محاسبات تکاملی و روشهای رتبه بندی فازی برای حل برنامه ریزی کسری خطی فازی

بهروز علی زاده
دانشگاه صنعتی سهند تبریز – دانشکده علوم پایه مهندسی
alizadeh@sut.ac.ir
فهیمه باروقی
دانشگاه آزاد اسلامی واحد بناب - گروه ریاضی
fahimeh22454@yahoo.com
علاءالدین ملک
دانشگاه تربیت مدرس – بخش ریاضیات کاربردی
mala@modares.ac.ir

واژه های کلیدی

برنامه ریزی کسری فازی، رتبه بندی فازی، الگوریتمهای تکاملی

چکیده

در این مقاله هدف ما این است که روشهایی را برای بدست آوردن جواب یک مدل برنامه ریزی کسری خطی ارائه نماییم که پارامترهای موجود در محدودیت های آن اعداد فازی مثلثی می باشند. برای این منظور ابتدا با بکارگیری دو روش رتبه بندی فازی جهت ارزیابی نامساویهای فازی در محدودیتهای مسئله، مدل برنامه ریزی کسری خطی فازی به مدل برنامه ریزی ریاضی قطعی تبدیل می شود. چون هیچ روش موثر و دقیقی برای حل این نوع مسائل برنامه ریزی ریاضی متناظر وجود ندارد، لذا یک الگوریتم استراتژی تکامل طراحی می گردد که بر پایه عملیات برازش تابع هدف کسری، ترکیب متقابل, باز ترکیب میانی تعمیم یافته، جهش و گزینش $(\mu+\lambda)$ استوار می باشد. این الگوریتم یک روش جستجوی تصادفی مستقیم بوده و همواره قادر است دنباله ای از جوابهای شدنی مسئله برنامه ریزی کسری خطی فازی را تولید نماید که به جواب بهین مسئله میل می نماید. در نهایت یک مثال عددی را توسط روشهای ارائه شده در مقاله حل کرده و نتایج حاصل را نمایش می دهیم .

۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردهای عملی مانند مسائل امتزاج (مخلوط کردن)، مسائل زمان بندی ترابری، خط مشی بهینه برای زنجیرهای مارکف، حساسیت مسائل برنامه ریزی خطی، بهینه سازی نسبتهایی از معیارها در مقایسه با بهینه سازی هر یک از معیارها مفیدتر و موثرتر خواهد بود[۱]. برای مطالعه بازده نسبی در زمینه های مختلف مانند آموزش، اداره بیمارستان، واحد های تعمیر و نگهداری سیستم، شعبات بانکی و غیره مدل برنامه ریزی کسری خطی بطور موثر چنین مسائلی را حل می کند [۲]. ادبیات تحقیقی کاربردهای وسیعی از برنامه ریزی کسری را آشکار می سازد, بطوریکه این کاربردها در مسائل مختلفی از تحقیق در عملیات مانند: حمل و نقل، تولید، مسائل مالی، تئوری مکان، فرآیندهای تصادفی، برنامه های تجدید مارکف، تئوری اطلاعات، جبر خطی کاربردی، برنامه ریزی کلان، تئوری بازی و غیره ظاهر می شود[۳,۴,۵]. روشهای مختلفی برای بدست آوردن جواب مسائل برنامه ریزی کسری تا بحال ارائه شده است که برای مطالعه آنها می توانید به [۶,۷,۸,۹] مراجعه نمایید. در حالت کلی یک مسئله برنامه ریزی کسری خطی بصورت زیر تعریف می شود:

$$\text{Maximize}\ \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \alpha}{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta}$$

$$\begin{aligned} \text{subject to:}\ & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad ; \quad 1 \le i \le m \qquad \text{(LFP)} \qquad (۱) \\ & x_j \ge 0 \qquad ; \quad 1 \le j \le n \end{aligned}$$

بطوریکه a_{ij}، b_i، x_j، α و β اعداد حقیقی می باشند.

