انجام ارزشیابی سلسله مراتبی(AHP) [1] به کمک سیستم کنترل کننده فازی [2] و ارائه روشی برای مرتب سازی [3] اعداد فازی [4]

فروغ معین مقدس
دانشجوی دکترای ریاضی کاربردی دانشگاه فردوسی
forooghmoeen@gmail.com
محمد باقر رستمی
دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس
mbrostami@modares.ac.ir
علی وحیدیان کامیاد
استاد دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد
avkamyad@yahoo.com

کلمات کلیدی :
ارزشیابی سلسله مراتبی AHP ، رده بندی اعداد فازی ، سیستم های کنترل کننده فازی، تصمیم گیری چند معیاره [5].

خلاصه مقاله :
بسیاری از مسائل که امروزه مدیران با آن مواجه هستند مسائل تصمیم گیری چند معیاره با معیارهای کمی و کیفی است . مسائلی که لازم است با توجه به هدف مساله و معیارهای موثر در آن ترتیب اولویت گزینه ها را تعیین و آنها را رتبه بندی کنند. یکی از مناسب ترین روش های حل چنین مسائلی استفاده از شیوه ارزشیابی سلسله مراتبیAHP می باشد. مهمترین گام در این شیوه ارزشیابی انجام مقایسات زوجی و تعیین میزان ارجحیت عناصر هم سطح نسبت به معیارهای سطح بالاتر است. اما تعیین این ارجحیت ها با استفاده از اعداد دقیق اغلب کاری دشوار و همراه با اشتباه و خطا خواهد بود . به کارگیری تئوری فازی در این زمینه می تواند به ما کمک بسیاری کند. در این مقاله ما رهیافتی جدید برای حل مسائل ارزشیابیAHP فازی ارائه می دهیم، که آن استفاده از سیستم کنترل کننده فازی برای حل مسائل ارزشیابی AHP می باشد. ما برای نشان دادن چگونگی روند کار، روش را برای حل مساله رتبه بندی خودروها با توجه به هدف و معیارهای مورد نظر به کار خواهیم برد.

---

1 . Analytical Hierarchy Process
2. Fuzzy Control System
3. Ranking
4. Multicriteria Decision

مقدمه :

زندگی فردی و اجتـماعی انسـانها امروزه بسیار وابسته به نحوه تصمـیم گیری آنها و اتـخاذ تصمیم مناسـب می باشد. بسیاری از مسائلی که تصمیم گیرندگان با آنها مواجه هستند، مسائل ارزشیابی چند معیاره خصوصاً با معیارهای کیفی می باشند، یعنی مسائلی که بایستی از میان چند گزینه یا انتخاب با توجه به معیارهای موثر در دستیابی به هدف ترتیب اولویت آنها را مشخص کنند . یکی از کارآمدترین روش ها، ارزشیابی سلسله مراتبی یا AHP است، که امکان رده بندی یا انتخاب گزینه ها را با توجه به معیارهای کمی وکیفی موثر در گزینش را فراهم می کند. اساس این روش برمقایسه زوج به زوج عناصر بنا نهاده شده است که امکان تلفیق معیارهای کمی وکیفی را برای تصمیم گیرندگان فراهم می کند. شیوه ارزشیابی که آقای ساعتی در سال ۱۹۸۰ ارائه دادند برای تعیین میزان ارجحیت عناصر بر یکدیگر و مقایسه زوجی آنها استفاده از اعداد دقیق ۱ تا ۹ را پیشنهاد داده است. در اغلب موارد استفاده از این اعداد دقیق کاری دشوار و همراه با خطا خواهد بود و بایستی ابزاری برای نمایش دقیق مفاهیم عدم قطعیت موجود باشد تا بتوان با آنها کار کرد و پاسخگوی مسائلی که با داده های غیر دقیق و غیر قطعی سرو کار دارد باشد.
بسیاری از تلاشهای انجام شده در جهت استفاده از مفاهیم عدم قطعیت به کمک مفاهیم آماری و متغیرهای تصادفی برای بهتر کردن قضاوت ها و جلوگیری از خطا صورت گرفته است از جمله می توان بهVargas در سال ۱۹۸۲، Saaty و Vargasدر سال ۱۹۸۷، Zahir در سال ۱۹۹۱، Basak و Saaty در سال ۱۹۹۳ و غیره اشاره کرد.
از طرفی مفهوم عدم قطعیت در میزان ارجحیت ها را می توان با بکارگیری تئوری فازی مدل کرد. اولین تلاشها در این زمینه با بکارگیری اعداد فازی برای تعیین میزان ارجحیت ها صورت گرفت که از ماتریس های مقایسه زوجی فازی برای یافتن وزن های نسبی و در نهایت برای تعیین وزن های مطلق استفاده می شود. اولین کارها در زمینه AHP فازی[1] در سال ۱۹۸۳ توسطLaarhoven و Pedrycz انجام شد که ماتریس های مقایسه زوجی با اعداد فازی با توابع عضویت مثلثی [2] ساخته شده بود و از روش کمترین مربعات لگاریتمی [3] برای تعیین وزن های نسبی استفاده کردند . بعد از آنها Buckley در سال ۱۹۸۵ به کمک روش میانگین هندسی [4] و استفاده از اعداد فازی ذوزنقه ای [5]، AHP فازی را اجرا کردند. Boender (1989)، Chang (1996) و بسیاری دیگر در زمینه AHP فازی کار کردند.
ما در این مقاله قصد داریم به کمک سیستم های کنترل کننده فازی ماتریس های مقایسه زوجی ای که در ارزشیابی نیاز داریم، را بسازیم تا امکان دقیق تر شدن قضاوتها را برای کارشناسان و تصمیم گیری بهتر برای مدیران بوجود آید. در نهایت یک شیوه مرتب سازی برای اعداد فازی ارائه خواهیم داد.

