

## مروری بر ایرادات نمودار کنترل مشاهدات انفرادی و دامنه متحرک (X-MR)

رسول نورالسنا

استاد دانشکده صنایع - دانشگاه علم و صنعت ایران  
rassoul@iust.ac.ir

نیکبخش جوادیان

استادیار گروه صنایع - دانشگاه علوم فنون مازندران  
nijavadian@yahoo.com

کامران پی نبر

دانشجوی دکتری مهندسی صنایع - دانشگاه صنعتی امیر کبیر  
K\_peynabar@mail.iust.ac.ir

حمید اسماعیلی

دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع - دانشگاه علوم فنون مازندران  
Ie\_hamidesmaeeli@yahoo.com

### واژه‌های کلیدی

نمودار کنترل مشاهدات انفرادی - نمودار کنترلی با دامنه متحرک - متوسط طول دنباله - خود همبستگی - مشاهدات غیر نرمال

### چکیده

نمودارهای کنترل به عنوان یکی از موثرترین ابزارهای بهبود کیفیت شناخته شده است. در برخی از فرآیندهای تولیدی به دلیل حجم کم تولید، یکسان بودن اندازه گیری های متوالی، وجود انحراف معیار بسیار ناچیز بین داده ها و یا انجام بازرسی های اتوماتیک از نمودارهای کنترل با مشاهدات انفرادی استفاده می شود، معمولاً در چنین شرایطی نمودار کنترلی مورد استفاده، نمودار X-MR است که به نمودار I-MR نیز معروف است. استفاده از این نمودار کنترل نیازمند مراعات نکاتی است که در نظر نگرفتن این نکات می تواند اثربخشی نمودار کنترل X-MR را کاهش دهد و یا حتی تحلیل کاربران را مختل نماید. در این مقاله به کمک شبیه سازی و در نظر گرفتن شاخص متوسط طول دنباله (ARL) ایرادات نمودار کنترل X-MR معرفی گردیده و راهکارهای لازم پیشنهاد گردیده است، و با بررسی مثالهای عددی سعی شده است علاوه بر طرح مفاهیم نظری لازم، کاربران را نیز جهت استفاده از این نمودار راهنمایی کنیم.



## ۱- مقدمه

در برخی از فرآیندها امکان نمونه‌گیری با حجم نمونه بیش از یک وجود نداشته و از اندازه‌گیری‌های انفرادی استفاده می‌شود. به عنوان نمونه می‌توان به فرآیندهای شیمیایی یا فرآیندهایی که از اندازه‌گیری و بازرسی خودکار استفاده می‌کنند و فرآیندهایی که هزینه‌های بازرسی آنها بالا می‌باشد (تست مخرب) اشاره نمود. مونتگومری نیز موارد دیگری که در آنها اندازه‌گیری انفرادی کاربرد دارد معرفی می‌نماید [۱]. در چنین مواردی استفاده از نمودار کنترل مشاهدات انفرادی  $X^1$  به منظور کنترل تمرکز فرآیند و نمودار کنترل دامنه متحرک  $MR^2$  برای کنترل پراکندگی فرآیند توصیه می‌گردد [۳، ۲، ۴].

در صورت مشخص بودن میانگین  $(\mu_0)$  و واریانس  $(\sigma_0^2)$  فرآیند نمودار مشاهدات انفرادی و دامنه متحرک بر اساس حدود کنترل شوهارت به ترتیب از روابط (۱-۱) و (۲-۱) محاسبه می‌گردد. (ریگدان ۱۹۹۴)

$$\begin{cases} UCL = \mu_0 + 3\sigma_0 \\ LCL = \mu_0 - 3\sigma_0 \end{cases} \quad \text{رابطه (۱-۱)}$$

$$\begin{cases} UCL = D_2\sigma_0 \\ LCL = D_1\sigma_0 \end{cases} \quad \text{رابطه (۲-۱)}$$

که مقادیر  $X_i$  و  $i \geq k$   $MR_i^{(k)} = \text{Max}(X_i, X_{i-1}, \dots, X_{i-k+1}) - \text{Min}(X_i, X_{i-1}, \dots, X_{i-k+1})$  به ترتیب بر روی نمودار  $X$  و  $MR$  ترسیم می‌گردد. لازم به ذکر است که  $D_2$  و  $D_1$  ضرایبی می‌باشند که به اندازه پنجره متحرک ( $k$ ) بستگی دارد. که مقادیر آن به صورت جدول در کتب کنترل کیفیت آماری وجود دارد (به عنوان نمونه به مونتگومری مراجعه کنید [۵]).

در صورت نامعلوم بودن  $\mu_0$  و  $\sigma_0^2$  با استفاده از فاز اول (طراحی) می‌توان این مقادیر را تخمین زد در این صورت حدود کنترل نمودار  $X$  و  $MR$  به ترتیب از روابط (۳-۱) و (۴-۱) محاسبه می‌گردد [۵].

$$\begin{cases} UCL = \bar{X} + \frac{3 * \overline{MR}}{d_2} \\ LCL = \bar{X} - \frac{3 * \overline{MR}}{d_2} \end{cases} \quad \text{رابطه (۳-۱)}$$

$$\begin{cases} UCL = D_4 \overline{MR} \\ LCL = D_3 \overline{MR} \end{cases} \quad \text{رابطه (۴-۱)}$$

که در آن  $D_4$  و  $D_3$  و  $d_2$  ضرایبی وابسته به اندازه پنجره متحرک ( $k$ ) بوده و در جداول موجود می‌باشد. (به مونتگومری ۲۰۰۰ مراجعه کنید)

$\bar{X}$  و  $\overline{MR}$  نیز به ترتیب از روابط (۵-۱) و (۶-۱) قابل محاسبه می‌باشد.

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=k+1}^n MR_i^{(k)}}{n-k} \quad \text{رابطه (۶-۱)}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{رابطه (۵-۱)}$$

نمودار کنترل مشاهدات انفرادی و دامنه متحرک نسبت به شرایط نمودارهای کنترل شوهارت ( $I.I.D^3$ ) بسیار حساس می‌باشد و نقض این شرایط اثر نامطلوبی بر عملکرد این نمودارها می‌گذارد. علاوه بر این ساختار خاص نمودار دامنه متحرک نیز باعث کاهش کارایی توام دو نمودار ( $X-MR$ ) می‌گردد. در ادامه ضمن بیان ایرادات ناشی از نمودار  $X-MR$ ، راهکارهایی برای رفع هر ایراد ارائه می‌شود.

