برنامه ریزی زمان حرکت AGV

علیرضا حجی – دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

در این مقاله متوسط زمان های انتظار قطعاتی که قرار است توسط AGV (Automatic Guided Vehicle) از ایستگاه بارگیری به محل انبار قطعات انتقال یابد بدست آمده است. زمان های بازگشت (فاصله زمانی خروج AGV از ایستگاه تا برگشت مجدد آن به ایستگاه) متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان در نظر گرفته شده اند. فرض شده است ظرفیت دستگاه AGV نامتناهی و زمان های بارگیری و تخلیه در مقایسه با زمان های بازگشت ناچیز است. به علاوه نوعی کنترل روی زمان خروج AGV از ایستگاه به کار گرفته می شود، بدین معنی که هر وقت زمان بازگشت به ایستگاه از مقدار معین x کمتر باشد از خروج AGV از ایستگاه جلوگیری می شود و زمانی اجازه خروج به AGV داده می شود که از زمان خروج قبلی x واحد زمان گذشته باشد. در این حالت امید زمان انتظار قطعات و مقدار بهینه x بر حسب تابع توزیع F بدست آمده است.

مقدمه

برای صرفه جویی در هزینه ها و سایر مزایای سیستم های اتوماتیک، قطعات تولیدی از ایستگاه بارگیری تا محل انبار شدن توسط AGV انتقال می یابند. هر بار که AGV از ایستگاه بارگیری قطعه خارج شده و پس از تخلیه بار در انبار دوباره به ایستگاه برمی گردد می گوییم یک زمان بازگشت انجام گرفته است. فرض می کنیم این زمان های بازگشت متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان F هستند. زمان انتظار برای هر قطعه در ایستگاه عبارتست از فاصله زمانی از موقع ورود قطعه به ایستگاه بارگیری تا زمان خروج آن توسط AGV از ایستگاه. زمان بارگیری و تخلیه قطعات از AGV ناچیز در نظر گرفته می شوند، بطور مثال قطعات قبل از رسیدن AGV در داخل یک جعبه (Box Pallet) قرار گرفته و وقتی AGV می رسد بلافاصله کل قطعات در آن قرار داده می شوند. به علاوه فرض می شود ظرفیت AGV خیلی زیاد تر از تعداد قطعاتی است که در یک زمان بازگشت به ایستگاه بارگیری می رسند، و در نتیجه ظرفیت نا متناهی در نظر گرفته می شود. برای این سیستم بارگیری و تخلیه قطعات یک زمان کنترل برابر x در نظر گرفته شده است. بدین معنی که اگر زمان بازگشت (فاصله زمانی از موقع آخرین خروج AGV از ایستگاه بارگیری تا برگشت مجدد آن به ایستگاه) از مقدار معین x کمتر باشد خروج AGV به تاخیر انداخته می شود. سپس وقتی زمان از آخرین خروج به مقدار x رسید به AGV اجازه خروج از ایستگاه داده می شود. در این مقاله برای سیستم بارگیری و تخلیه متوسط زمان انتظار برای حالت بدون کنترل ($x=0$) و حالت ($x>0$) برحسب تابع F بدست آمده است. به علاوه مقدار بهینه x بر حسب تابع F تعیین شده است.

نمادها

در این مقاله از نمادهای زیر استفاده شده است:

S_i : زمان i امین بار خروج AGV از ایستگاه، ...,i=1,2 ، $S_0 = 0$

T_i : زمان بازگشت AGV

L_i : زمان بین دو خروج متوالی وقتی که کنترل به کار می رود، $L_i = S_i - S_{i-1}$

$E[T]$: میانگین زمان بازگشت.

$E[L]$: میانگین زمان بین دو خروج.

$V(T)$: واریانس زمان بازگشت.

$V(L)$: واریانس زمان بین دو خروج.

$F_T(u)$: $P\{T \le u\}$

w_0 : زمان انتظار یک قطعه در ایستگاه بدون وجود کنترل

w_C : زمان انتظار یک قطعه در ایستگاه با وجود کنترل

x : زمان کنترل.

فرضیات

- در این مقاله از فرضیات زیر استفاده شده است.
- زمان ها بازگشت T_i (i=1,2,...) متغیرهای تصادفی مستقل یکسان با توزیع F_T هستند.
- ظرفیت AGV نا متناهی است.
- زمان بارگیری و تخلیه ناچیز (صفر) است.

