و ۲] :

$$TE = FE + GE + QE_{\tau} + QE_{\varepsilon} + WE + DE + EE + PE \quad (2)$$

که در آن :

FE : خطای پایه، ناشی از ناهمگنی ترکیبی کانسار، کنسانتره یا ذرات ذغال

GE : خطای ناشی از جدانشینی و تجمع ذرات

QE<sub>τ</sub> : خطای ناشی از نوسانات کیفیت در مقیاس ماکرو

QE<sub>ε</sub> : خطای ناشی از نوسان تنایوی کیفیت

WE : خطای وزن‌گذاری

DE : خطای محدودسازی جزء‌نمونه

EE : خطای استخراج جزء‌نمونه

PE : خطای آماده‌سازی

تعدادی از این مولفه‌های خطای از قبیل محدودسازی (Delimitation)، استخراج (Extraction) و آماده‌سازی (Preparation)، می‌توانند منجر به خطای سیستماتیک بارز شوند، اما از طریق بکارگیری صحیح سیستم



نمونهبرداری قابل حذف کردن هستند. سایر مولفه‌های خطاب میل به تصادفی بودن دارند و می‌توانند از طریق طراحی صحیح سیستم نمونهبرداری، کمینه شوند و یا به یک سطح قابل قبولی برسند [۱، ۲ و ۳].

**خطای آماده‌سازی :** این مولفه خطاب را می‌توان از طریق بکارگیری پرسنل نمونهبردار مجرب و دقیق و آموزش اعضاء تیم نمونهبردار جهت جلوگیری از آلوده شدن، هدرروی و تغییر فیزیکی یا شیمیایی نمونه حذف کرد [۱، ۲ و ۳].

**خطای محدودسازی و استخراج نمونه :** خطای محدودسازی (Delimitation) و استخراج (Extraction)، از طراحی اشتباه نمونه‌گیر و بکارگیری نادرست آن ناشی می‌شود. خطای محدودسازی (در ارتباط با عرض نمونه‌گیر) را می‌توان حذف کرد اگر تمام بخش‌های مقطع عرضی جریان در فواصل زمانی یکسان به داخل نمونه‌گیر منحرف شوند. خطای استخراج (در ارتباط با ارتفاع یا بلندی نمونه‌گیر) نیز می‌تواند حذف شود با اطمینان از این که جزء نمونه بطور کامل از جریان خارج می‌شود بدون اینکه هیچ ذره‌ای جهش کند و از نمونه‌گیر خارج شود [۱ و ۲].

**خطای وزنه‌گذاری (Weighting Error) :** این خطاب از نوسانات دبی جریان ناشی می‌شود. بهترین راه برای کاهش این خطاب منظم ساختن دبی، قبل از نمونهبرداری است؛ اما تجارت عملی و شبیه‌سازی‌های کامپیوتری آقای Robinson (۱۹۸۸) نشان می‌دهد که خطای وزنه‌گذاری، حتی اگر تغییرات بارزی در نرخ جریان وجود داشته باشد، باز هم قابل اغماس است [۱].

**خطای نوسان تنابوی کیفیت :** از تغییرات تنابوی در مدارهای خردایش و نرم‌کنی، پمپهای سانتریفوژ و ... ناشی می‌شود. بنابراین، نمونه‌گیری از این مکانها، باید اجتناب شود [۱].

### واریانس نمونهبرداری (Sampling Variance)

با فرض اینکه خطاهای آماده‌سازی، استخراج، محدودسازی و وزنه‌گذاری حذف شده باشند (یا قابل صرفنظر کردن باشند) و تغییرات تنابوی در کیفیت مشکل‌ساز نباشد، خطای کلی مرحله نمونهبرداری (معادله ۲)، بصورت زیر تعديل خواهد یافت [۱] :

$$TE = FE + GE + QE \quad (۳)$$

و از اینجا، واریانس مرحله نمونهبرداری بصورت زیر خواهد بود :

$$S^2_{TE} = S^2_{FE} + S^2_{GE} + S^2_{QE} \quad (۴)$$

که در آن :

$S^2_{FE}$  : واریانس پایه  $S^2_{GE}$  : واریانس جدانشینی و تجمع ذرات

$S^2_{QE}$  : واریانس ناشی از نوسان کیفیت در مقیاس ماکرو (ناشی از ناهمگنی توزیعی)

معادله اخیر در برخی منابع بصورت زیر آورده شده است :



$$S^r_{TE} = S^r_{QE1} + S^r_{QE2} \quad (5)$$

که در آن :

$S^r_{QE1}$  : واریانس ناشی از ناهمگنی ترکیبی  
بنابراین، در صورتیکه یک سیستم نمونهبرداری بخوبی طراحی و اجرا شده باشد و از بروز خطاهای سیستماتیک در پروسه نمونهبرداری جلوگیری شود، برای تعیین واریانس کلی مرحله نمونهبرداری کافی است دو مولفه واریانس ناهمگنی ترکیبی و توزیعی برآورد شود.