## ۲- تاثیر نامطلوب نرمال نبودن مشاهدات بر نمودار $X$

<sup>1</sup> Individual Control Chart

<sup>2</sup> Moving Range Control Chart

<sup>3</sup> Independent Identical Distribution



شیلینگ و نلسون اثر نرمال نبودن مشاهدات را بر روی نمودار  $\bar{X}$  بررسی نموده و نشان دادند که مطابق قضیه حد مرکزی اگر حجم نمونه ها چهار یا بیشتر انتخاب شود نرمال نبودن مشاهدات معمولاً مشکل خاصی را ایجاد نمی کند [۶].  
اما در صورت وجود چولگی در توزیع مشاهدات خطای نوع اول در نمودار کنترل مشاهدات انفرادی افزایش پیدا کرده و در نتیجه کاهش مقدار متوسط طول دنباله ( $ARL^4$ ) تحت کنترل را به همراه خواهد داشت.  
به عنوان مثال فرض کنید که مشاهدات انفرادی از توزیع نمایی با پارامتر  $\theta = 5$  پیروی می کند (مشخصه کیفی زمان عمر قطعات) در این صورت با استفاده از رابطه (۱-۱) داریم:

$$\begin{cases} UCL = \mu_0 + 3\sigma_0 = 5 + 3 * 5 = 20 \\ LCL = \mu_0 - 3\sigma_0 = 5 - 3 * 5 = -10 \end{cases}$$

به علت اینکه زمان عمر قطعات نمی تواند منفی باشد بنابراین  $LCL=0$  در نظر گرفته می شود. در این صورت داریم:

$$\alpha = P\{X < LCL \text{ or } X > UCL | \theta = 5\} = 0 + \exp(-20/5) = 0.018316$$

در این حالت متوسط تعداد نقاطی که باید ترسیم گردد تا یک سیگنال اشتباه دریافت شود ( $ARL = 1/0.018316 \approx 55$ ) می باشد که این مقدار در مقایسه با زمانیکه توزیع مشاهدات نرمال است. ( $ARL = 1/0.0027 \approx 370$ ) بسیار کوچک است.

## ۱-۲- راهکارهای رفع ایراد:

### ۱-۱-۲ استفاده از حدود احتمال به جای حدود کنترل

هنگامیکه توزیع مشاهدات نرمال نمی باشد با دانستن توزیع مشاهدات می توان از حدود احتمال استفاده نموده و میزان خطای نوع اول را به میزان دلخواه ( $\alpha = 0.0027$ ) تنظیم نمود. در این صورت حدود احتمال از رابطه (۱-۲) محاسبه می گردد.

$$\alpha = \alpha_l + \alpha_u \rightarrow \begin{cases} \alpha_u = P(X > UCL) \rightarrow UCL = F_X^{-1}(1 - \alpha_u) \\ \alpha_l = P(X < LCL) \rightarrow LCL = F_X^{-1}(\alpha_l) \end{cases} \quad \text{رابطه (۱-۲)}$$

که در آن  $F_X^{-1}(\cdot)$  و  $\alpha_l$  و  $\alpha_u$  به ترتیب تابع معکوس توزیع تجمعی، مقدار خطای نوع اول حادث از  $UCL$  و مقدار خطای نوع اول حادث از  $LCL$  می باشد.

به عنوان مثال در توزیع  $X \sim \exp(\theta = 5)$  حدود احتمال عبارتند از:

$$\begin{cases} 0.00135 = P(X > UCL) \rightarrow UCL = -\ln(0.00135) * 5 = 33.03825 \\ 0.00135 = P(X < LCL) \rightarrow LCL = -\ln(0.99865) * 5 = 0.006755 \end{cases}$$

### ۲-۱-۲ استفاده از تابع تبدیل<sup>۵</sup>

تبدیل توزیع مشاهدات به توزیع نرمال با استفاده از توابع تبدیل راهکار دیگری است که می توان در صورت نرمال نبودن مشاهدات از آن استفاده نمود. در ادامه برخی از توابع تبدیل معرفی می گردد.

<sup>4</sup> Average Run Length

<sup>5</sup> Transformation Function

### ۱-۲-۱-۲. تبدیل Q

این تابع تغییر متغیر توسط کوسنبری [۷] ارائه گردید. بر اساس این تغییر متغیر مقدار تابع چگالی تجمعی هر مشاهده محاسبه گردیده و سپس با استفاده از تابع معکوس توزیع تجمعی نرمال استاندارد، مشاهده نرمال استاندارد معادل آن به دست می‌آید. رابطه (۲-۲) این تابع تغییر متغیر را نشان می‌دهد.

$$u_r = F_X(x_r)$$

رابطه (۲-۲)

$$Q_r = \Phi^{-1}(u_r)$$

که در آن  $F_X(\cdot)$  و  $\Phi^{-1}(\cdot)$  به ترتیب تابع توزیع تجمعی مشاهدات و تابع معکوس توزیع تجمعی نرمال استاندارد می‌باشد. در حقیقت تابع فوق مشاهدات را به مشاهداتی با توزیع نرمال استاندارد تبدیل می‌کند. بنابراین می‌توان از حدود کنترل زیر برای کنترل مشاهدات تبدیل شده استفاده نمود.

$$\begin{cases} UCL = \mu_w + 3\sigma_w = +3 \\ LCL = \mu_w - 3\sigma_w = -3 \end{cases}$$

### ۲-۲-۱-۲. تبدیل توانی

این تغییر متغیر که توسط باکس و کاکس [۸] ارائه گردید، بر اساس الگوریتم ذیل توزیع مشاهدات را به توزیع نرمال تبدیل می‌نماید.

$$\lambda = -3.0(0.01)3.0 = \{-3.0, -2.99, \dots, 2.99, 3.0\}$$

(۱) آرایه ای از  $\lambda$  را در نظر بگیرید  $\{-3.0, -2.99, \dots, 2.99, 3.0\}$

$$z = \begin{cases} (x^\lambda - 1) / \lambda & \text{if } \lambda \neq 0 \\ \ln(x) & \text{if } \lambda = 0 \end{cases} \quad \text{رابطه (۳-۲)}$$

(۳) برای هر مقدار؟ را از رابطه (۴-۲) محاسبه کنید.

$$S(\lambda) = -\frac{n}{2} \ln \left( \sum_{i=1}^n \frac{(z_i - \bar{z})^2}{n} \right) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \quad \text{رابطه (۴-۲)}$$

(۴) مقداری از  $\lambda$  که  $S(\lambda)$  را بیشینه می‌کند انتخاب نموده بر اساس رابطه (۳-۲) تغییر متغیر را انجام دهید. در این صورت توزیع مشاهدات به توزیع نرمال تبدیل می‌گردد. برای تخمین پارامترهای توزیع می‌توان از فاز اول (فاز طراحی) نمودار کنترل استفاده نمود.

### ۳-۲-۱-۲. مقایسه تغییر متغیر Q و تغییر متغیر توانی

برای مقایسه این دو روش ۱۰۰۰۰ داده تصادفی با توزیع نمایی با پارامتر  $\theta = 5$  تولید شده و با استفاده از هر دو روش تغییر متغیر روی داده‌ها اعمال شده است. سپس با استفاده از سه آماره چولگی<sup>۶</sup> تیزی<sup>۷</sup> و P-Value آزمون نرمال، مقایسه صورت گرفته است.