معرفی شیوه ارزشیابی AHP :

شیوه ارزشیابی AHP در سال ۱۹۸۰ توسط ساعتی پایه گذاری شد. اساس این روش انجام مقایسات زوجی و تعیین میزان ارجحیت عناصر بریکدیگر نسبت به معیار مورد نظر است و برای حل مسائل ارزشیابی چند معیاره و تعیین اولویت چند گزینه [6] باتوجه به معیارهای مورد نظر،که خود ممکن است شامل زیر معیارهای دیگری باشد، بکار می رود. ما در ابتدا به یادآوری چهار گام اصلی AHP و سپس بیان ایراد وارد برAHP می پردازیم.

---

1. fuzzy AHP **2. triangular membership**
3. logarithmic least square **4. geometric mean**
5. trapezoidal numbers. **6. alternative**

گامهای اساسی AHP:

گامهای اصلی AHP عبارتند از:

گام 1: تعیین اهداف، معیارها، زیر معیارها و گزینه ها از روی اطلاعات مساله.

گام 2: ساختن نمایش گرافیکی سلسله مراتبی مساله.

نمایش گرافیکی سلسله مراتبی یک نمایش ساده از مساله پیچیده واقعی می باشد، که در رأس آن هدف کلی مساله و در سطوح بعدی معیارها و زیر معیارها و در سطح آخرگزینه ها قرار می گیرد.

گام 3: انجام مقایسه های زوجی.

آقای ساعتی برای مقایسه زوجی عناصر هر سطح این رویه را پیشنهاد دادند:

در مقایسه ی زوجی عناصر، اگر عنصر i ام را با عنصر j ام مقایسه کردیم یکی از حالات زیر می تواند میزان اهمیت (ارجحیت) عنصر i به عنصر j را تعیین کند:

1. کاملاً ارجحیت وجود دارد.
2. ارجحیت خیلی قوی وجود دارد.
3. ارجحیت قوی وجود دارد.
4. ارجحیت کمی وجود دارد.
5. ارجحیت یکسان دارند.

آقای ساعتی برای قضاوت های فوق از مقادیر کمی به ترتیب 9 و 7 و 5 و 3 و 1 استفاده کرده است. یعنی برای میزان ارجحیت عنصرi ام بر عنصرj یکی از اعداد 9 و 7 و 5 و 3 و 1 می تواند نمایش میزان ارجحیت آنها بر یکدیگر باشد. بنابراین برای ارجحیت عنصرj بر عنصرi طبق اصل معکوس درAHP از مقادیر به ترتیب $\frac{1}{9}, \frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, 1$ استفاده می شود و از مقادیر 8 و6 و4 و2 به عنوان مقادیر میانی برای مقایسه استفاده می شود. به عنوان مثال اگر عنصرi بر عنصر j ارجحیت قوی داشته باشد عدد پنج نظیر می شود . به این ترتیب ماتریس های مقایسه زوجی عناصر هر سطح ساخته شود.

گام 4 : تعیین وزن ها:

محاسبه وزن در فر آیند تحلیل سلسله مراتبی دارای دو قسمت محاسبه وزن های نسبی و محاسبه وزن های مطلق (نهائی) است. وزن های نسبی از ماتریس های مقایسه زوجی بدست می آیند در حالیکه وزن مطلق رتبه نهائی هر گزینه می باشد که از تلفیق وزن های نسبی حاصل می شود . وزن نهایی هر گزینه در یک سلسله مراتبی از مجموع حاصلجمع اهمیت معیارها در وزن گزینه ها ، بدست می آید. برای محاسبه وزن های نسبی روش های متفاوتی وجود دارد که می توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- روش حداقل مربعات خطا (Least Squares Method)
۲- روش حداقل مربعات لگاریتمی(Logarithmic Least Squares Method)
۳- روش بردار ویژه (Eigenvalue Method)
۴- روش های تقریبی (Aproximation Method)

سه روش اول وزن ها را بطور دقیق بدست می آورند ، روش های تقریبی از روش های قبلی است ، با این حال به علت سهولت و حجم محاسبات کمتر بسیار مورد استفاده قرار می گیرند، که شامل روش های مجموع سطری، مجموع ستونی، میانگین حسابی و میانگین هندسی می باشد.