چون برای بعضی از مقادیر $x = (x, \ldots, x_n)$ مقدار $\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta$ ممکن است برابر صفر گردد, لذا برای جلوگیری از وقوع چنین حالتی فرض کنید مسئله (LFP) در شرط زیر صدق نماید:

$$(x_j \ge 0, \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i) \Rightarrow \sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta \ne 0 \quad ; \ i = 1, \ldots, m \ , \ j = 1, \ldots, n$$

در مسائل تصمیم گیری دنیای واقعی، یک تصمیم گیرنده همیشه بطور دقیق مقادیر پارامترها را نمی داند و این ابهام و عدم قطعیت ممکن است از نوع احتمالی نباشد, در چنین وضعیتی همواره تصمیم گیرنده می تواند عدم قطعیت را در مفهوم پارامترهای فازی نمایش دهد [۱۰,۱۱]. با توجه به این موضوع، اگر در مسئله برنامه ریزی کسری خطی (LFP), پارامترهای موجود در محدودیتها از عدم قطعیت برخوردار بوده و در قالب اعداد فازی باشند، در این صورت مدل برنامه ریزی کسری خطی فازی زیر را خواهیم داشت:

$$\text{Maximize}\ \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \alpha}{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta}$$

$$\begin{aligned} \text{subject to :}\ & \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \le \tilde{b}_i \quad ; \quad 1 \le i \le m \qquad \text{(FLFP)} \qquad (۲) \\ & x_j \ge 0 \qquad ; \quad 1 \le j \le n \end{aligned}$$

بطوریکه $\tilde{b}_i$، $\tilde{a}_{ij}$ اعداد فازی مثلثی و c_j, d_j, α و β اعداد حقیقی بوده و مسئله برنامه ریزی کسری خطی فازی(FLFP) باید در شرط زیر صدق نماید:

$$(x_j \geq 0, \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i) \Rightarrow \sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta \neq 0 \quad ; \; i = 1,...,m \; , \; j = 1,...,n$$

از آنجائیکه در مسئله برنامه ریزی (FLFP) ، پارامترهای موجود در محدودیتها اعداد فازی هستند, لذا برای ارزیابی درستی نامساویها در محدودیتهای مسئله باید از روشهای رتبه بندی فازی استفاده شود. در ادبیات تحقیقی روشهای زیادی برای رتبه بندی فازی ارائه شده است [۱۲]. چون هیچ روش رتبه بندی جامع و دقیق برای ارزیابی نامساوی فازی پذیرفته نشده است, لذا با توجه به نظر تصمیم گیرنده هر یک از آنها می توانند در حل مسائل بهینه سازی فازی مورد استفاده قرار گیرند.

در این مقاله در بخش ۲ به معرفی دو نوع روش رتبه بندی فازی می پردازیم که برای ارزیابی نامساویهای فازی در محدودیتهای مسئله (FLFP)مورد استفاده قرار می گیرند. در بخش ۳ با بکارگیری روشهای رتبه بندی فازی ارائه شده, مسئله برنامه ریزی کسری خطی فازی(FLFP) به مسئله برنامه ریزی ریاضی قطعی غیر خطی تبدیل می گردد. در بخش ۴ یک الگوریتم استراتژی تکامل طراحی می شود که قادر است دنباله ای از جوابهای شدنی را تولید نماید که به جواب بهین مسئله (FLFP) میل می نماید. در بخش ۵ یک مثال عددی ارائه شده و با استفاده از روشهای مذکور حل می گردد. بخش ۶ به نتیجه گیری مقاله می پردازد.

۲- روشهای رتبه بندی فازی

در این بخش دو نوع روش رتبه بندی فازی معرفی می گردد که جهت ارزیابی نامساویهای فازی در محدودیت های مسئله برنامه ریزی کسری خطی فازی (FLFP) مورد استفاده قرار می گیرند.

۲-۱- روش اول

این روش ارزیابی، توسط کری (Kerre) [۱۲] ارائه شده است که بر اساس تعریف ماکزیمم فازی و فاصله همینگ (Hamming) بین دو عدد فازی استوار می باشد.