### محاسبه واریانس نمونهبرداری

روشهای مختلفی برای تعیین واریانس نمونهبرداری و تفکیک مولفه‌های سازنده آن ارائه شده است [۱-۵]. از جمله این روش‌های می‌توان به روش واریوگرام و روش واریانس جزء‌نمونه‌ها اشاره کرد. در این دو روش، تعداد زیادی جزء‌نمونه با دقت خوب (۳۰-۵۰ نمونه) تهییه و بطور جداگانه آنالیز می‌شود. سپس از طریق داده‌های حاصله، واریانس نمونهبرداری محاسبه می‌شود.

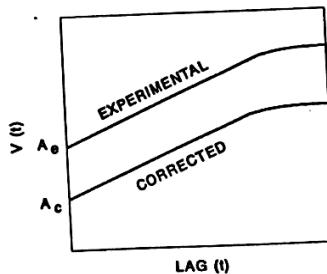
### روش واریوگرام

روش واریوگرام اختلاف بین جزء‌نمونه‌ها را، وقتیکه فاصله بین آنها تغییر می‌کند، بررسی می‌کند. این روش، ارتباط سریالی بین جزء‌نمونه‌ها را مشخص کرده و امکان تفکیک مولفه‌های واریانس ( $S^r_{QE1}$  و  $S^r_{QE2}$ ) را فراهم می‌کند. مقدار واریوگرام به ازای لاغ  $t$  از فرمول زیر محاسبه می‌شود :

$$Ve(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_t} (x_{i+t} - x_i)^2}{2N_t} \quad (6)$$

که در آن  $x_i$  مقدار آنالیز جزء  $i$  ام،  $x_{i+t}$  مقدار آنالیز جزء  $i+t$  ام و  $N_t$  تعداد زوج نمونه‌ها (زوج جزء‌ها) در لاغ  $t$  است. واریوگرام حاصل شده (شکل ۲)، واریوگرام آزمایشگاهی نامیده می‌شود و در برگیرنده واریانس‌های زیر می‌باشد :

- الف - واریانس نمونهبرداری اولیه آنالیز نمونه
- ب - واریانس آماده‌سازی نمونه
- ج - اریانس



شکل ۲ : شمای کلی از واریوگرام‌های آزمایشگاهی و تصحیح شده با حذف واریانس‌های آماده‌سازی و آنالیز نمونه از واریوگرام، واریوگرام تصحیح شده حاصل می‌شود که اطلاعاتی در مورد واریانس نمونه‌برداری بدست می‌دهد. در اغلب مواقع دیده شده واریوگرام‌هایی که در عمل حاصل می‌شوند را می‌شود خیلی خوب با یک خط مستقیم برآش داد<sup>[۲]</sup> (بین مقدار کمترین  $t=2$  تا حداقل  $t=2$ ). بنابراین می‌توان نوشت :

$$Vc(t) = Ac + B \cdot t \quad (7)$$

که در آن :

$B$  : شبیه یا گرادیان واریوگرام  
 $Ac$  : مولفه تصادفی واریانس واریوگرام تصحیح شده است.

و از اینجا، واریانس نمونه‌برداری  $S_{TE}^2$  برای یک مرحله خاص از نمونه‌برداری بوسیله روابط زیر قابل محاسبه است<sup>[۲]</sup> :

الف) - نمونه‌برداری سسیتماتیک

$$S_{TE}^2 = \frac{Ac}{n} + \frac{B \cdot T}{6n^2} \quad (8)$$

ب) - نمونه‌برداری ردیفی - تصادفی

$$S_{TE}^2 = \frac{Ac}{n} + \frac{B \cdot T}{3n^2} \quad (9)$$

ج) - نمونه‌برداری تصادفی

$$S_{TE}^2 = \frac{Ac}{n} + \frac{B \cdot T}{3n} \quad (10)$$

که در آنها  $T$ ، کل تناز یا فاصله زمانی است که نمونه‌برداری بر روی آن فاصله زمانی یا تناز انجام می‌شود و  $n$ ، تعداد جزء نمونه‌هاست.



همانطور که روابط نشان می‌دهد، واریانس نمونه‌برداری بستگی به طرح نمونه‌برداری دارد، بطوریکه طرح تصادفی، کمترین دقت را دارد. زمانیکه هیچ تغییر تناوبی در کیفیت وجود نداشته باشد، نمونه‌برداری سیستماتیک، نسبت به طرح ردیفی - تصادفی دارای دقت بیشتری است. در معادلات ۸ تا ۱۰، عبارت اول ( $Ac/n$ ) مربوط به واریانس ناهمگنی ترکیبی است. بنابراین در نمونه‌برداری تصادفی :

$$S^2_{QE1} = \frac{Ac}{n} \quad (11)$$

$$S^2_{QE2} = \frac{B.T}{6n^2} \quad (12)$$

### روش واریانس جزء‌نمونه‌ها

روش دیگر تخمین واریانس نمونه‌برداری، روش ساده‌ای است که واریانس بین جزء‌نمونه‌ها را حساب می‌کند. در عمل، این روش آسانتر از روش واریوگرام است؛ لیکن سهم هر کدام از واریانس‌های  $S^2_{QE1}$  و  $S^2_{QE2}$  را بطور جداگانه نمی‌توان حساب کرد.