در ابتدا ذکر شد که AHP دارای تئوری قوی و کاملی است و نتایج خوبی را برای تصمیم گیرندگان بدست می آورد مشروط براینکه قضاوت های خبرگان و تصمیم گیرندگان از دقت کافی برخوردار باشد. بنابراین تنها چیزی که ممکن است صحت جوابهای بدست آمده را زیرسوال ببرد عدم صحت و دقت قضاوت هایی است که توسط تیم تصمیم گیری انجام می شود.

فرض کنیم A ماتریس مقایسه زوجی به صورت زیر است :

$$A_{n\times n} = [a_{ij}] \qquad \begin{matrix} i = 1,2,...,n \\ j = 1,2,...,n \end{matrix} \qquad (1)$$

که a_{ij} نمایش میزان ارجحیت عنصر i ام بر عنصر j ام است. A را سازگار نامیم اگر

$$a_{ik} \times a_{kj} = a_{ij} \quad \forall i,j,k = 1,2,...,n \qquad (2)$$

در مورد ماتریس های سازگار بزرگترین مقدار ویژه این ماتریس ها به اندازه بعد ماتریس می باشد و همچنین اگر W_i , W_j به ترتیب وزن عنصر i ام و j ماتریس مقایسه باشد، آنگاه :

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \qquad (3)$$

با توجه به خصوصیاتی که در مورد ماتریس های سازگار داریم می توان تستهایی انجام داد که به میزان سازگار بودن ماتریس های مقایسه زوجی سلسله مراتبی پی برد و در صورت لزوم در قضاوت ها تجدید نظر کرد.

بیان ایرادی که به این شیوه ارزشیابی وارد است :

دیدیم که درگام سوم AHP برای تعیین میزان ارجحیت عناصر بر یکدیگر استفاده از اعداد دقیق یک تا نه پیشنهاد شده است. اما در بسیاری از مسائل تعیین عدد دقیق ارجحیت کاری مشکل و همراه با خطا و فاقد دقت مناسب می باشد. در مسائلی که وزن های نهایی گزینه های مساله بسیار نزدیک به یکدیگر هستند، این سوال پیش خواهد آمد که عددهای قرار داده شده به عنوان میزان ارجحیت ها تا چه حد به آنچه در ذهن کارشناسان می گذرد ، نزدیک است.

در مقدمه به گوشه ای از تلاشهای افراد برای استفاده از نظریه فازی جهت بهتر کردن ارزشیابی اشاره شد. روشی که ما در اینجا ارائه می دهیم بکارگیری "سیستم کنترل کننده فازی" برای تعیین میزان ارجحیت عناصر بر یکدیگر می باشد. بطوریکه در این روش ما از کارشناسان و خبرگان می خواهیم برای ساخت ماتریس های مقایسه زوجی و تعیین میزان ارجحیت آنها بریکدیگر نسبت به معیار داده شده ، میزان تاثیرگذاری، مقبولیت و یا اهمیت عناصر را نسبت به معیار مورد نظر تعیین کنند. برای تعیین موارد خواسته شده استفاده از اعداد فازی بسیار می تواند موثر باشد. سپس به کمک سیستم کنترل کننده فازی ای که ساخته ایم میزان ارجحیت آنها بریکدیگر را نسبت به معیار داده شده (به صورت عدد غیر فازی) تعیین می کنیم. ما برای نشان دادن روند کار، مساله رده بندی خودرو ها را با شیوه ارائه شده حل می کنیم.

مقدمه ای بر نظریه فازی :

کلمه فازی در لغت به معنای " مبهم ، غیر دقیق ، مغشوش و نامشخص" است. بسیاری از مفاهیمی که انسانها با آنها سر و کار دارند مفاهیم غیردقیق و غیر قطعی و یا به عبارتی فازی هستند و بسیاری از سیستم ها امروزه بسیار وابسته به چنین مفاهیم غیر دقیقی می باشند.

مجموعه ها و اعداد فازی :

در نظریه مجموعه های فازی [1] یک مجموعه فازی بر روی X به وسیله تابع عضویت μ_A که بیانگر نگاشت زیر است ، تعریف می شود:

$$\mu_{\tilde{A}} : X \to [0,1] \qquad (4)$$

1. Fuzzy Set

در تئوری مجموعه های فازی هر عدد فازی به وسیله یک مجموعه فازی تعریف می شود. از مهمترین جمله اعداد فازی ، اعداد فازی L-R[1] می باشند که به صورت زیر تعریف می شوند:

تعریف اعداد فازی L-R :

توابع L و R که شرایط زیر در مورد آنها برقرار باشد، را در نظر بگیرید:

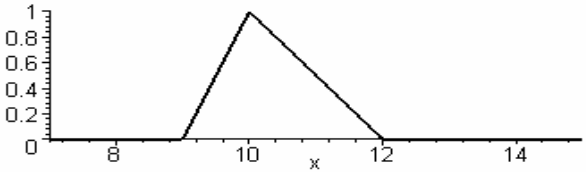
1. $L(x)=L(-x)\ ,\ R(x)=R(-x)$.
2. $L(0)=1\ ,\ R(0)=1$.
3. توابع L و R نزولی هستند.