تعریف۱: اگر $\tilde{M}$ و $\tilde{N}$ دو عدد فازی با توابع عضویت $\tilde{M}(x)$ و $\tilde{N}(x)$ باشند آنگاه ماکزیمم بین آنها یک عدد فازی $m\tilde{a}x$ با تابع عضویت زیر خواهد بود:

$$m\tilde{a}x(z) = \sup\left\{\min\left(\tilde{M}(x), \tilde{N}(x)\right)\right\}$$
$$z = \max(x, y)$$

تعریف۲: اگر $\tilde{M}$ و $\tilde{N}$ دو مجموعه فازی با توابع عضویت $\tilde{M}(x)$, $\tilde{N}(x)$ باشند, فاصله همینگ بین این دو مجموعه که با نماد $d(\tilde{M}, \tilde{N})$ نشان داده می شود, عبارت است از:

- اگر $\tilde{M}$ و $\tilde{N}$ دو مجموعه فازی گسسته باشند:

$$d(\tilde{M}, \tilde{N}) = \sum_{i=1}^{k} \left|\tilde{M}(x_i) - \tilde{N}(x_i)\right|$$

بطوریکه k تعداد نقاط مجموعه های فازی $\tilde{M}$ و $\tilde{N}$ است.

- اگر $\tilde{M}$ و $\tilde{N}$ دو مجموعه فازی پیوسته باشند:

$$d(\tilde{M}, \tilde{N}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\tilde{M}(x) - \tilde{N}(x)\right) dx$$

اکنون با توجه به تعاریف ۱ و۲, اگر $\tilde{M}$ و $\tilde{N}$ دو عدد فازی باشند آنگاه نامساوی $\tilde{M} \leq \tilde{N}$ دارای ارزش درست است اگر و فقط اگر

$$d(\tilde{N}, \tilde{max}(\tilde{M}, \tilde{N})) \le d(\tilde{M}, \tilde{max}(\tilde{M}, \tilde{N}))$$

۲-۲- روش دوم

این روش که بوسیله چن (Chen) [۱۲] معرفی شده است برای رتبه بندی دو عدد فازی مثلثی مورد استفاده قرار می گیرد دو عدد فازی مثلثی $\tilde{M} = (m_1, m_2, m_3)$ و $\tilde{N} = (n_1, n_2, n_3)$ را در نظر بگیرید. یک ماکزیمم فازی $\widetilde{fuzzy}\max$ و یک می نیمم فازی $\widetilde{fuzzy}\min$ که هر دو عدد فازی مثلثی هستند ، بصورت زیر تعریف نمایید:

$$x_{min} = \min(n_1, m_1) \quad , \quad x_{max} = \max(n_3, m_3)$$

$$\widetilde{fuzzy}\min(x) = \begin{cases} \dfrac{(x - x_{max})^k}{(x_{min} - x_{max})^k} & ; \ x_{min} \le x \le x_{max} \quad , k > 0 \\ 0 & ; else \end{cases}$$

$$\widetilde{fuzzy}\max(x) = \begin{cases} \dfrac{(x - x_{min})^k}{(x_{max} - x_{min})^k} & ; \ x_{min} \le x \le x_{max} \quad , k > 0 \\ 0 & ; else \end{cases}$$

اکنون دو نمره $M_R(.)$ و $M_L(.)$ را برای اعداد فازی $\tilde{M}$ و $\tilde{N}$ بصورت زیر تعریف کنید:

$$M_R(\tilde{M}) = \sup_x(\min(\widetilde{fuzzy}\max(x), \tilde{M}(x)))$$
$$M_L(\tilde{M}) = \sup_x(\min(\widetilde{fuzzy}\min(x), \tilde{M}(x)))$$

به همین ترتیب:

$$M_R(\tilde{N}) = \sup_x(\min(\widetilde{fuzzy}\max(x), \tilde{N}(x)))$$
$$M_L(\tilde{N}) = \sup_x(\min(\widetilde{fuzzy}\min(x), \tilde{N}(x)))$$

حال نمره نهایی $U_T(.)$ را بصورت زیر تعریف نمایید:

$$U_T(\tilde{M}) = \frac{1}{2}(M_R(\tilde{M}) + (1 - M_L(\tilde{M})))$$
$$U_T(\tilde{N}) = \frac{1}{2}(M_R(\tilde{N}) + (1 - M_L(\tilde{N})))$$