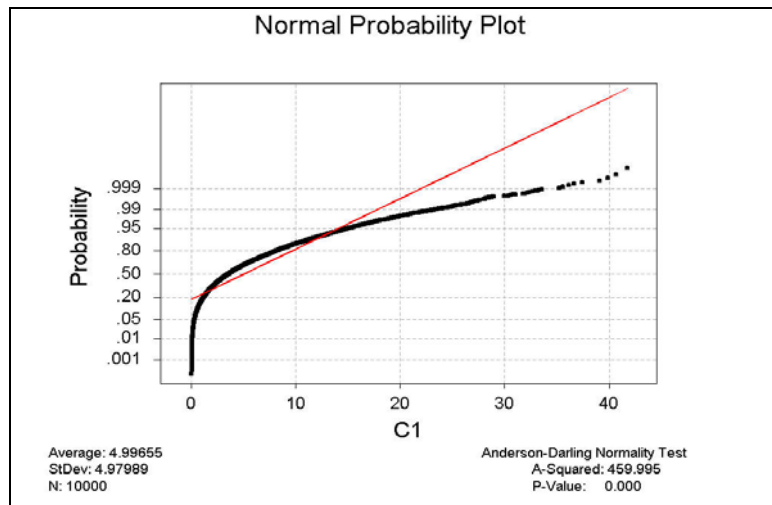
<sup>6</sup> Skewness

<sup>7</sup> Kurtosis

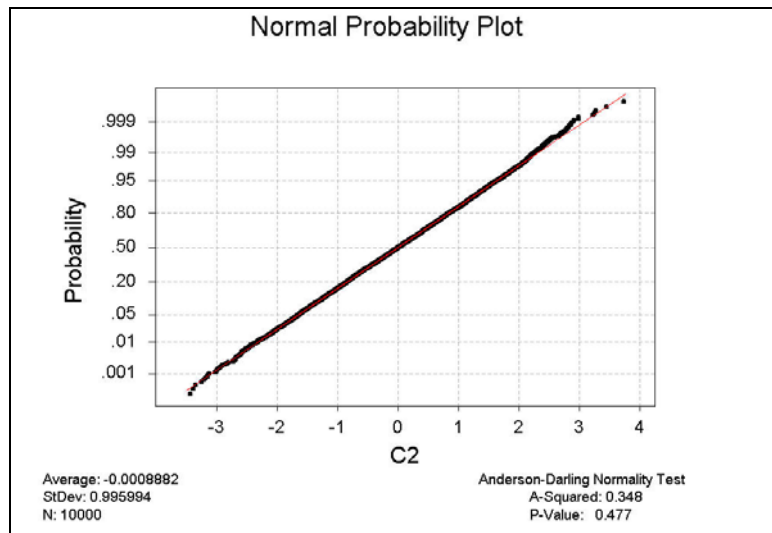
هر چه مقدار چولگی مشاهدات تغییر متغیر داده شده نزدیک به صفر، مقدار تیزی نزدیک به سه و P-Value کمتر از ۰,۰۵ باشد روش تغییر متغیر موثر تر می باشد. جدول ۱ نتایج حاصل از تغییر متغیر به هر دو روش را نشان می دهد. نمودار ۱ الی ۳ نیز، منحنی نرمال را برای مشاهدات اولیه و تغییر متغیر داده شده نشان می دهد.

جدول ۱: مقایسه روشهای تغییر متغیر

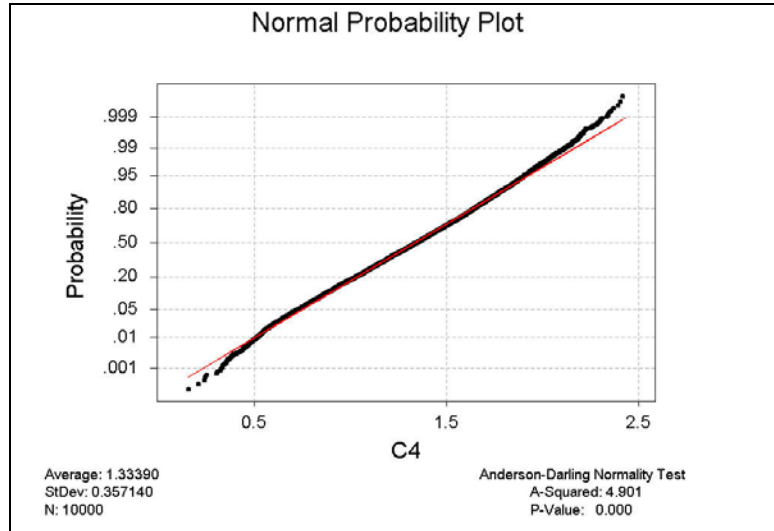
p-value	چولگی	تیزی	اندرسن - دارلینگ	
۰,۴۷۷	-۰,۰۲۱۷	۲,۹۱۶۷	۰,۳۴۸	روش Q
۰,۰۰۰	-۰,۱۰۷۲	۲,۷۰۷۸	۴,۹۰۱	روش Box-Cox



نمودار ۱ - منحنی نرمال برای مشاهدات اولیه



نمودار ۲ - منحنی نرمال برای مشاهدات تغییر متغیر داده شده به روش Q



نمودار ۳ - منحنی نرمال برای مشاهدات تغییر متغیر داده شده به روش Box-Cox

همانطور که در جدول مشخص است روش تغییر متغیر Q بهتر از روش باکس-کاکس عمل می‌کند. اما لازم به ذکر است که برای اعمال تغییر متغیر Q دانستن توزیع اولیه مشاهدات لازم می‌باشد در صورتیکه در روش باکس-کاکس دانستن این اطلاعات الزامی نیست.

### ۳- حساسیت نمودار X نسبت به مشاهدات خود همبسته

استقلال مشاهدات یکی از مهمترین فرضیات نمودارهای کنترل شوهارت بوده که در اغلب موارد در نمودارهای مشاهدات انفرادی این فرض نقض می‌گردد. نمونه گیری از یک مایع همگن و افزایش سرعت بازرسی و نمونه گیری از مواردی می‌باشد که فرض استقلال در آنها رد می‌شود. مراغه و وودال [۹]، الوان و رابرتز [۱۰] و مونتگومری و مسترانجلو [۱] اثر خود همبستگی را بر روی نمودارهای کنترل X مورد بررسی قرار دادند

میزان خود همبستگی مشاهدات با تاخیر k از رابطه (۳-۱) محاسبه می‌شود.

$$\rho_k = \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]}{\sigma^2}$$

که ضریب فوق با استفاده از رابطه (۳-۲) تخمین زده می‌شود.