یک عدد فازی L-R مثل $\tilde{M}=(m,\alpha,\beta)_{LR}$ را بوسیله ی توابع Lو R به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\mu_{\tilde{M}}(x)=\begin{cases} L(\frac{m-x}{\alpha}) & x\le m,\alpha>0 \\ R(\frac{m-x}{\beta}) & x\ge m,\beta>0 \end{cases} \qquad (5)$$

توابع L و Rمی توانند هر نوع توابعی باشند مشروط بر آنکه شرایط فوق را داشته باشند.

عدد فازی بدست آمده از توابع L وR به صورت $L(x)=R(x)=\max\{0,1-|x|\}$ " عدد فازی مثلثی" [2] نامیده می شود. مثلاً عدد فازی مثلثی $(10,1,2)_{LR}$ نمایش به صورت زیر دارد :



شکل ۱ . نمایش عدد فازی $(10,1,2)_{LR}$

بنا به اصل توسیعی که برای اعداد فازی تعریف می شود، می توان عملیاتی بر روی اعداد فازی مشابه اعداد دقیق تعریف کرد. همچنین در مورد نحوه مرتب کردن و تعیین ترتیب اعداد فازی روش های مختلفی وجود دارد که بنا به کاربرد آنها مورد استفاده قرار می گیرد.

سیستم های فازی :

در صحبت های عامیانه اگر یک متغیر بتواند واژه هایی از زبان طبیعی را به عنوان مقدار اختیار کند، یک "متغیر زبانی" [2] نامیده می شود . بسیاری از سیستم ها امروزه وابسته به چنین واژه هایی هستند، بنابراین نیاز به ساخت سیستم های پاسخگو برای این مفاهیم بسیاری ضروری به نظر می رسد. از جمله این سیستم ها سیستم های کنترل کننده فازی می باشند. ساختار مشترک سیستم های فازی به صورت زیر می باشد:

ساختار مشترک سیستم های فازی [3] :

1. پایگاه قواعد فازی [4] : شامل مجموعه قواعد اگر – آنگاه فازی است که استنتاج بر اساس این قواعد صورت می گیرد.

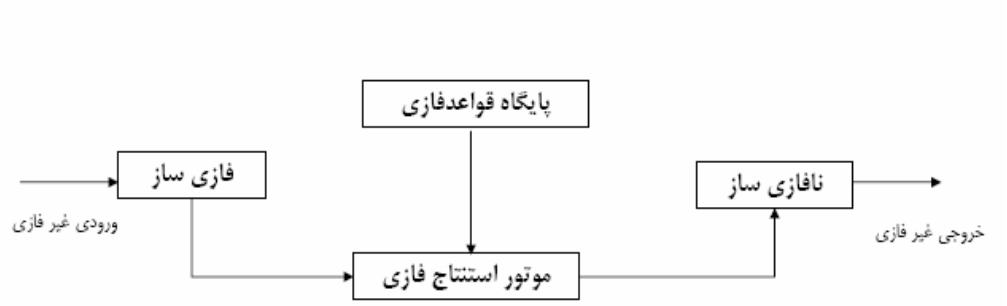
2. موتور استنتاج فازی [5] : قواعد پایگاه را به یک نگاشت از مجموعه های فازی در فضای ورودی به مجموعه های فازی در فضای خروجی بر اساس اصول منطق فازی تبدیل می کند. از جمله این موتور های استنتاج موتور استنتاج ممدانی است که دربسیاری از سیستم های کنترلی مورد استفاده قرار می گیرد.

3. فازی سازها [6]: چون ورودی های سیستم اطلاعات غیر قطعی (فازی) هستند پس نیاز به برگرداندن این اطلاعات به زبان ریاضی می باشد، فازی سازها این عمل را انجام می دهند.

---

1. L-R Fuzzy Number **2. Linguestic Variable**
3. Fuzzy System **4. Fuzzy Rule Base**
5. Fuzzy Inference Engine **6. Fuzzifier**

4. نافازی سازها [1] : حاصل بخش استنتاج فازی یک مجموعه فازی است که به دلیل اینکه در عمل ما نیاز به یک عدد دقیق به عنوان خروجی سیستم داریم لازم است این خروجی غیر قطعی را به صورت قطعی در آوریم ، نافازی ساز این مجموعه فازی را به یک متغیر با مقدار حقیقی در خروجی تبدیل می کند .



شکل ۲ : نمایش ساختار سیستم های کنترل کننده فازی

طرح مساله رده بندی خودروها:

ما برای نشان دادن چگونگی ارزشیابی مساله رده بندی خودروها با داده های فرضی کار می کنیم . لازم به ذکر است که هر نوع مساله ارزشیابی را می توان با این روش و داده های واقعی حل کرد.

فرض کنیم اعضای شرکتی می خواهند از بین سه نوع خودروی C, B, A با توجه به معیارهای مورد نظرشان ترتیب اولویت آنها را تعیین کنند. اعضای این شرکت معیارهای زیر را به عنوان معیارهای اصلی انتخاب می کنند:

1. مصرف سوخت 2. استحکام 3. ایمنی 4. قیمت.