معادله زمان انتظار

وقتی هیچگونه زمان کنترلی وجود ندارد (x=0) یعنی هر وقت AGV به ایستگاه می رسد بلافاصله بارگیری شده و از ایستگاه خارج می شود آنگاه زمان بین دو خروج L_i درست برابر است با زمان بازگشت T_i

(۱)

$$S_i - S_{i-1} = L_i = T_i$$

چون T_i ها متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان F هستند بنابراین در این حالت رویدادهای خروجی برای AGV از ایستگاه یک فرایند تجدید (Renewal) معمولی را تشکیل می دهند که در آن زمان بین خروج ها توزیع F را دارند [۱]، [۲]، [۳]

$$P\{L_i \le l\} = P\{T_i \le l\} = F_T(l)$$

در نتیجه امید زمان انتظار یک قطعه که بطور تصادفی در این فرایند می رسد برابر است با [۴]، [۵]

$$E[w_0] = \frac{1}{2}\frac{E[T^2]}{E[T]}$$

$$= \frac{1}{2}E[T]\left[1 + \frac{V(T)}{E^2[T]}\right]$$

$$= \frac{1}{2}E[T]\left[1 + \alpha^2\right] \qquad (۲)$$

که در آن α ضریب تغییرات (Coefficient of Variation) است.

وقتی روی فرایند کنترل وجود دارد، یعنی وقتی زمان از آخرین خروج تا ورود مجدد AGV به ایستگاه کمتر از مقدار x است خروج آن را به تاخیر می اندازیم تا فاصله زمانی دو خروج متوالی برابر x شود. سپس اجازه خروج AGV از ایستگاه داده می شود. بنابراین اگر طول یک بازگشت (T) از x بیشتر بود، AGV بلافاصله از ایستگاه خارج می شود و در نتیجه زمان بین دو خروج L درست برابر T خواهد بود. در غیر اینصورت، اگر T کمتر از x باشد،

AGV به اندازه مدت (x-T) در ایستگاه نگه داشته می شود و سپس اجازه خروج داده می شود، در نتیجه طول زمان بین دو خروج برابر x خواهد بود. بنابراین زمان های بین خروج متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان زیر خواهند بود.

$$G(l) = P\{L \le l\} = \begin{cases} 0 & , \ l < x \\ P\{T \le l\} = F_T(l) & , \ l \ge x \end{cases} \qquad (۲-۱)$$

فرایند بدست آمده نیز خود یک فرایند تجدید معمولی است که توزیع زمان های بین دو رویداد آن G است. در این حالت نیز میانگین زمان انتظار قطعه برابر است با

$$E[w_C] = \frac{1}{2}\frac{E[L^2]}{E[L]} \qquad (۳)$$

که در آن $E[L^2]$ و $E[L]$ از توزیع فوق به دست می آیند. پس

$$E[L] = xF_T(x) + \int_x^{\infty} t dF_T(x)$$

$$= \int_0^{\infty} t dF_T(x) + \int_0^{x} (x-t) dF_T(t)$$

یا

$$E[L] = E[T] + \int_0^{x} (x-t) dF_T(t) \qquad (۴)$$

و

$$E[L^2] = x^2 F_T(x) + \int_x^{\infty} t^2 dF_T(t)$$

یا

$$= E[T^2] + \int_0^{x} (x^2 - t^2) dF_T(t) \qquad (۵)$$

با جانشینی (۴) و (۵) در (۳) داریم

$$E[w_C] = \frac{1}{2}\frac{E[T^2] + \int_0^{x} (x^2 - t^2) dF_T(t)}{E[T] + \int_0^{x} (x-t) dF_T(t)} \qquad (۶)$$

خط مشی بهینه

خط مشی بهینه عبارتست از مقادیری از x که امید زمان انتظار را کمینه می سازد.مقدار بهینه x را با x^* و مقدار بهینه $E[w_C]$ را با w_C نشان می دهیم.