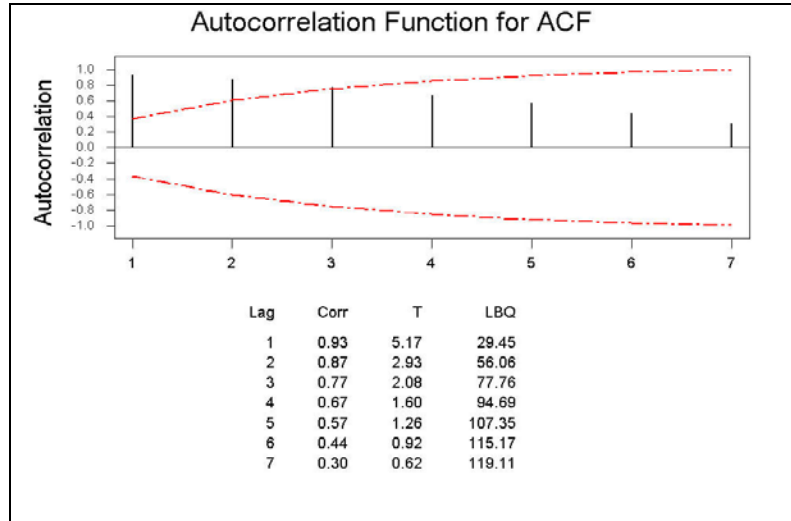
$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}$$

به منظور بررسی معنا دار بودن خود همبستگی با تاخیر k می‌توان از تابع خود همبستگی (ACF)<sup>۸</sup> و تابع خود همبستگی جزئی (PACF)<sup>۹</sup> استفاده نمود

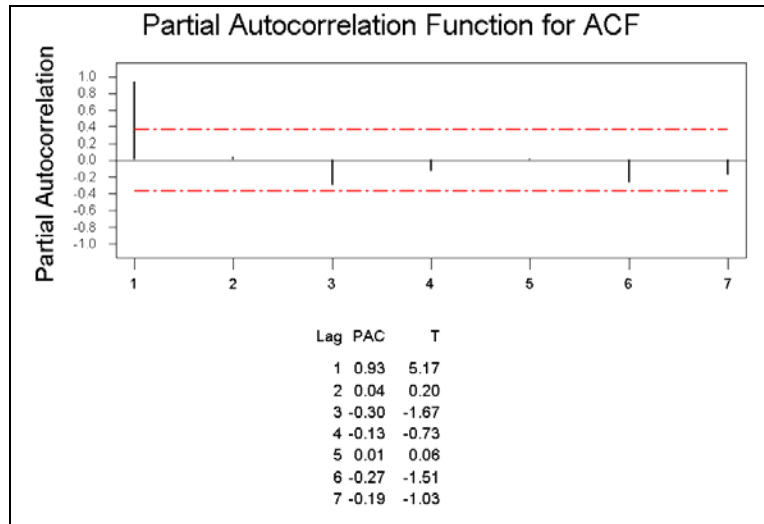
نمودار ۴ و ۵ نمونه ای از تابع ACF و PACF را برای داده های خود همبسته نشان می‌دهد.

<sup>۸</sup> Autocorrelation Function

<sup>۹</sup> Partial Autocorrelation Function

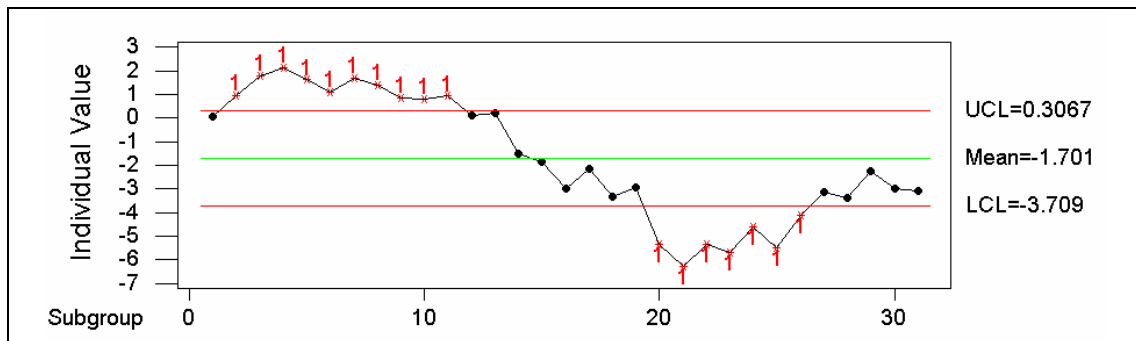


نمودار ۴ - نمونه ای از تابع ACF

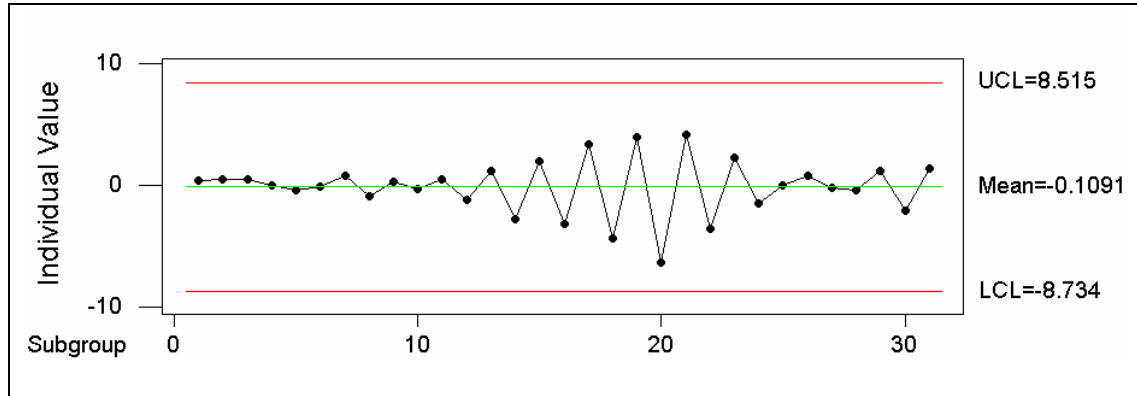


نمودار ۵ - نمونه ای از تابع PACF

با استفاده از ACF می‌توان الگوی خود همبستگی و با استفاده از PACF می‌توان تاخیرهای مهم را شناسایی نمود. به عنوان نمونه نمودار ۴ وجود خود همبستگی مثبت و نمودار ۵ تاخیر یک را به عنوان تاخیر مهم نشان می‌دهد. وجود خود همبستگی مثبت (منفی) باعث کاهش (افزایش)  $MR_i$  و در نتیجه کاهش (افزایش) تخمین  $\sigma$  می‌گردد. کاهش (افزایش) تخمین  $\sigma$  نیز نزدیک شدن (دور شدن) حدود کنترل را به همراه دارد. در این حالت به علت نزدیک شدن (دور شدن) حدود کنترل خطای نوع اول افزایش (کاهش) می‌یابد. نمودار ۶ و ۷ ایراد مطرح شده برای نمودار  $X$  را به ترتیب برای مشاهدات خود همبسته مثبت و منفی نشان می‌دهد.