اکنون می توان گفت که $\tilde{M} \le \tilde{N}$ اگر و فقط اگر

$$U_T(\tilde{M}) \le U_T(\tilde{N})$$

۳- مدل برنامه ریزی ریاضی قطعی

در این بخش با بکارگیری دو روش رتبه بندی فازی ارائه شده در بخش ۲ ، مسئله برنامه ریزی کسری خطی (FLFP) به مدل برنامه ریزی ریاضی قطعی هم ارز تبدیل می شود.بنابر این اگر در مسئله (FLFP)، $\tilde{E}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j$ آنگاه طبق اصل گسترش [۱۰،۱۱]، $\tilde{E}_i$ یک عدد فازی مثلثی بوده و مسئله (FLFP) بصورت زیر نوشته می شود:

$$\text{Maximize}\ \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \alpha}{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta}$$
$$\text{subject to:}\ \tilde{E}_i \le \tilde{b}_i \quad ; \quad 1 \le i \le m$$
$$x_j \ge 0 \quad ; \quad 1 \le j \le n \tag{۳}$$

و مسئله (۳) باید در شرط زیر صدق نماید:

$$(x_j \ge 0 \quad \& \quad \tilde{E}_i \le \tilde{b}_i) \Rightarrow \sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta \ne 0 \quad ; \ i = 1,\dots,m \ , \ j = 1,\dots,n \tag{۴}$$

اکنون با بکارگیری روش اول رتبه بندی فازی, مسئله برنامه ریزی کسری خطی فازی (۳) به مسئله برنامه ریزی ریاضی هم ارز زیر تبدیل خواهد شد:

$$\text{Maximize}\ \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \alpha}{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta} \tag{۵}$$
$$\text{subject to:}\ d(\tilde{b}_i, \tilde{\max}(\tilde{E}_i, \tilde{b}_i)) \le d(\tilde{E}_i, \tilde{\max}(\tilde{E}_i, \tilde{b}_i)) \quad ; \quad 1 \le i \le m$$
$$x_j \ge 0 \quad ; \quad 1 \le j \le n$$

همچنین اگر از روش دوم رتبه بندی فازی استفاده شود آنگاه مسئله برنامه ریزی کسری خطی فازی(۳) به مدل برنامه ریزی ریاضی زیر تبدیل خواهد شد:

$$\text{Maximize}\ \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \alpha}{\sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta}$$
$$\text{subject to:}\ U_T(\tilde{E}_i) \le U_T(\tilde{b}_i) \quad ; \quad 1 \le i \le m \tag{۶}$$
$$x_j \ge 0 \quad ; \quad 1 \le j \le n$$

بعلاوه اگر Ω فضای جواب مسئله (۵) یا (۶) باشد آنگاه باید شرط زیر برقرار باشد:

$$(x_1,\dots,x_n) \in \Omega \Rightarrow \sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta \ne 0 \quad ; \ i = 1,\dots,m \ , \ j = 1,\dots,n \tag{۷}$$

چون هیچ روش مؤثری در ادبیات تحقیقی وجود ندارد که قادر باشد بطور دقیق جواب بهین مسائل برنامه ریزی ریاضی (۵) و(۶) با شرط(۷) را پیدا کند ، لذا از الگوریتم های استراتژی تکامل که یک روش جستجوی تصادفی مستقیم قدرتمند می باشد ، برای یافتن مقادیر تقریبی جوابهای بهین مسئله استفاده می کنیم.

۴- طراحی الگوریتم تکاملی

در اکثر موارد حل مسائل پیچیده بهینه سازی به ویژه موقعی که بصورت یک مدل برنامه ریزی غیر خطی می باشند ، بدست آوردن جواب بهینه بوسیله تکنیکهای بهینه سازی مرسوم [۱۳,۷] بسیار مشکل می باشد. لذا از سال ۱۹۶۰ میلادی علاقه وافری به تقلید از موجودات زنده برای حل مسائل سخت بهینه سازی بوجود آمده است بطوریکه نتایج شبیه سازی روندهای طبیعی توارث در بدن موجودات زنده در تکنیکهای بهینه سازی تصادفی ، الگوریتمهای تکاملی نامیده می شود. امروزه سه شاخه عمده از الگوریتمهای تکاملی بنام الف) الگوریتمهای ژنتیک ب) الگوریتمهای برنامه ریزی تکاملی ج) الگوریتمهای استراتژی تکامل وجود دارد [۱۴].

صرف نظر از ویژگیهای خاص الگوریتمهای تکاملی ، همه آنها در روند محاسباتی بصورت زیر عمل می کنند:

- بصورت تصادفی جمعیت اولیه ای از نقاط فضای جستجو را تشکیل دهید.
- برازندگی هر عضو جمعیت را توسط تابع برازش محاسبه نمایید.
- از اعضاء جمعیت فرزندانی را بوجود آورید.
- برازندگی فرزندان را محاسبه کنید.
- بر اساس برازندگی, جمعیت نسل بعد را انتخاب نمایید.
- به مرحله ۳ بروید مگر اینکه الگوریتم خاتمه یابد.