واریانس جزء‌نمونه‌ها  $s^2_b$  برای مرحله نمونه‌برداری را از فرمول زیر می‌توان حساب کرد :

$$S^2_b = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n-1} \quad (13)$$

که در آن  $x_j$  آنالیز جزء‌نمونه زام،  $\bar{x}$  متوسط آنالیز تمام جزء‌نمونه‌ها و  $n$  تعداد جزء‌نمونه‌ها می‌باشد. برای محاسبه واریانس نمونه‌برداری باید واریانس آماده‌سازی و واریانس آنالیز را از مقدار فوق حذف نمود. بنابراین اگر  $n$  جزء‌نمونه در یک مرحله نمونه‌برداری برداشت شده باشد، واریانس نمونه‌برداری  $S^2_{TE}$  برای نمونه‌ایکه از اختلاط تمام جزء‌نمونه‌ها حاصل می‌شود، از مقدار زیر تجاوز نخواهد کرد :

$$S^2_{TE} = S^2_b / n \quad (14)$$

از معادله ۱۴ می‌توان تعداد جزء‌نمونه لازم را برای دستیابی به حد معینی از خطای محاسبه نمود :

$$n = \frac{S^2_b}{S^2_{TE}} \quad (15)$$



## نمونه‌برداری در کارخانه نیمه‌صنعتی

در کارخانه پر عیار کنی نیمه‌صنعتی جهت ارزیابی عملکرد فرآیند فلوتاسیون، پس از پایدار شدن (Steady State) مدار نرم‌کنی-طبقه‌بندی و فلوتاسیون، از ۱۰ جریان این مدار نمونه‌های جداگانه تهیه می‌شود. این جریانها عبارتند از :

- ↙ خوراک رافرها
- ↙ کنسانتره رافرها
- ↙ باطله رافرها
- ↙ کنسانتره کلینر
- ↙ باطله کلینر
- ↙ کنسانتره رقم گیرها
- ↙ باطله رقم گیر
- ↙ باطله نهایی
- ↙ کنسانتره نهایی
- ↙ باطله کلینرها

این نمونه‌ها غالباً نمونه‌های عیاری بوده و جهت تعیین عیار عناصر مختلف در هر یک از جریانها مورد استفاده قرار می‌گیرند. همچنین چهار نمونه جهت تعیین و کنترل دانه‌بندی از جریانهای خروجی آسیای اولیه، سرریز کلاسیفایر، تهیز کلاسیفایر و سرریز سیکلونهای ثانویه تهیه می‌شود.

کل مدت زمان نمونه‌گیری ۴۵ دقیقه بوده و طی آن چهار جزء نمونه در زمانهای  $T=0$ ،  $T=10$ ،  $T=25$  و  $T=45$  برداشت می‌شود. از اختلاط این چهار جزء، نمونه کلی شکل می‌گیرد.

این سیستم نمونه‌برداری طی سالیان متمادی بکار گرفته شده است. مقدار هر یک از جزء نمونه‌های برداشت شده در این سیستم تابع ضابطه خاصی نبوده و بطور تجربی مشخص می‌شود؛ اما، غالباً خیلی بیشتر از حد مشخص شده توسط قوانین مختلف مقدار نمونه است.

نمونه‌های کلی تهیه شده، در آزمایشگاه فیلتر و خشک می‌شود. سپس، بوسیله یک غلتک روی سطحی صاف با ضخامتی ثابت پهن شده و به روش شطرنجی جزء نمونه‌ای برای ارسال به آزمایشگاه و عیارسنجی برداشت می‌شود.



## نمونه‌برداری مکاشفه‌ای

جهت ارزیابی میزان دقت سیستم نمونه‌برداری پایلوت و در صورت لزوم طراحی و ارائه یک سیستم جدید، بایستی از هر یک از جریانهای مدار فلوتاسیون تعداد زیادی نمونه (معمولًاً بیشتر از ۲۵ نمونه) تهیه و آنالیز شود.

انجام این کار برای تمام جریانهای مدار فلوتاسیون، مستلزم تهیه و آنالیز تعداد بسیار زیادی نمونه (حداقل ۲۵ نمونه) است. از طرفی، برداشت و آنالیز این تعداد نمونه از جریانهای داخلی مدار فلوتاسیون، به علت کم بودن دبی بعضی از این جریانهای احتمال بروز اختلال در پایداری مدار را زیاد می‌کند. از همین‌رو تصمیم گرفته شد برداشت نمونه به تعداد زیاد، فقط از جریانهای خوراک، کنسانتره نهایی و باطله نهایی انجام شود. همچنین، سه جریان مذکور در ارزیابی عملکرد کل مدار فلوتاسیون نسبت به سایر جریانها اهمیت بیشتری دارند.