نمودار ۶ - ایراد ناشی از وجود خود همبستگی مثبت ( $r=+0.9$ ) و تاخیر یک در نمودار  $X$



نمودار ۷- ایراد ناشی از وجود خودهمبستگی منفی ( $r = -0.9$  و تاخیر یک) در نمودار X

### ۳-۱- راهکارهای رفع ایراد

#### ۳-۱-۱ حذف عامل خود همبسته

یکی از بهترین راهکارها برای رفع مشکل خود همبستگی حذف عامل خود همبستگی می باشد به عنوان مثال می توان با افزایش فواصل نمونه گیری ، تغییر سیستم بازرسی ونمونه گیری خود همبستگی را تا حد امکان کاهش داد. [۱۱]

### ۳-۱-۲ روشهای بر پایه مدل

اغلب این روشها بر اساس شناخت مدل سری زمانی مشاهدات و پیش بینی آن بر پایه مدل انتخاب شده صورت می گیرد. الوان و رابرتز [۱۰]، مونتگومری و فرایدمن [۱۲]، و مونتگومری ومستر انجلو [۱] برای مقابله با خود همبستگی روشهای بر پایه مدل ارائه دادند. یاشکین [۱۳] و واردل و همکاران [۱۴] به ترتیب نمودارهای CUSUM و نمودارهای تغییر یافته EWMA را برای مقابله با خود همبستگی پیشنهاد نمودند.

الگوریتم زیر یکی از روشهای بر پایه مدل مقابله با خود همبستگی را بیان می کند:

۱- با استفاده از مشاهدات الگوی سری زمانی را تشخیص دهید.

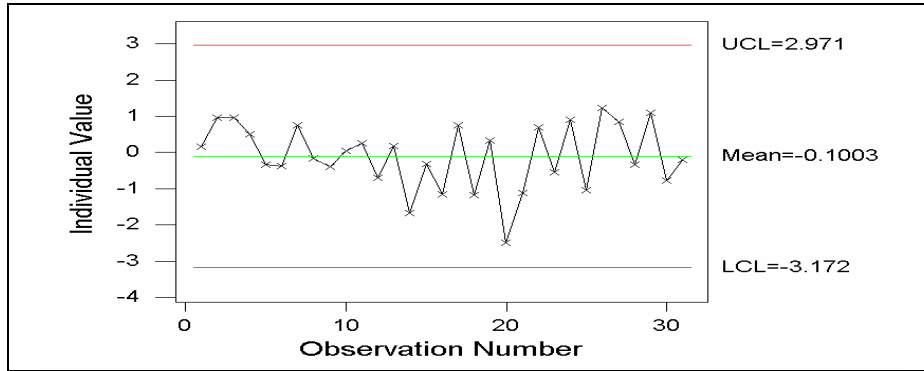
۲- با استفاده از مدل بدست آمده در مرحله قبل پیش بینی را برای هر مشاهده انجام دهید.

۳- خطای هر پیش بینی را بدست آورید  $e_i = X_i - \hat{X}_i$

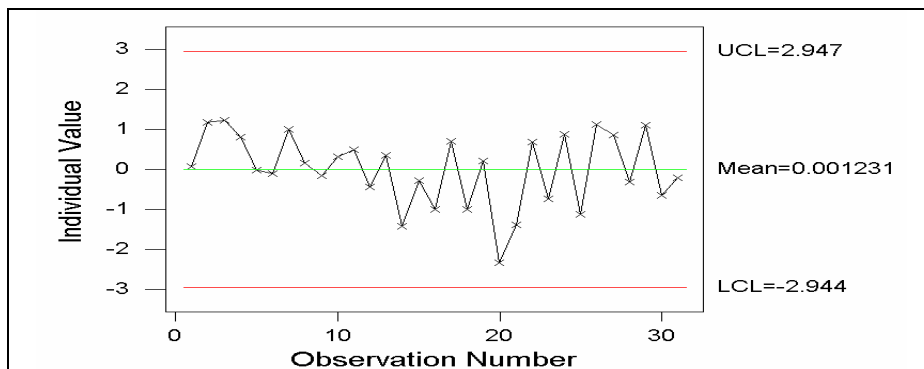
۴- خطاهای به دست آمده از هم مستقل بوده و قابل ترسیم بر روی نمودار X می باشد  $(e_i \sim N(0, \sigma^2))$

نمودار ۸ و ۹ به ترتیب نمودار مشاهدات انفرادی را برای خطاها نشان می دهد. همانطور که ملاحظه می شود، نمودارهای جدید به علت استقلال خطاها ایراد نمودارهای قبل را نداشته و فرایند را تحت کنترل نشان می دهد.





نمودار ۸ - نمودار X برای خطای پیش بینی (همبستگی مثبت)



نمودار ۹ - نمودار X برای خطای پیش بینی (همبستگی منفی)

### ۳-۱-۳- روشهای بدون مدل

روشهایی که برای مقابله با خودهمبستگی نیازی به شناسایی مدل سری زمانی مشاهدات ندارند. رانگر و ویل مین [۱۵] روش Level-Crossing را پیشنهاد نمودند. این تکنیک به کمک نوعی میانگین گیری قادر است، مقدار خود همبستگی را کاهش دهد. روش نمودار کنترل قوانین تسلسل که توسط جونز و وودال [۱۶] مطرح شده است، از کارایی و سادگی بیشتری برخوردار می باشد. این روش نیز همانند روش Level-Crossing نسبت به نوع توزیع غیر حساس است.

روش میانگین غیر وزنی انباشته<sup>۱۰</sup> (UBM) به عنوان یکی از اصلی ترین روش های مستقل از مدل، شناخته شده است که توسط ویل مین و رانگر [۱۷] مطرح گردیده است. در روش WBM وزنها بر اساس پارامترهای مدل تعیین می گردند ولی در روش UBM از میانگین ساده استفاده شده است. در تحقیقات ویل مین و رانگر مقایسه ای کامل مابین این دو روش انجام پذیرفته است.

### ۳-۱-۴- استفاده از شبکه عصبی مصنوعی

در این روش الگوهای مورد نظر را به شبکه آموزش داده و سپس با استفاده از شبکه وضعیت های خارج از کنترل تشخیص داده می شود. کوک و چیو [۱۸] برای اولین بار شبکه عصبی را جهت تشخیص تغییرات در میانگین فرآیند خود همبسته مورد استفاده قرار دادند. نورالسنا و همکاران [۱۹] نیز، از شبکه عصبی در تشخیص نوع وضعیت خارج از کنترل در فرآیندهای خود همبسته استفاده نمودند.

<sup>10</sup> Unweighted Batch Mean

#### ۴- مقادیر نامناسب ARL توام نمودار X-MR

نامناسب بودن مقادیر ARL نمودار MR، بر روی ARL توام دو نمودار X-MR تاثیر نامطلوبی می‌گذارد. این اثر نامطلوب تا حدی است که استفاده از نمودار X به جای X-MR توام پیشنهاد می‌گردد (مانند نلسون [۲۰] و روئس و همکاران [۲۱]).