عملیات عمده تشکیل دهنده تمامی الگوریتمهای تکاملی، عمل برازش، عمل باز ترکیب و عمل جهش و عمل گزینش می باشد. بنابراین اگر در یک الگوریتم تکاملی، اعضاء جمعیت آرایه های هم اندازه بعنوان فرد همنوع بوده و تولید نسل جدید بطور عمده از طریق عمل باز ترکیب و جهش و با استفاده از انحراف گوسی در افراد انجام پذیرد آنگاه این الگوریتم بنام استراتژی تکامل خوانده می شود[۱۴]. در این بخش یک الگوریتم استراتژی تکامل برای حل مسائل برنامه ریزی ریاضی (۵) و (۶) طراحی می گردد که قادر است دنباله ای از جوابهای شدنی را تولید کند که به جواب بهین مسئله نماید.

الگوریتم ES

۱- بطور تصادفی جمعیت آغازین μ عضوی که مؤلفه های آن بردارهای تصمیم n تایی بصورت $\vec{x} = (x_1,\ldots,x_n) \in R^n$ و یک بردار اولیه $\vec{\sigma} = (\sigma_1,\ldots,\sigma_n) \in R^n$ بعنوان بردار سرعت جهش است ، ایجاد نمایید بطوریکه $\vec{x}$ در شرط زیر صدق نماید:

$$\vec{x} \in \Omega \quad \& \quad \sum_{j=1}^{n} d_j x_j + \beta \neq 0 \quad ; \quad j = 1,\ldots,n \tag{۸}$$

اگر $p_j = x_j$ در این صورت هر یک از افراد جمعیت برداری شامل بردار تصمیم $\vec{P}$ و بردار سرعت جهش $\vec{\sigma}$ بصورت زیر خواهد بود:

$$\vec{\Pi} = (\vec{P}, \vec{\sigma}) = (p_1,\ldots,p_n,\sigma_1,\ldots,\sigma_n) \in R^{2n}$$

برای بدست آوردن جمعیت اولیه مناسب بردارهای تصمیم $\vec{x}$ را نزدیک به جواب مسئله برنامه ریزی خطی قطعی هم ارز در نظر بگیرید به شرط آنکه شرط (۸) برقرار باشد.

(عمل ترکیب متقاطع)

۲- از بین جمعیت والد μ عضوی, دو عضو $\vec{\Pi}^{old_1}$ و $\vec{\Pi}^{old_2}$ را بعنوان والدین و بطور تصادفی انتخاب نمایید.

۳- بطور تصادفی عدد γ را بعنوان تعداد نقاط ترکیب متقاطع از مجموعه $\{1,\ldots,n\}$ انتخاب نمایید.

۴- γ نقطه ترکیب متقاطع c_i $(1 \le i \le \gamma)$ را بطور تصادفی از مجموعه $\{1,\ldots,n\}$ اختیار کنید.

۵- عمل ترکیب متقاطع را روی دو عضو $\vec{\Pi}^{old_1}$ و $\vec{\Pi}^{old_2}$ انجام دهید.

(عمل باز ترکیب)

۶- بطور تصادفی یک عدد $\alpha \in [0,1]$ را بطور یکنواخت انتخاب کنید.

۷- بازای $i = 1,\ldots,n$ ، $p_i^{temp}, \sigma_i^{temp}$ را بعنوان مؤلفه های فرزند موقتی بصورت زیر بدست آورید:

$$p_i^{temp} = p_i^{old_1} + \alpha \times (p_i^{old_2} - p_i^{old_1})$$
$$\sigma_i^{temp} = \sigma_i^{old_1} + \alpha \times (\sigma_i^{old_2} - \sigma_i^{old_1})$$

۸- عضو $\vec{P}^{temp}$ را در صورتی که $\vec{P}^{temp} = (p_1^{temp},...,p_n^{temp})$ در شرط (۸) صدق نماید وارد نسل موقتی نمایید. در غیر این صورت عمل باز ترکیب را تا زمانی روی اعضای جمعیت والد μ عضوی انجام دهید تا تعداد λ عضو بعنوان فرزندان موقتی تولید شود.