همچنین آنها برای معیارهایی مثل معیار استحکام و ایمنی زیر معیارهای دیگری را نیز مورد توجه قرار می دهند. زیر معیارهای استحکام: سیستم فرمان، سیستم ترمز، بدنه ، جلوبندی و شاسی ، و زیر معیارهای ایمنی: سیستم ترمز ، مقاومت بدنه ، سیستم ایمنی خودکار می باشند. ما در اینجا می خواهیم با استفاده از راهکار پیشنهادی، این مساله رده بندی را حل کنیم.

راهکار پیشنهادی:

راهکار پیشنهادی ما ساخت سیستم کنترل کننده فازی ای است که با استفاده از اظهار نظرات خبرگان در مورد میزان اهمیت یا مقبولیت و یا تاثیرگذاری عناصر یک سطح نسبت به معیار داده شده (به کمک اعداد فازی) میزان ارجحیت آنها بر یکدیگر را تعیین کند ، یعنی این سیستم کنترل کننده فازی وظیفه انجام مقایسات زوجی و ساخت ماتریس های مقایسه را بر عهده دارد. بنابراین برای حل مساله ارزشیابی انتخاب خودرو گام های AHP را به صورت زیر انجام می دهیم:

گام یک و گام دو یعنی تعیین هدف، معیارها، زیر معیارها و گزینه ها و ساخت نمایش گرافیکی سلسله مراتبی مساله را مشابه گام یک و دو

1. Defuzzifer

روش AHP معمولی انجام می دهیم.

گام ۱ : تعیین هدف، معیارها و زیر معیارها و گزینه ها :

هدف: انتخاب و رتبه بندی اتومبیل ها.

معیارهای اصلی: 1. مصرف سوخت 2. استحکام 3. ایمنی 4. قیمت .

گزینه ها : اتومبیل های A و B و C .

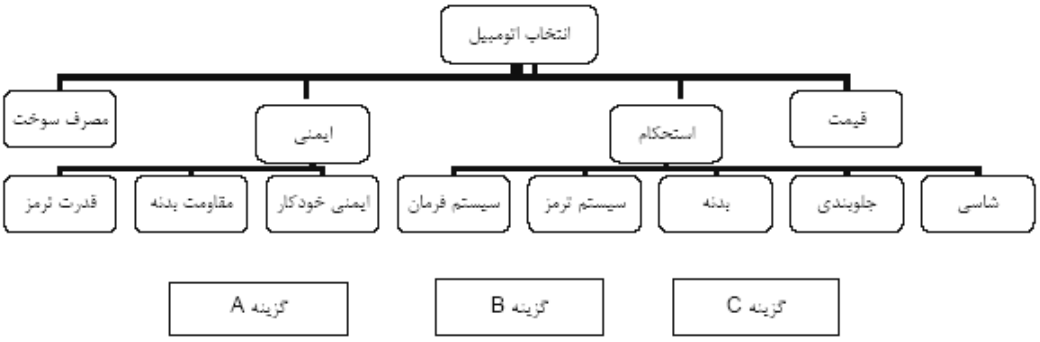
همچنین برای معیارهایی مثل استحکام و ایمنی زیر معیارهای زیر را در نظر می گیریم :

زیر معیارهای استحکام : 1. سیستم فرمان 2. سیستم ترمزها 3. بدنه 4. جلوبندی 5. شاسی

زیر معیارهای ایمنی : 1. قدرت ترمز 2. مقاوم بودن بدنه 3. سیستم های ایمنی خودکار برای جلوگیری از تشدید حادثه.

گام 2 : ساختن نمایش گرافیکی سلسله مراتبی مساله :

نمایش ساختار گرافیکی مساله بصورت زیر است :



شکل ۳ : نمایش گرافیکی سلسله مراتبی مساله

گام سوم : ساخت ماتریس های مقایسه زوجی :

برای انجام گام سوم یعنی ساخت ماتریس های مقایسه زوجی، ما از کارشناسان و خبرگان می خواهیم که به جای اظهارنظر در مورد میزان ارجحیت عناصر سطح ها نسبت به یکدیگر بر اساس معیار سطح بالاتر، در مورد میزان اهمیت یا تاثیرگذاری و یا مقبولیت هرکدام از عناصر سطح ها نسبت به معیار سطح بالاتر(با استفاده از اعداد فازی مثلثی) اظهار نظر کنند. ما در اینجا پیشنهاد می دهیم که مثلا از اعداد فازی مثلثی $(.5,.5,.5)_{LR}$ ، $(.5,.5,1.5)_{LR}$، $(.5,.5,2.5)_{LR}$، $(.5,.5,3.5)_{LR}$، $(.5,.5,4.5)_{LR}$ و $(.5,.5,5.5)_{LR}$ به ترتیب برای نمایش اهمیت یا تاثیرگذاری و یا مقبولیت "بسیار کم" ، " کم" ، " تقریباً متوسط" ، " تقریباً زیاد" ، " زیاد" و" بسیار زیاد" استفاده کنند، که البته انتخاب دقیق عدد فازی نظیر شده با توجه به میزان دقیق بودن بر عهده پیشنهاد دهندگان می باشد .