جدول ۲ و نمودار ۱۰ مقادیر  $ARL_{eff} = \frac{ARL \text{ Xchart}}{ARL \text{ X - MR}}$  حاصل از ۱۰۰۰۰ بار شبیه سازی را نشان می‌دهد. لازم به ذکر

است به منظور مقایسه صحیح در ابتدا با تغییر حدود کنترل نمودار X، ARL این نمودار را با ARL توام نمودار X-MR ( $ARL = 105.11$ ) برابر نموده و سپس مقایسه در حالات مختلف خارج از کنترل (تغییر در میانگین و واریانس) صورت گرفته است. که در آن  $\tau$  ضریب تغییر در واریانس  $\sigma = \tau * \sigma_0$  و  $\delta$  میزان تغییر در میانگین  $\mu = \mu_0 + \delta * \sigma_0$  را نشان می‌دهد.

مقادیر کوچکتر از یک شاخص  $ARL_{eff} = \frac{ARL \text{ Xchart}}{ARL \text{ X - MR}}$  نشان دهنده این مطلب است که نمودار کنترل X برای کنترل

میانگین و واریانس فرآیند عملکرد بهتری از نمودار توام X-MR دارد.

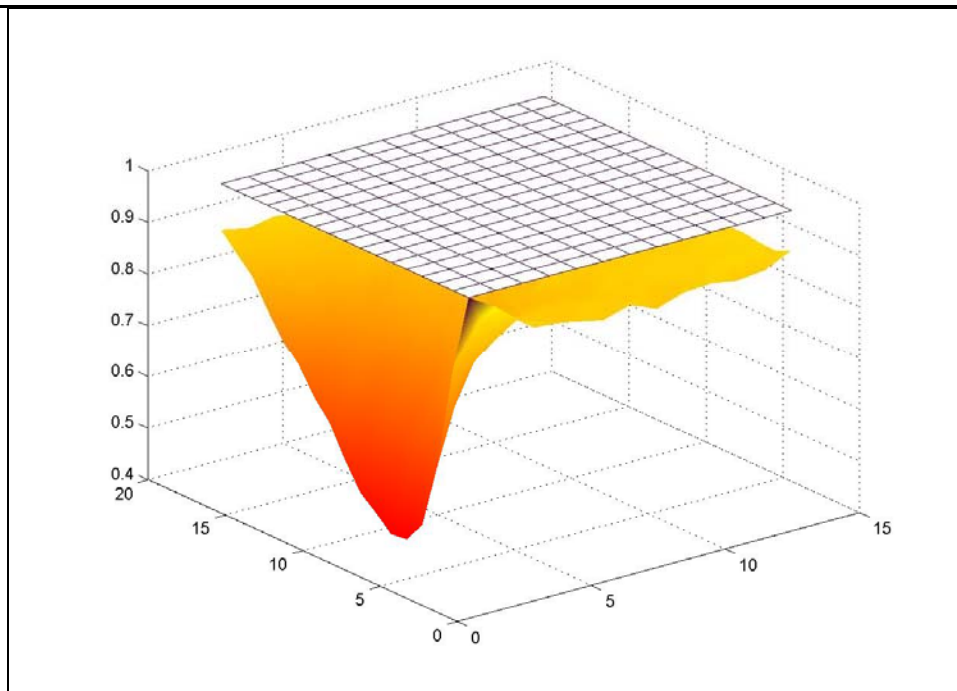
همانطور که در شکل و نمودار نیز مشخص است عملکرد نمودار X در تشخیص شیفتهای کوچک (کمتر از ۲) در حالتیکه واریانس فرآیند ثابت است بسیار بهتر از نمودار توام X-MR بوده و حتی در مواردی مقدار ARL نمودار X به نیم برابر ARL توام نمودار X-MR می‌رسد.

جدول ۲: مقادیر  $ARL_{eff}$  برای نمودار X و X-MR

تغییر در میانگین $\delta$	تغییر در واریانس $\tau$						
	۱	۱,۲۵	۱,۵	۱,۷۵	۲	۲,۲۵	۲,۵
۰	۱,۰۰۰	۱,۰۳۳	۱,۰۸۱	۱,۰۹۸	۱,۱۱۴	۱,۱۲۸	۱,۱۰۹
۰,۲۵	۱,۱۷۸	۱,۰۷۵	۱,۰۸۳	۱,۱۲۸	۱,۱۳۴	۱,۱۱۶	۱,۱۲۴
۰,۵	۱,۵۴۶	۱,۲۳۳	۱,۱۶۸	۱,۱۲۳	۱,۱۲۱	۱,۱۲۱	۱,۱۲۷
۰,۷۵	۱,۹۳۴	۱,۴۱۴	۱,۲۳۰	۱,۱۶۸	۱,۱۴۰	۱,۱۳۶	۱,۱۴۲
۱	۲,۱۰۲	۱,۵۱۹	۱,۲۸۳	۱,۲۲۵	۱,۱۶۹	۱,۱۵۳	۱,۱۴۹
۱,۲۵	۲,۱۲۰	۱,۵۴۸	۱,۳۵۲	۱,۲۴۲	۱,۱۸۳	۱,۱۶۰	۱,۱۰۹
۱,۵	۲,۰۰۰	۱,۵۶۰	۱,۳۹۴	۱,۲۵۲	۱,۲۱۰	۱,۱۶۳	۱,۱۵۳
۱,۷۵	۱,۹۰۴	۱,۵۲۵	۱,۳۴۶	۱,۲۴۷	۱,۲۰۷	۱,۱۷۲	۱,۱۵۹
۲	۱,۷۴۰	۱,۴۷۵	۱,۳۴۷	۱,۲۴۷	۱,۲۰۰	۱,۱۴۸	۱,۱۴۰
۲,۲۵	۱,۵۷۹	۱,۴۰۶	۱,۳۰۳	۱,۲۳۳	۱,۱۹۵	۱,۱۵۹	۱,۱۲۷
۲,۵	۱,۴۹۵	۱,۳۴۵	۱,۲۷۸	۱,۲۱۵	۱,۱۷۴	۱,۱۵۳	۱,۱۳۱
۲,۷۵	۱,۳۹۲	۱,۳۱۶	۱,۲۴۴	۱,۲۲۵	۱,۱۶۹	۱,۱۳۴	۱,۱۱۹
۳	۱,۳۳۲	۱,۲۴۷	۱,۲۰۱	۱,۱۶۳	۱,۱۴۱	۱,۱۴۳	۱,۱۲۹
۳,۲۵	۱,۲۵۳	۱,۱۹۴	۱,۱۶۸	۱,۱۵۹	۱,۱۳۹	۱,۱۱۰	۱,۱۲۷
۳,۵	۱,۱۷۷	۱,۱۵۷	۱,۱۵۰	۱,۱۳۵	۱,۱۲۹	۱,۱۱۴	۱,۰۹۹
۳,۷۵	۱,۱۳۶	۱,۱۳۱	۱,۱۲۸	۱,۱۱۷	۱,۱۰۹	۱,۰۹۷	۱,۱۰۰
۴	۱,۰۹۷	۱,۱۱۱	۱,۰۹۹	۱,۱۰۹	۱,۰۹۳	۱,۰۹۶	۱,۰۷۹