(عمل جهش)

۹- بازای $i = 1,...,n$ مؤلفه های سرعت σ_i^{new} را از رابطه زیر بدست آورید:

$$\sigma_i^{new} = \sigma_i^{temp} \times \exp(\tau'.N(0,1) + \tau.N_i(0,1))$$
$$\tau = \left(\sqrt{2\sqrt{n}}\right)^{-1} \qquad , \qquad \tau' = \left(\sqrt{2n}\right)^{-1}$$

بطوریکه $N(0,1), N_i(0,1)$ اعداد تصادفی نرمال استاندارد می باشند.

۱۰- بازای $i = 1,...,n$ مؤلفه های p_i^{new} را بصورت زیر بدست آورید.

$$p_i^{new} = p_i^{temp} + \sigma_i^{new} \times N_i(0,1)$$

۱۱- اگر عضو جدید $\vec{P}^{new} = (p_1^{new},...,p_n^{new},\sigma_1^{new},...,\sigma_n^{new})$ در شرط (۸) صدق نماید آنگاه آن عضو بعنوان یک فرزند شناخته می شود. در غیر این صورت عمل جهش را روی $\vec{P}^{temp}$ تا زمانی انجام دهید که فرد تولید شده در شرط (۸) صدق نماید.

(عمل برازش و گزینش)

۱۲- تابع برازش را برای ارزیابی جمعیت والد μ عضوی و فرزندان λ عضوی بصورت زیر تعریف کنید.

$$\varphi(\vec{P}) = \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j p_j + \alpha}{\sum_{j=1}^{n} d_j p_j + \beta}$$

مقدار تابع برازش را بازای تمامی اعضای جمعیت والد μ عضوی و جمعیت فرزندان λ عضوی محاسبه نمایید.

۱۳- با توجه به اینکه گزینش از نوع $(\mu + \lambda)$ است, لذا از بین جمعیت والد و فرزندان تعداد μ فرد را که بهترین مقدار برازندگی را دارند بعنوان جمعیت نسل بعد انتخاب نمایید .

(معیار ختم الگوریتم)

۱۴-با فرض اینکه افراد $\vec{P}^k$, $(1 \le k \le \mu)$ اعضای جمعیت والد باشد آنگاه این الگوریتم تا زمانی ادامه دهید که معیار توقف زیر برقرار گردد:

$$\max\{\varphi(\vec{P}^j) \mid 1 \le j \le \mu\} - \min\{\varphi(\vec{P}^i) \mid 1 \le i \le \mu\} \le \varepsilon$$

یا اینکه بعد از تعداد تکرار معینی به اجرای الگوریتم خاتمه می دهید.

۵- مثال عددی

مدل برنامه ریزی کسری خطی فازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Maximize } Z = \frac{x_1 + 3x_2 + 3}{2x_1 + x_2 + 1}$$

$$\begin{aligned} \text{subject to: } & \tilde{2}x_1 + \tilde{1}x_2 \le \tilde{10} \\ & \tilde{1}x_1 + \tilde{1}x_2 \le \tilde{8} \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

بطوریکه توابع عضویت پارامترهای فازی بصورت زیر داده شده است:

$$\mu_{\tilde{1}}(x) = \begin{cases} x & ;\ 0 \le x \le 1 \\ 3 - 2x & ;\ 1 \le x \le 3/2 \\ 0 & ;\ \text{else} \end{cases} \qquad \mu_{\tilde{2}}(x) = \begin{cases} x - 1 & ;\ 1 \le x \le 2 \\ 3 - x & ;\ 2 \le x \le 3 \\ 0 & ;\ \text{else} \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{8}}(x) = \begin{cases} x - 6 & ;\ 7 \le x \le 8 \\ \dfrac{12 - x}{3} & ;\ 8 \le x \le 12 \\ 0 & ;\ \text{else} \end{cases} \qquad \mu_{\tilde{10}}(x) = \begin{cases} x - 9 & ;\ 9 \le x \le 10 \\ \dfrac{15 - x}{4} & ;\ 10 \le x \le 15 \\ 0 & ;\ \text{else} \end{cases}$$

نتایج حاصل از بکارگیری الگوریتم استراتژی تکامل برای حل دو مسئله برنامه ریزی قطعی متناظر این مثال عددی بازای مقادیر مختلف بردار سرعت جهش اولیه ، اندازه جمعیت والد ، اندازه جمعیت فرزندان و تعداد تکرار الگوریتم در جداول ۱و ۲ نمایش داده شده است.