## وزن نمونه‌ها

برای محاسبه وزن نمونه‌ها، متوسط توزیع دانه‌بندی هر یک از سه جریان خوراک، کنسانتره نهایی و باطله نهایی از طریق انجام آنالیز سرندي بر روی چندین نمونه از قبل تهیه شده مشخص شد. سپس از طریق فرمول  $Gy^{[8]}$ ، با احتساب خطای نسبی قابل قبول برابر ۵٪، مقادیر نمونه برای هر یک از این سه جریان تعیین گردید. اما این مقادیر بسیار کم بود بگونه‌ایکه اهداف احتمالی بعدی از جمله تعیین دانه‌بندی هر یک از نمونه‌ها و انجام آنالیزهای شیمیایی برای چند عنصر را برآورده نمی‌ساخت. همچنین در فرمول Gy، تعداد و جرم جر، نمونه‌ها، که از اختلاط آنها نمونه کلی شکل می‌گیرد، درنظر گرفته نشده است؛ اثر پدیده تجمع و جدایش لحاظ نشده است و خطای آماده‌سازی و آنالیز هیچ نقشی ندارد. بنابراین، در محاسبه مقدار نمونه لازم برای دستیابی به سطح معینی از خطای، نمی‌توان تنها به این رابطه استناد کرد. از همین‌رو مقدار ۱۱۰، ۱۰۰ و ۲۰ گرم برای نمونه‌های خوراک، باطله و کنسانتره در نظر گرفته شد. این مقادیر از طرفی به مراتب بیشتر از مقدار محاسبه شده از فرمول Gy است و از طرف دیگر تا حدی با دبی جریان مربوطه متناسب می‌باشد.

## فاصله زمانی بین نمونه‌ها

فرض شد انجام تست فلوتاسیون بر روی خاک یک مخزن که حدود ۱۰ تن ظرفیت دارد، کافی باشد و نتایج حاصل از آزمون انجام شده بر روی این مقدار خاک را بتوان قابل تعیین به کل توده خاک دانست. با توجه به اینکه کارخانه معمولاً با ظرفیت  $1/6 t/h$  کار می‌کند، هر تست کامل حدود ۶ ساعت طول خواهد کشید.



از شروع تست تا رسیدن به شرایط پایدار نیز تقریباً ۱/۵ ساعت زمان می‌برد که این مدت با یک ضریب اطمینان بالا ۲ ساعت درنظر گرفته شد. بنابراین از کل ۶ ساعت تست، ۲ ساعت صرف پایدار ساختن مدار می‌شود و حدود ۴ ساعت زمان برای نمونه‌گیری باقی خواهد ماند. از طرفی برای یک بررسی کامل و تخمین میزان نوسانات و تغییرپذیری سیستم حدود ۳۰ نمونه لازم است، لذا در مدت ۴ ساعت پایداری مدار می‌توان ۳۰ نمونه با فواصل زمانی ۸ دقیقه تهیه کرد. از آنجا که معمولاً نمونه‌های کلی از کمپوزیتهاي ساعتی یا نیم ساعتی تشکیل می‌شوند و یک ساعت مضرب صحیحی از ۷/۵ دقیقه است لذا زمان ۷/۵ دقیقه بعنوان فواصل زمانی نمونه‌ها در نظر گرفته شد. این زمان (۷/۵ دقیقه) با توجه به اینکه زمان ماند مواد در رافرها حدود ۱۵ دقیقه است<sup>[۷]</sup> مناسب بنظر می‌رسد.

بنابراین :

- ۱- یک مخزن از خاک مخلوط و همگن شده پر شد.
- ۲- سیستم راهاندازی گردید و پس از پایدار شدن مدار، نمونه‌گیری شروع شد.
- ۳- ۲۵ نمونه به فاصله زمانی ۷/۵ دقیقه از سه جریان خوراک، کنسانتره نهایی و باطله نهایی بوسیله ظرفهای نمونه‌گیری که از قبل تهیه شده بود، گرفته شد (بدلیل بروز اختلال در سیستم طبقه‌بندی نرم‌کنی در اواخر تست، بجای ۳۰ نمونه، ۲۵ نمونه گرفته شد).
- ۴- در مدت پایداری مدار، نمونه‌گیری به روش قبلی نیز انجام شد.