جدول ۲: مقادیر  $ARL_{eff}$  برای نمودار X و X-MR (ادامه)

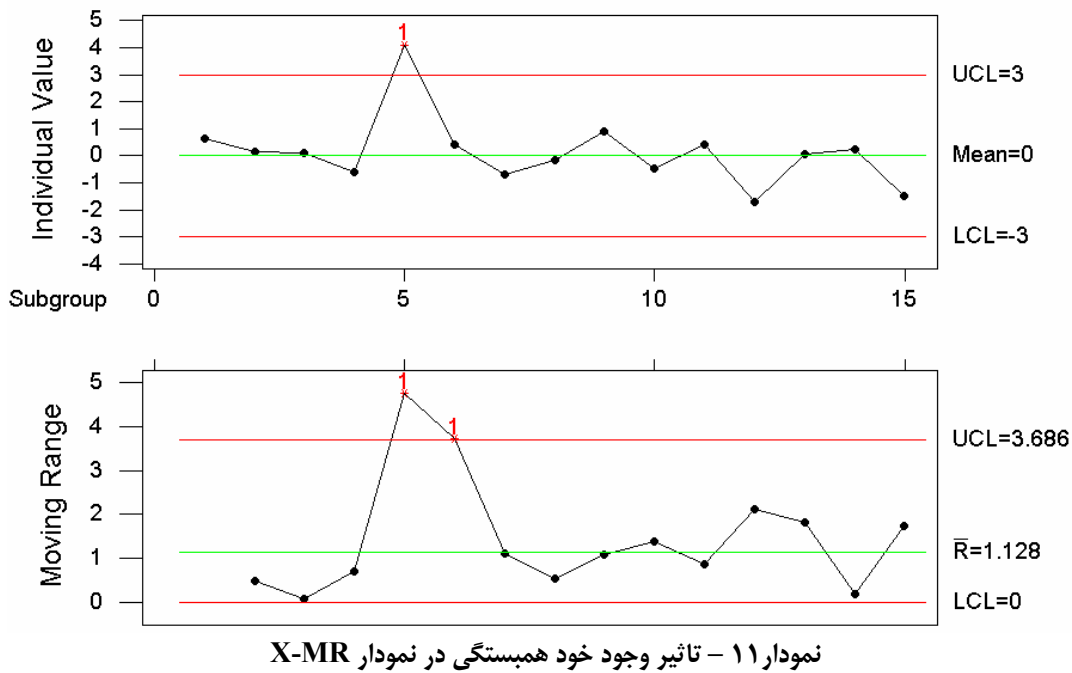
تغییر در میانگین $\delta$	تغییر در واریانس $\tau$					
	۲,۷۵	۳	۳,۲۵	۳,۵	۳,۷۵	۴
۰	۱,۱۳۶	۱,۱۱۴	۱,۱۱۰	۱,۱۲۰	۱,۱۱۴	۱,۰۸۳
۰,۲۵	۱,۱۱۸	۱,۱۳۱	۱,۱۱۷	۱,۰۹۷	۱,۰۹۴	۱,۱۰۰
۰,۵	۱,۱۲۰	۱,۱۱۷	۱,۱۰۹	۱,۱۱۴	۱,۱۰۵	۱,۱۰۰
۰,۷۵	۱,۱۱۸	۱,۱۱۶	۱,۱۰۹	۱,۱۰۹	۱,۰۹۳	۱,۰۹۴
۱	۱,۱۲۲	۱,۱۲۰	۱,۱۱۵	۱,۱۱۷	۱,۱۰۱	۱,۰۹۵
۱,۲۵	۱,۱۲۹	۱,۱۲۹	۱,۱۰۹	۱,۱۱۷	۱,۱۰۵	۱,۰۹۱
۱,۵	۱,۱۱۷	۱,۱۱۶	۱,۱۲۸	۱,۱۰۷	۱,۰۸۶	۱,۰۸۵
۱,۷۵	۱,۱۲۷	۱,۱۳۲	۱,۱۱۱	۱,۰۹۱	۱,۰۸۹	۱,۰۸۴
۲	۱,۱۳۴	۱,۱۰۹	۱,۱۰۹	۱,۰۹۹	۱,۰۹۶	۱,۰۹۵
۲,۲۵	۱,۱۲۴	۱,۱۱۱	۱,۱۰۸	۱,۱۰۲	۱,۰۹۰	۱,۰۸۲
۲,۵	۱,۱۳۰	۱,۱۲۴	۱,۱۱۲	۱,۱۰۶	۱,۱۰۰	۱,۰۸۳
۲,۷۵	۱,۱۰۳	۱,۱۰۹	۱,۱۰۲	۱,۰۹۰	۱,۰۹۹	۱,۰۷۴
۳	۱,۱۰۹	۱,۱۰۰	۱,۰۹۲	۱,۰۸۷	۱,۰۸۳	۱,۰۶۸
۳,۲۵	۱,۱۰۵	۱,۰۹۵	۱,۱۰۰	۱,۰۸۲	۱,۰۸۴	۱,۰۷۵
۳,۵	۱,۰۹۳	۱,۰۸۸	۱,۰۷۸	۱,۰۹۵	۱,۰۹۰	۱,۰۷۴
۳,۷۵	۱,۰۹۱	۱,۰۹۶	۱,۰۷۴	۱,۰۷۹	۱,۰۷۰	۱,۰۷۰
۴	۱,۰۸۷	۱,۰۷۹	۱,۰۶۹	۱,۰۷۱	۱,۰۶۸	۱,۰۶۶



نمودار ۱۰ -  $ARL_{eff}$  برای نمودار X و X-MR

### ۵- وجود خود همبستگی در مقادیر MR

با توجه به رابطه محاسبه دامنه متحرک امکان استفاده از یک مشاهده  $X_i$  در چند مقدار متوالی MR وجود دارد. این امر موجب نقض استقلال مقادیر MR شده و تفسیر نمودار MR را دشوار می‌نماید [۲۰].  
به عنوان مثال از نمودار ۱۱ که نشان دهنده نمودار X-MR یک فرآیند می‌باشد، کاملاً مشهود است که وجود یک نقطه دور افتاده در نمودار X (مشاهده پنجم) بدون تغییر خاصی در میانگین و یا واریانس فرآیند باعث دو سیگنال متوالی (نقاط چهارم و پنجم) در نمودار MR می‌گردد. دلیل آن محاسبه  $X_5$  در مقادیر  $MR_5$  و  $MR_6$  می‌باشد که باعث افزایش این مقادیر می‌گردد.