ساختار سیستم کنترل کننده فازی:

سیستم فازی ما شامل اجزای زیر است:

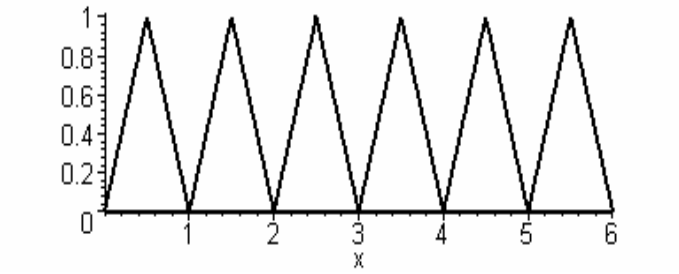
1. فازی ساز مثلثی2. غیر فازی ساز مرکز ثقل [1] 3. موتور استنتاج ممدانی [2] 4. پایگاه قواعد استنتاج متناسب برای سیستم.

---

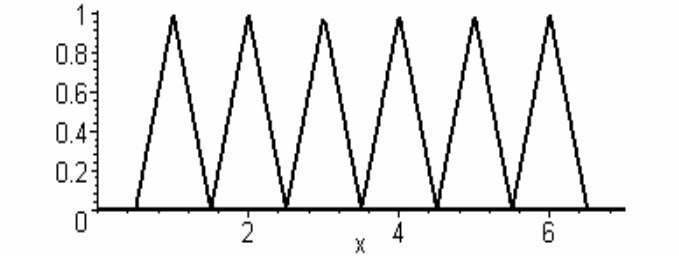
1. Center of Geravity Defuzzifer **2. Mamdani**

برای ساخت پایگاه قواعد استنتاج ما دو دسته مجموعه فازی را تعریف می کنیم . دسته اول مجموعه های فازی مربوط به بخش اگر قواعد فازی که شامل ۶ عدد فازی $(.5,.5,.5)_{LR}$، $(1.5,.5,.5)_{LR}$، $(2.5,.5,.5)_{LR}$، $(3.5,.5,.5)_{LR}$، $(4.5,.5,.5)_{LR}$ و $(5.5,.5,.5)_{LR}$ است که به ترتیب عددهای فازی مربوط به مفاهیم اهمیت یا تاثیرگذاری و یا مقبولیت "بسیار کم" ، " کم" ، " تقریباً متوسط" ، " تقریباً زیاد" ، " زیاد" و" بسیار زیاد" است و دسته دوم مجموعه های فازی بخش آنگاه قواعدکه باز هم شامل۶ مجموعه فازی بصورت $(1,.5,.5)_{LR}$ ، $(2,.5,.5)_{LR}$، $(3,.5,.5)_{LR}$ ، $(4,.5,.5)_{LR}$، $(5,.5,.5)_{LR}$ و $(6,.5,.5)_{LR}$ که به ترتیب نمایش ارجحیت "یکسان" ، " کم"، "متوسط" ، "زیاد" ، " بسیار زیاد" و "کامل" است .

نمودارهای زیر به ترتیب مجموعه های فازی ای که برای بخش اگر قواعد و بخش آنگاه قواعد تعریف کرده ایم را نشان می دهد.



(a)



(b)

شکل ۴ : نمایش اعداد فازی بخش ورودی(a) و خروجی (b) قواعد پایگاه

ما 21 قاعده اگر- آنگاه فازی برای تعیین میزان ارجحیت عناصر هر سطح بر سایر عناصر، بر اساس اظهار نظرات خبرگان در نظر گرفتیم که در اینجا برای نمونه ۴ قاعده از این قواعد اگر- آنگاه فازی را می آوریم :

1.اگر عنصر i ام اهمیت بسیارکمی در دستیابی به هدف و عنصرj ام اهمیت بسیارکمی در دستیابی به هدف داشته باشد ، آنگاه عنصر i بر عنصرj ارجحیت یکسان دارد .

2. اگر عنصرi ام اهمیت کمی در دستیابی به هدف و عنصرj ام اهمیت بسیارکمی در دستیابی به هدف داشته باشد ، آنگاه عنصرi بر عنصرj ارجحیت کمی دارد .

3. اگر عنصرi ام اهمیت کمی در دستیابی به هدف و عنصرj ام اهمیت کمی در دستیابی به هدف داشته باشد ، آنگاه عنصرi بر عنصرj ارجحیت یکسان دارد .

4. اگر عنصر ام اهمیت تقریباً متوسطی در دستیابی به هدف و عنصر j ام اهمیت بسیار کمی دردستیابی به هدف داشته باشد ، آنگاه عنصر i بر عنصر j ارجحیت متوسطی دارد .

در قواعدی که ما طراحی کرده ایم میزان ارجحیت یک عنصر مانند i برعنصر دیگر مانند j را نشان می دهد ، بنابراین اگر عدد فازی نظیر شده برای عنصر j بیشتر از عدد فازی نظیر شده برای i باشد، عنصر i بر j ارجحیت ندارد . ما سیستم کنترل کننده فازی را طوری طراحی کرده ایم که در صورت بروز این حالت عدد ۰ یعنی ارجحیت j بر i را به ما می دهد و با استفاده از قانون معکوس در AHP می توان ارجحیت j بر i را تعیین کرد. بنابراین سیستم فازی ما تنها نیمی از درایه های ماتریس را می سازد ، یعنی میزان ارجحیت ها را تعیین می کند و برای مابقی درایه های ماتریس از معکوس اعداد بدست آمده به عنوان ارجحیت ها بایستی استفاده کرد .