## محاسبه و تفکیک مولفه‌های خط

قبل‌اً گفته شد که در صورت صحیح بودن طراحی ظرف نمونه‌گیر و همچنین انجام درست دستورالعمل نمونه‌برداری، بسیاری از مولفه‌های خط ا که غالباً منجر به بروز خطای سیستماتیک می‌شوند قابل حذف کردن بوده و تنها سه مولفه خطای پایه (FE) خطای جدانشیینی و تجمع ذرات (GE) و خطای ناشی از ناهمگنی توزیعی (QE<sub>2</sub>) هستند که خطای کلی (TE) را شکل می‌دهند. برای تفکیک این مولفه‌های خط ا در مورد هر یک از سه جریان نمونه‌برداری شده از روش واریوگرام، روابط Saunder<sup>[۲]</sup> و روش واریانس جرء‌نمونه‌ها استفاده شد.

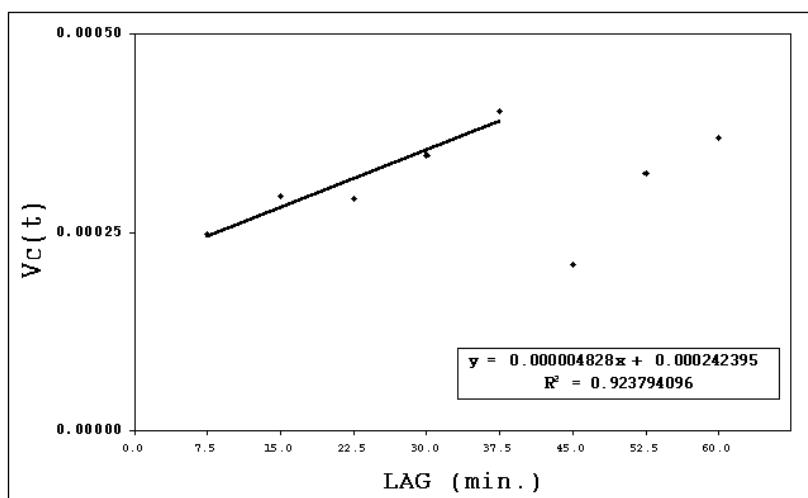
## محاسبه خطای آماده‌سازی و آنالیز

برای محاسبه خطای آماده‌سازی و آنالیز، از ۲۵ نمونه تهیه شده از سه جریان خوراک، کنسانتره نهایی و باطله نهایی ۱۰ نمونه بطور تصادفی انتخاب گردید، به شیوه مشابه نمونه‌های قبل آماده‌سازی شد و جهت آنالیز مجدد به آزمایشگاه شیمی ارسال گردید. سپس به روش Merk<sup>[۴]</sup> خطای مرحله آماده‌سازی و آنالیز محاسبه گردید.



## محاسبه و تفکیک مولفه‌های خطای عیار باطله

به کمک داده‌های حاصل از آنالیز ۲۵ نمونه تهیه شده از جریان باطله نهایی، مقادیر واریوگرام آزمایشگاهی و تصحیح شده در لاغهای با فواصل ۷/۵ دقیقه محاسبه و مقادیر واریوگرام تصحیح شده بر حسب لاغهای مضرب ۷/۵ دقیقه ترسیم گردید (شکل ۳).



شکل ۳ : واریوگرام رسم شده برای باطله نهایی

با برازش یک خط به پنج نقطه اول، معادله پیشنهادی آقای Saunder بصورت زیر تعیین شده:  

$$Y = 0.000004828X + 0.000242395$$
 حال، در صورتی که برای شکل دادن کمپوزیتهای ساعتی، ۸ عدد جزء نمونه ۷/۵ دقیقه‌ای تهیه و مخلوط شوند، مولفه‌های خطای برای سه روش سیستماتیک، تصادفی و ردیفی-تصادفی به کمک روابط Saunder قابل محاسبه خواهد بود (جدول ۱).

جدول ۱ : خطای روش‌های مختلف نمونه‌برداری برای کمپوزیتهای ساعتی باطله

Evaluating Method	Component	Sampling Method		
		Systematic	Stratified Random	Random
Varigram	$V(s)$	0.000031	0.000032	0.000042
	$V(pa)$		0.00007	
	$V(\text{total})$	0.000097	0.000098	0.000109
	$\text{Std}(\text{total})$	0.009870	0.009908	0.010428
Simplified	$V(\text{total})$		0.000116	
	$\text{Std}(\text{total})$		0.010789	



نتایج نشان می‌دهد در صورتیکه برای تهیه نمونه کمپوزیت ساعتی از باطله مدار فلوتاسیون ۸ جزء نمونه ۱۰۰ گرمی به روش سیستماتیک و با فواصل زمانی ۷/۵ دقیقه تهیه و مخلوط شود، خطای نسبی سنجش عیار مس این جریان کمتر از ۱۰ درصد (٪.۹/۷) خواهد بود.