جدول ۳ مقادیر خود همبستگی MR را به ازای تاخیرها و اندازه پنجره های مختلف نمایش می‌دهد. نکته قابل توجه در این مورد افزایش میزان خود همبستگی مقادیر MR با افزایش اندازه پنجره متحرک می‌باشد، علت این امر استفاده از چند مشاهده  $X_i$  در محاسبه مقادیر متوالی MR می‌باشد. همچنین می‌توان مشاهده نمود که با افزایش تاخیرها مقادیر خود همبستگی کاهش می‌یابد.

جدول ۳ - میزان خود همبستگی بر اساس اندازه پنجره متحرک

MR5	MR4	MR3	MR2	
۰٫۷۳	۰٫۶۷	۰٫۵۶	۰٫۲۲	تاخیر ۱
۰٫۵۱	۰٫۴	۰٫۲۴	۰٫۰۶	تاخیر ۲
۰٫۳۲	۰٫۱۸	۰	۰٫۰۳	تاخیر ۳
۰٫۱۶	۰	-۰٫۰۱	-۰٫۰۳	تاخیر ۴
۰٫۰۱	-۰٫۰۱	-۰٫۰۴	-۰٫۰۱	تاخیر ۵

#### ۶- نتیجه گیری و توصیه:

در این مقاله ایرادات نمودار مشاهدات انفرادی و دامنه متحرک بیان شد که می توان نکات زیر را به عنوان نتیجه گیری و توصیه بیان نمود.

۱. تا جائیکه ممکن است از نمودار کنترل  $\bar{X} - R$  و  $\bar{X} - S$  به جای نمودار X-MR استفاده گردد.
۲. نمودار کنترل X نسبت به نرمال بودن مشاهدات حساس می باشد که برای رفع این ایراد می توان از نمودار کنترل با حدود احتمال و یا تغییر متغیر به منظور نرمال سازی مشاهدات استفاده نمود.
۳. نمودار کنترل X به شدت نسبت به استقلال مشاهدات حساس می باشد. در صورت وجود خود همبستگی در مشاهدات، بهترین اقدام حذف منشاء خود همبستگی می باشد در صورت عدم توانایی در حذف منشاء از یکی از روشهای بر پایه مدل، بدون مدل یا شبکه عصبی مصنوعی در جهت رفع مشکل خود همبستگی استفاده گردد.
۴. ARL توام نمودار X-MR نسبت به نمودار ARL نمودار X در وضعیتی که میانگین و واریانس فرآیند تغییر می کند عملکرد ضعیف تری دارد. بنابراین توصیه می گردد از نمودار X به منظور کنترل همزمان میانگین و واریانس فرآیند استفاده شود.
۵. مقادیر  $MR_i$  با توجه به اندازه پنجره متحرک دارای خود همبستگی بوده و این امر تعبیر نمودار MR را دشوار می نماید.
۶. با توجه به موارد ذکر شده در بندهای ۴ و ۵ استفاده از نمودار X به تنهایی به جای نمودار X-MR توصیه می گردد.

#### ۷- مراجع:

- [1] Montgomery, D.C; Masterangelo, C. M. "Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data", Journal of Quality Technology, Vol. 23, 1991, PP. 197-204.
- [2] Duncan, A. J. "Quality Control and Individual Statistics." 5<sup>th</sup> edition, Irwin, Inc. Homewood, IL., 1974.
- [3] Wheeler, D. J.; and Chambers, D. S. "Understanding Statistical Process Control." Statistical Process Controls Inc. Knoxville, TN, 1986.
- [4] Wetherill, G. B., and D. W. Brown. "Statistical Process Control: Theory and Practice," Chapman and Hall, New York, 1991.
- [5] Montgomery, D.C. "Introduction to statistical Quality Control", 5th ed. John Wiley & Sons, New York, NY., 2005.
- [6] Schilling, E.G. and Nelson, P.R. "The Effect of Non-Normality on the Control Limits of X Charts". Journal of Quality Technology 8, 1976, pp.183-188.
- [7] Quesenberry, C. P. "Geometric Q Charts for High Quality Processes" Journal of Quality Technology, vol. 27, 1995.
- [8] Box, G.E.P. and Cox, D.R. "An Analysis of Transformations" Journal of the Royal Statistical Society, Series B 26, 1964, pp.211-246.
- [9] Maragah, H.D. and Woodall, W.H. "The Effect of Autocorrelation on the Retrospective X-Chart", Journal of Statistical Computation and Simulation 40, 1992, pp. 29-42.
- [10] Alwan, L. and Roberts, H.V. "Time Series Modeling for Statistical Process Control". Journal of Business & Economic Statistics 6, 1988, pp. 87-95.
- [11] Montgomery, D. C; Woodall, W. H. "A discussion on statistically-based process monitoring and control", Journal of Quality Technology, Vol. 29(3), 2000, PP. 121-162.



- [12] Montgomery, D.C.; Friedman, D.J. "*Statistical Process Control in Computer Integrated Manufacturing.*" In *Statistical Process Control in Automated Manufacturing*; Keats, J. B., Hubele, N. F., Eds; Marcel Dekker; New York, 1989.
- [13] Yashchin, E. "performance of CUSUM control schemes for serially correlated observations." *Technometrics*, Vol 35(1), 1993, pp. 37-52.
- [14] Wardell, D.G.; Moskowitz, H.; Plante, R.D. "*Run length distributions of residual control chart for autocorrelated processes*", *Journal of Quality Technology* Vol 26(4), 1994, PP. 308-317.
- [15] Willemain, T.R.; Runger, G.C., "*Statistical Process Control by Level Crossing*", *Journal of Statistical Computational and Simulation*, Vol 51, 1994, pp. 7-20.
- [16] JONES, A.; WOODALL, W.H. "*A Runs Rule Alternative to Level Crossings in Statistical Process Control*", 1997.
- [17] Runger, G.C.; Willemain, T.R. "*Model-based and model - free control of autocorrelated processes*", *Journal of Quality Technology*, Vol. 27(4), 1995, PP. 283-292.
- [18] Cook, D.F.; Chiu, C.C. "*Using radial basis functions neural networks to recognize shifts in correlated manufacturing process parameters*", *IIE Transactions*, Vol 30, 1998, PP.227-234.
- [19] Noorossana, R.; Farrokhi, M.; and Saghaei, A. "*Using Neural Networks to Detect and Identify Out-of-Control Signals in Autocorrelated Processes*", *Journal of Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 19, 2003, pp 493-504,.
- [20] Nelson , L.S. "*Control Chart for Individual Measurements*" . *Journal of Quality Technology* 14, 1982, pp. 172-173.
- [21] Roes, K.C.B.; Does. J. M. M. ; and Schurink, Y. "*Shewhart-Type Control Charts for Individual Observations*". *Journal of Quality Technology* 25, 1993, pp. 188-198.