برای تعیین مقدار x^* از رابطه (۶) نسبت به x مشتق گرفته و آنرا مساوی صفر قرار می دهیم. مشتق $E[w_C]$ با توجه به (۶) و (۳) عبارتست از

$$\frac{dE[w_C]}{dx} = \frac{1}{2}\frac{\left(2\int_0^x x dF_T(t)\right)E[L] - F(x)E[L^2]}{(E[L])^2}$$

با توجه به (۳)، با جانشین کردن $2E[w_C]E[L] = E[L^2]$ در رابطه فوق داریم.

$$\frac{dE[w_C]}{dx} = \frac{1}{2}\frac{2xF(x) - 2E[w_C]F(x)}{E[L]}$$

$$= \frac{\left(x - E[w_C]\right)F(x)}{E[L]} \qquad (۷)$$

مقدار x^* با صفر قرار دادن و بررسی مشتق فوق بدست می آید. باید توجه نمود که F(x) تابعی غیر منفی و غیر نزولی است. فرض کنید فرض کنید v کوچکترین مقدار T باشد، یعنی $F(v)=0$ و $F(x)>0$ برای مقادیر $x>v$. حال چون هرگز $T<v$ نیست، یعنی AGV زودتر از زمان v نخواهد رسید بنابراین

$$x^* \le v$$

اگر $x^* > v$ باشد آنگاه مشتق وقتی صفر است که، با توجه به رابطه (۷)، رابطه زیر بر قرار باشد.

$$x^* = E[w_C]\big|_{x = x^*} = w^*$$

مثال

فرض کنید زمان بازگشت T دارای توزیع نمایی با پارامتر λ است، یعنی

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \qquad , \ t \ge 0$$

مقار بهینه کنترل x را برای این مثال به صورت زیر بدست می آید. ابتدا توجه می کنیم که

$$E[T] = \frac{1}{\lambda}$$

$$E[T^2]=\frac{1}{\lambda^2}$$

$$E[L]=\frac{1}{\lambda}+\int_0^x (x-t)\lambda e^{-\lambda t}dt$$

$$E[L^2]=\frac{1}{\lambda^2}+\int_0^x (x^2-t^2)\lambda e^{-\lambda t}dt$$

با جانشین کردن مقادیر فوق در رابطه (۶)، با مشتق گیری از $E[w_C]$ نسبت به x ، مساوی صفر قرار دادن این مشتق، و بـا توجـه بـه اینکـه مشـتق $E[L]$ و $E[L^2]$ نسبت به x به ترتیب عبارتند از

$$\frac{dE[L]}{dx}=1-e^{-\lambda x}=F(x)$$

و

$$\frac{dE[L^2]}{dx}=2x\left(1-e^{-\lambda x}\right)=2xF(x)$$

می توان نشان داد که

$$x^2-2\frac{1}{\lambda^2}e^{-\lambda x}=0$$

مقدار x^* از این رابطه بدست می آید. با جانشین کردن x^* در رابطه (۶) مقدار بهینه w^* بدست می آید.

نتیجه گیری

در این مقاله به منظور صرفه جویی در هزینه ها و کاهش زمان های انتظار قطعات در ایستگاه بارگیری AGV وقتی که زمان بازگشت هر بار AGV بـه ایستگاه بارگیری متغیری تصادفی مستقل با توزیع F است یک زمان کنترل مثل x در نظر گرفته شده است. هر وقت که زمان بازگشـت بـه ایسـتگاه از مقدار معین x کمتر است از خروج AGV از ایستگاه جلوگیری می شود و زمانی اجازه خروج داده می شود که از زمان خروج قبلی x واحد زمـان گذشـته باشد. با فرض اینکه ظرفیت AGV نامتناهی است، و زمان های بارگیری و تخلیه مقادیر ناچیزی هستند رابطه متوسط زمان انتظار قطعات برحسب تـابع توزیع زمان بازگشت AGV بدست آمده است. با استفاده از این رابطه می توان مقدار بهینه x را با دانستن تابع F بدست آورد. توسـعه ایـن تحقیـق مـی تواند با تغییر فرضیات یا تغییر نوع کنترل به کار گرفته شده در این مقاله باشد.

مراجع

[1] Buzacott, J.A. and J.G. Shanthikumar (1993). *Stochastic Models of Manufacturing Systems.* Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
[2] Minh, D.L. (2001). Applied Probability Models. Duxbury Press, Pacific Grove, CA.
[3] Ross, S.M. (1993). *Probabilities models.* Academic Press.
[4] Ross, S.M. (1996) *Stochastic Processes.* Wiley, New York.
[5] Wolff, R.W. (1989). *Stochastic Modeling and Theory of Queues.* Prentice Hall, Englwood Cliffs, NJ.