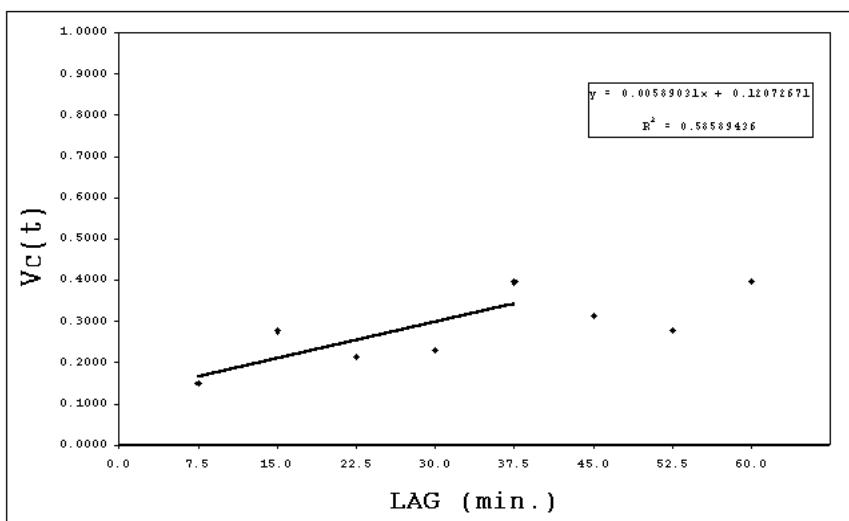
همانگونه که آقای Holmes اشاره کرده است، روش ساده خطای کلی را بیشتر از روش واریوگرام تخمین می‌زند. نتایج تفکیک مولفه‌های خطای نشان می‌دهد که مرحله آماده‌سازی و آنالیز، بیشترین سهم را در بروز خطای داراست (جدول ۲).

جدول ۲ : سهم هر یک از مولفه‌های خطای در شکل گرفتن خطای سنجش عیار باطله

	Component	Systematic	Stratified Random	Random
سهم هر مولفه (%)	V(s)	32	32	39
	V(pa)	68	68	61

### محاسبه و تفکیک مولفه‌های خطای عیار کنسانتره

مشابه محاسبات انجام شده بر روی داده‌های عیار باطله، برای جریان کنسانتره نهایی نیز انجام شد (جدول ۳ و شکل ۴).



شکل ۴ : واریوگرام رسم شده برای کنسانتره نهایی



جدول ۳ : خطای روش‌های مختلف نمونه‌برداری برای کمپوزیتهای ساعتی کنسانتره نهایی

Evaluating Method	Component	Sampling Method		
		Systematic	Stratified Random	Random
Varigram	V(s)	0.019245297	0.020165658	0.033050711
	V(pa)		0.05175	
	V(total)	0.07099	0.07191	0.08480
	Std(total)	<b>0.266</b>	<b>0.268</b>	<b>0.291</b>
Simplified	V(total)		0.09862	
	Std(total)		<b>0.314</b>	

بنابراین، در صورتیکه برای تهیه نمونه کمپوزیت ساعتی از کنسانتره مدار فلوتاسیون، ۸ جزء نمونه ۲۰ گرمی به روش سیستماتیک و با فواصل زمانی ۷/۵ دقیقه تهیه و مخلوط شوند، خطای نسبی سنجش عیار مس این جریان کمتر از ۱ درصد (٪) خواهد بود.

در مورد کنسانتره نهایی نیز، روش ساده محاسبه واریانس، خطای کلی را بیشتر از روش واریوگرام برآورده کرده است. نتایج تفکیک مولفه‌های خطای نیز بیانگر این است که مرحله آماده‌سازی و آنالیز بیشترین سهم را در بروز خطای دارد (جدول ۴).

جدول ۴ : سهم هر یک از مولفه‌های خطای گرفتن خطای سنجش عیار کنسانتره نهایی

	Component	Systematic	Stratified Random	Random
سهم هر مولفه (%)	V(s)	27	28	39
	V(pa)	73	72	61

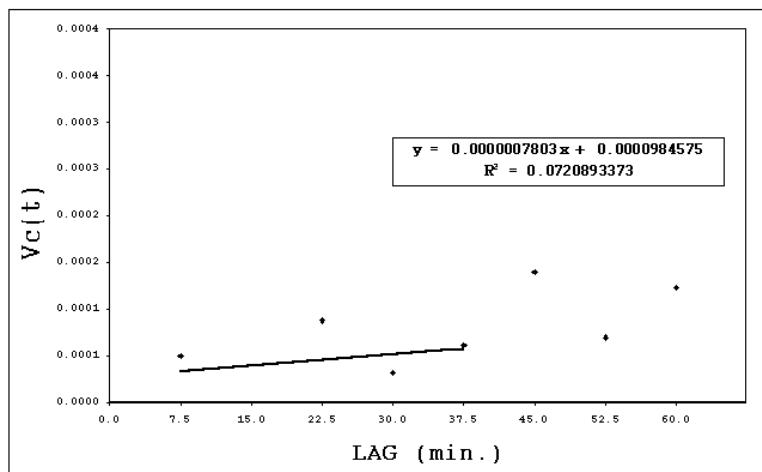
## محاسبه و تفکیک مولفه‌های خطای عیار خوارک

به طرز مشابه، مولفه‌های خطای عیار خوارک محاسبه و تفکیک گردید (جدول ۵ و شکل ۵).