اندازه جمعیت والد μ	اندازه جمعیت فرزندان λ	بردار سرعت جهش اولیه σ	تعداد تکرار الگوریتم n	x^*_1	x^*_2	Z^*
10	15	(0.1,0.1)	15	2.50	4.15	1.77
15	20	(0.1,0.1)	20	1.65	5.75	2.09
20	30	(0.1,0.2)	25	0.10	9.20	2.95

جدول۱: نتایج حل مثال عددی توسط الگوریتم ES با بکارگیری روش اول رتبه بندی فازی

اندازه جمعیت والد μ	اندازه جمعیت فرزندان λ	بردار سرعت جهش اولیه σ	تعداد تکرار الگوریتم n	x^*_1	x^*_2	Z^*
10	15	(0.1,0.1)	15	2.25	3.49	1.75
15	20	(0.1,0.1)	20	1.75	4.30	2.01
20	30	(0.1,0.2)	25	0.62	6.22	2.62

جدول۲ : نتایج حل مثال عددی توسط الگوریتم ES با بکارگیری روش دوم رتبه بندی فازی

۶- نتیجه گیری

در این مقاله یک مسئله برنامه ریزی کسری خطی که پارامترهای موجود در محدودیتهای آن اعداد فازی مثلثی بودند را در نظر گرفتیم . برای ارزیابی نامساوی فازی در محدودیتها, از دو روش رتبه بندی فازی ارائه شده توسط Kerre و Chen استفاده کرده و مسئله برنامه ریزی کسری خطی فازی را به مسئله برنامه ریزی ریاضی قطعی هم ارز تبدیل نمودیم. از آنجائیکه هیچ روش دقیق و مشخصی برای بدست آوردن جواب بهین این نوع مسائل برنامه ریزی ریاضی در ادبیات تحقیقی وجود ندارد ، لذا یک الگوریتم استراتژی تکامل طراحی کردیم که قادر است دنباله ای از جوابهای شدنی را تولید نماید که به جواب بهین مسئله میل نماید. در نهایت اینکه برای ارزیابی نامساویهای فازی در محدودیتها می توان سایر روشهای رتبه بندی فازی را استفاده نموده و با بکارگیری الگوریتم استراتژی تکامل ESجواب بهین مسئله برنامه ریزی کسری خطی فازی (FLFP) را بدست آورد.

مراجع

[1] Craven B.D., *Fractional programming*, Berlin, Heldermann Verlag, 1988.

[2] Charnes A., Cooper W.W., Rohdes E., Measuring efficiency of Decision Making Units, *European J.Oper.Res*.,2 (1978) 424-449.

[3] Gilmore P.C., Gomorg R.E., A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem- II, *Oper.Res*.,11 (1963) 863-888.

[4] Schaible S., Fractional Programming I: Duality, *Manage.Sci*., 22 (1976) 658-667.

[5] Schaible S., *Analyse and Anwendungen Von Quotientenprogrammen*,Verlag Anton Hain, Meisenheim am Glan,1978.

[6] Charnes A., Cooper W.W., Programming with Linear Fractional Functionals, *Nav.Res.Logistics.Quart*., 9 (1962) 181-186.

[7] Bazaraa M.S.,*Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, New York, John Wiely,1979.

[8] Zionts S., Programming with Linear Fractional Functionals, *Nav.Res.Logistics.Quart*., 15 (1968) 449-451.

[9] Bitran G.R., Novaes A.G., Linear Programming with a Fractional Objective Function, *Oper.Res*., 21 (1973) 22-29.

[10] Klir G.J., Yuan B., *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic:Theory and Applications*, Upper Saddle River,Prentice Hall,1995.

[11] Zimmermann H.-J., *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Norwell, MA, Kluwer Academic, 1991.

[12] Chen S.-J., Hwang C.-L.,*Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Berlin-Heidelberg, Springer Verlag, 1992.

[13] Bazaraa M.-S, Jarris J.-J., Sherali H.-D, *Linear Programming and Network Flows*, New York, John Wiley, 1990.

[14] Back T., *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms*, New York, Oxford University Press, 1996.