بنابراین با داشتن اطلاعات کافی و به کمک "موتور استنتاج ممدانی" ، استنتاج برروی داده های مساله را انجام می دهیم و عدد فازی مربوط به میزان ارجحیت عناصر بریکدیگر بدست می آید و در نهایت برای بکار بردن ادامه روند ارزشیابی AHP از نافازی ساز (مثلا نافازی ساز مرکز ثقل) کمک می گیریم .

در مورد مساله انتخاب خودرو فرض کنیم کارشناسان اظهار نظرات زیر را در مورد میزان مقبولیت گزینه ها نسبت به معیار مصرف سوخت کرده باشند:

- خودروی A مقبولیت زیادی در میزان مصرف سوخت دارد. عدد فازی نظیر شده $(4.5,.3,.2)_{LR}$ می باشد.
- خودروی B مقبولیت تقریباً کمی در میزان مصرف سوخت دارد. عدد فازی نظیر شده $(2,.5,.3)_{LR}$ می باشد.
- خودروی C مقبولیت تقریباً متوسطی درمیزان مصرف سوخت دارد. عددفازی نظیر شده $(3.5,.7,.6)_{LR}$ می باشد.

با بکار بردن سیستم فازی ساخته شده ماتریس مقایسه ی معیار مصرف سوخت گزینه ها به صورت زیر خواهد شد :

مصرف سوخت	گزینه A $(4.5,.3,.2)_{LR}$	گزینه B $(2,.5,.3)_{LR}$	گزینه C $(3.5,.7,.6)_{LR}$
گزینه A $(4.5,.3,.2)_{LR}$	1	3.605056	2.025922
گزینه B $(2,.5,.3)_{LR}$	$\frac{1}{3.605056}$	1	$\frac{1}{2.455055}$
گزینه C $(3.5,.7,.6)_{LR}$	$\frac{1}{2.025922}$	2.455055	1

جدول ۱ : ماتریس مقایسه زوجی گزینه ها نسبت به معیار مصرف سوخت

در جدول فوق مشاهده می شود برای تعیین میزان ارجحیت گزینه ها نسبت به یکدیگر ابتدا میزان مقبولیت گزینه ها را نسبت به معیار مصرف سوخت تعیین می کنیم و سپس به کمک سیستم کنترل کننده فازی ای که ساخته ایم میزان ارجحیت گزینه ها را نسبت به یکدیگر و ماتریس مقایسه زوجی را می سازیم. ما در بالا تنها ماتریس مقایسه زوجی گزینه های A وB و C را نسبت به معیار مصرف سوخت آورده ایم ، بطور مشابه تمام ماتریس های مقایسه زوجی را می توان ساخت و ادامه روندAHP (یعنی تعیین وزن های نسبی و مطلق) را مشابه قبل انجام می دهیم.

گام ۴ :تعیین وزن ها :

برای تعیین وزن های نسبی ما برای سهولت کار از روش میانگین حسابی استفاده می کنیم و وزن های زیر رابدست آورد:

مصرف سوخت	وزن نسبی
گزینهA	.555122
گزینهB	.138970
گزینهC	.305907

جدول۲ : وزن های نسبی گزینه ها نسبت به معیار مصرف سوخت

توجه داریم که با توجه به اولویت های بدست آمده برای سه گزینه، می توان به ترتیب بزرگتری و کوچکتری اعداد فازی نظیر شده برای گزینه ها پی برد . به عبارت دیگر ما می توانیم به کمک این سیستم کنترل کننده اعداد فازی را رتبه بندی کنیم و می توان نوشت $(2,.5,.3)_{LR} \prec (3.5,.7,.6)_{LR} \prec (4.5,.3,.2)_{LR}$ با روش رتبه بندی که به کمک سیستم کنترل کننده فازی ساخته شده انجام شده است.

کارایی سیستم فازی ساخته شده :

به دلیل آنکه سیستم فازی ما وظیفه قضاوت ها و ساخت ماتریس های مقایسه را بر عهده دارد ، بهترین روش برای تعیین میزان کارایی سیستم چک کردن سازگاری ماتریس های مقایسه و سلسله مراتبی است . هرچه نرخ ناسازگاری پایین تر باشد ، اطمینان بیشتری نسبت به قضاوت های اولیه و سیستم کنترل کننده حاصل خواهد شد و مطمئنا می دانیم که با دقیق ترکردن پایگاه قواعد فازی و موتور های استنتاج قوی تر خواب بهتر خواهد شد.