جدول ۵ : خطا روش‌های مختلف نمونه‌برداری برای کمپوزیتهای ساعتی خوراک

Evaluating Method	Component	Sampling Method		
		Systematic	Stratified Random	Random
Varigram	V(s)	0.000012	0.000013	0.000014
	V(pa)		0.00014	
	V(total)	0.000154	0.000154	0.000156
	Std(total)	0.012417	0.012422	0.012491
Simplified	V(total)		0.000146	
	Std(total)		0.012080	



شکل ۵ : واریوگرام رسم شده برای خوراک

لذا، در صورتیکه برای تهیه نمونه کمپوزیت ساعتی از خوراک مدار فلوتاسیون، ۸ جزء نمونه ۱۱۰ گرمی به روش سیستماتیک و با فواصل زمانی ۷/۵ دقیقه تهیه و مخلوط شود، خطای نسبی سنجش عیار مس این جریان کمتر از ۲ درصد (۱/۳۴٪) خواهد بود.

جدول ۶ : سهم هر یک از مولفه‌های خطا در شکل گرفتن خطا سنجش عیار خوراک

	Component	Systematic	Stratified Random	Random
سهم هر مولفه (%)	V(s)	8	8	9
	V(pa)	92	92	91



نتایج جدول ۶ نشان می‌دهد که در مورد عیار خوارک نیز بیشترین خطا مربوط به مرحله آماده‌سازی و آنالیز است.

### بررسی دقیق روش پیشین نمونه‌برداری

جهت بررسی دقیق روش قبلی نمونه‌برداری، از آزمون فرضیه استفاده شد. فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با میانگین نامعلوم ( $\mu$ ) و واریانس نامعلوم ( $\sigma^2$ ) باشد. اگر بخواهیم فرضیه اینکه میانگین این متغیر برابر با مقدار خاصی نظیر ( $\mu_0$ ) را آزمایش کنیم، فرضیه‌های خنثی و مقابله صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

به علت نامعلوم بودن واریانس  $\sigma^2$  باید فرض کرد که متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نرمال است. البته فاصله گرفتن جزئی از توزیع نرمال، اثر چندانی بر نتایج حاصل نخواهد داشت [۶].

روش آزمایش این فرضیه بدین صورت است که یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از مشاهدات مربوط به متغیر تصادفی  $X$  تهیه و آماره آزمون زیر محاسبه می‌گردد :

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}}$$

که در آن  $\bar{X}$  و  $S$  بترتیب میانگین و خطای استاندارد محاسبه شده از  $n$  مشاهده است.

فرضیه خنثی  $H_0 : \mu = \mu_0$  رد می‌شود اگر  $|t_0| > t_{\alpha/2, n-1}$  باشد. مقدار  $t_{\alpha/2, n-1}$  از جدول توزیع  $t$  با درجه آزادی  $n-1$  بدست می‌آید.

$\alpha$  میزان خطای نوع I است و معمولاً  $0.05$  در نظر گرفته می‌شود. در اینجا متغیر تصادفی  $X$  همان عیار مس در جریان خوارک (کنسانتره یا باطله) است و  $\mu_0$  مقدار اندازه‌گیری شده عیار مس این جریان به روش نمونه‌برداری پیشین می‌باشد.

مقدار بدست آمده برای عیار خوارک به روش نمونه‌برداری پیشین برابر  $89\%$  است. بنابراین فرضیه‌های  $H_1$  و  $H_0$  بصورت زیر خواهد بود :

$$H_0 : f = 0.89$$

$$H_1 : f \neq 0.89$$

و مقدار  $t_0$  و  $t_{\alpha/2, n-1}$  :

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} = \frac{0.8960 - 0.89}{\sqrt{0.000175}} = 2.268$$

$$\sqrt{25}$$

$$t_{\alpha/2, n-1} = 1.711$$



بنابراین فرضیه  $H_0$  رد می‌شود. عبارت دیگر، در سطح اطمینان ۹۵٪، مقدار برآورده شده برای عیار مس خوراک با مقدار واقعی این عیار برابر نیست. لذا، روش نمونه‌برداری پیشین دارای دقت کافی برای سنجش عیار خوراک نیست.

مقدار بدست آمده برای عیار باطله نهایی به روش پیشین نمونه‌برداری برابر ۰/۰۹٪ است؛ بنابراین :

$$H_0 : t = 0,09$$

$$H_1 : t \neq 0,09$$

$$t_0 = \frac{0.1020 - 0.09}{\sqrt{0.000467}} = 2.777$$

$$\sqrt{25}$$

$$t_{\alpha/2, n-1} = 1,711$$

از نتایج حاصله چنین برمی‌آید که روش پیشین نمونه‌برداری در سطح اطمینان ۹۵٪، دارای دقت کافی برای برآورد عیار جریان باطله نمی‌باشد.