نتیجه گیری :

بسیاری از مسائلی که تصمیم گیرندگان و مدیران با آن مواجه هستند مسائل ارزشیابی چند معیاره با معیارهای کیفی و کمی غیر هم وزن می باشد. ارزشیابی AHP به علت استفاده از اعداد دقیق(قطعی) برای نمایش مفاهیم غیر دقیق میزان ارجحیت ها، برای حل مسائلی که از حساسیت بالاتی برخوردار است کارایی لازم را ندارد . امروزه برای رفع ایراد AHP کلاسیک، شیوه ارزشیابی "AHP فازی" مورد استفاده قرار می گیرد، که در آن از اعداد فازی برای نمایش میزان ارجحیت عناصر هر سطح برسایر عناصر آن سطح ، نسبت به معیار مورد نظر استفاده می شود. ما در این صفحات نشان دادیم که چگونه استفاده از سیستم های کنترل کننده فازی در مورد مسائلی که متخصصان و خبرگان در مورد میزان تاثیرگذاری و یا اهمیت و یا میزان مقبولیت عناصر یک سطح به نسبت معیار سطح بالاتر می توانند اظهار نظر کنند در حل بهتر مسائل ارزشیابی AHP می تواند به ما یاری برساند. سیستم کنترل کننده فازی ای که ما اینجا ساخته ایم با توجه به قضاوت های کارشناسان در مورد میزان تاثیرگذاری و یا اهمیت و یا میزان مقبولیت ارجحیت عناصر یک سطح بر یکدیگر نسبت به معیار داده شده را بصورت عدد قطعی تعیین می کند و می توان ادامه روند AHP را برای حل مساله بکار برد. در مسائلی که تعیین میزان ارجحیت عناصر بر یکدیگر دشوار باشد به کارگیری راهکاری که ما در اینجا پیشنهاد دادیم می تواند به قضاوت های بهتر و حل بهتر مسائل ارزشیابی منجر شود و اطمینان بیشتری را برای کارشناسان برای بکار گیری نتایج حاصل به وجود خواهد آورد . همچنین ما در این مقاله یک روش مرتب سازی برای اعداد فازی با کمک سیستم کنترل کننده فازی ای که ساخته ایم ارائه داده ایم.

مراجع:

1- Saaty .T.L, Decision Making for Leaders: The Analytic Hierarchy Procee for Decision in a Complex World, RWS Publications , Pittsburgh, PA, 1986; Original version published by Lifetime Learning Publications, 1982.

2- Saaty.T.L , How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process, European Journal of Operational Research 48(1990) 9-26.

3- Zahir, M.S. Incorporating the uncertainty of decision judgements in the analytic hierarchy process. European Journal of Operational Research 53, 1991,206-216.

4- Basak, I., Saaty, T.L. Group dcision making using the analytic hierarchy process. Mathematical and Computer Modelling 17, 1993 ,101-109.

5- van Laarhoven, P.J.M. Pedrycz, W. A fuzzy extension of Saaty 's priority theory. Fuzzy Sets and Systems 11, 1983,229-241.

6- Buckley, J.J, Fuzzy hierarchical analysis. Fuzzy Sets and Systems 17, 1985,233-247.

7- Boender, C.G.E., de Graan, J.G., Lootsma, F.A.Multicriteria decision analysis with fuzzy pairwise comparisons .Fuzzy Sets and Systems 29, 1989,133-143.

8- Chang,D. Y. Application of the Extent Analysis Method on fuzzy AHP, European Journal of Operational Research 95, 1996, (3) 649-655

9- Leung .L.C and Cao. D , Theory and Methodology On consistency and ranking of lternatives in fuzzy AHP ,European Journal of Operational Research 124 ,2000, 102-113.

10- Zhu .K.J. and Jing, Y.D. Chang, Theory and Methodology : A discussion on Extent Analysis Method and applications of fuzzy AHP, European Journal of Operational Research 116 (1999) 450-456.

11- Saaty .T.L. and Vargas. L.G. Inconsistency and ranking preservation, Journal of Mathematical psycholog 28/2 (1984).

12- Bortolan.G. and Degani. R. A review of some methods of ranking fuzzy subsets, Fuzzy Sets and Systems 15 ,1985, 1 – 19.

13- Kim. K. and Park .K.S, Ranking fuzzy numbers with index of optimism, Fuzzy Sets and Systems 35 ,1990, 143–150.

14- Liou. T.S. and Wang .M.J, Ranking fuzzy numbers with integral value, Fuzzy Sets and Systems 50 ,1992, 247–255.

15- Mishmast. H. and Maleki N , H . R and Mashinchi. M , Solving Fuzzy Number Linear Programming Problem By Lexicographic Ranking Function, Fuzzy Sets and Systems , 2002 .

16- Saaty, T.L., The analytic hierarchy process, McGraw-Hill, New York, 1980.

17- Tanaka . k , An Introduction To Fuzzy Logic For Practical Application ,1997 .

18- Wang . L . X , A Course In Fuzzy Systems And Control , 1997.

19- Zimmermann, H.J. Fuzzy Set Theory and Its Applications. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht,1991.

۲۰- فرآیند تحلیل سلسله مراتبی AHP ، تالیف : دکتر سید حسن قدسی پور،چاپ سوم ، انتشارات دانشگاه صنعتی امیر کبیر،۱۳۸۱.

۲۱- معین مقدس ، فروغ ، "رویکردی بر AHP فازی " ، دانشگاه فردوسی مشهد، پایان نامه کارشناسی ارشد(۱۳۸۳).