روش پیشین نمونه‌برداری مقدار عیار کنسانتره نهایی را ۲۸/۷۷٪ برآورد کرده است. لذا :

$$H_0 : c = 28,77$$

$$H_1 : c \neq 28,77$$

$$t_0 = \frac{28.3208 - 28.77}{\sqrt{0.42676}} = -3.438$$

$$\sqrt{25}$$

$$t_{\alpha/2, n-1} = 1,711$$

مقایسه دو مقدار حاصله برابر  $t$  نشان می‌دهد که روش پیشین در سطح اعتماد ۹۵٪ دارای دقت کافی برای برآورد عیار کنسانتره نهایی نمی‌باشد.

## نتیجه‌گیری

- ۱- خطاهای مختلف که نتایج نمونه‌برداری را منحرف می‌سازند، مورد بررسی قرار گرفت، منابع ایجاد هریک مشخص شد و روش حذف / اندازه‌گیری هر کدام تشریح گردید.
- ۲- روش واریوگرام برای محاسبه و تفکیک مولفه‌های خطای نمونه‌برداری تشریح گردید و در مورد داده‌های جمع‌آوری شده از جریانهای ورودی و خروجی مدار فلوتاسیون پایلت بکار گرفته شد.
- ۳- محاسبات نشان داد که روش نمونه‌برداری فعلی پایلت دارای دقت کافی نیست. در مورد جریان باطله نهایی، خطای نسبی سنجش عیار مس به ۱۲٪ می‌رسد.
- ۴- در مورد هر سه نمونه خوراک، کنسانتره و باطله نهایی، سهم خطای آمده‌سازی و آنالیز بیشتر از خطای نمونه‌برداری اولیه است؛ لذا، آمده‌سازی و آنالیز نمونه‌ها بایستی با دقت بیشتری انجام شود.



- ۵- درصورتیکه برای تهیه نمونه کمپوزیت ساعتی از خوراک مدار فلوتاسیون ۸ جزء نمونه ۱۱۰ گرمی با فواصل زمانی ۷/۵ دقیقه تهیه و مخلوط شود، خطای نسبی سنجش عیار مس این جریان کمتر از ۲ درصد (٪۱/۳۴) خواهد بود.
- ۶- درصورتیکه برای تهیه نمونه کمپوزیت ساعتی از کنسانتره مدار فلوتاسیون، ۸ جزء نمونه ۲۰ گرمی با فواصل زمانی ۷/۵ دقیقه تهیه و مخلوط شود، خطای نسبی سنجش عیار مس این جریان کمتر از ۱ درصد (٪۰/۰) خواهد بود.
- ۷- درصورتیکه برای تهیه نمونه کمپوزیت ساعتی از باطله مدار فلوتاسیون ۸ جزء نمونه ۱۰۰ گرمی با فواصل زمانی ۷/۵ دقیقه تهیه و مخلوط شود، خطای نسبی سنجش عیار مس این جریان کمتر از ۱۰ درصد (٪۹/۷) خواهد بود.

## منابع

- ۱- Holmes, R.J., "Sampling of Mineral Process Streams", Sampling Practices in the Minerals Industry, Mount Isa, Nov., ۱۹۹۲.
- ۲- Saunders, I.W., Robinson, G.K., Lwin, T. and Holmes, R.J., "A Simplified Variogram Method for Determining the Estimation Error Varince in Sampling from a Continuous Stream", International Journal of Mineral Processing, Vol. ۲۵, ۳/۴, ۱۹۸۹, P.P. ۱۷۵-۱۹۸.
- ۳- Holmes, R.J., "Sampling Methods: Problems and Solutions", Evaluation and Optimization of Metallurgical Performance, AIME, ۱۹۹۱.
- ۴- Merks, J.W., Rorison, J.R., "Precision of Sampling Systems and Regimes", Proceedings ۱۷th Annual Meeting of the CMP, P.P. ۳۶۵-۳۷۹, ۱۹۸۵.
- ۵- حسنی پاک، ع.ا.، "نمونه برداری معدنی"، چاپ دوم، موسسه انتشارات و چاپ دانشگاه تهران، ۱۳۸۰.
- ۶- مونتگومری، داگلاس سی.، "کنترل کیفیت آماری"، ترجمه: دکتر رسول نورالسناء، ویرایش سوم، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۱.
- ۷- جوانی، ح. و بنیسی، ص.، "اندازه گیری توزیع زمان ماند در آسیاها و مدارهای فلوتاسیون کارخانه پر عیار کنی نیمه صنعتی سرچشمہ"، مرکز تحقیق و توسعه، مجتمع مس سرچشمہ، ۱۳۷۶.
- ۸- Gy, P.M., "Sampling of Particulate Materials – Theory and Practice", ۲nd Edition, Elsevier, Amsterdam, ۱۹۸۲.