طراحی یک الگوریتم جدید برای مساله کوتاهترین مسیر با داده های فازی در شبکه

[1]ایرج مهدوی ، [۲]راحله نوری فر ، [3]ارمغان حیدرزاده ، [4]سید میثم عمادی

چکیده:

مساله کوتاهترین مسیر از بنیادی ترین و شناخته شده ترین مسائل بهینه سازی ترکیباتی و تئوری شبکه به شمار می رود ، که دردهه گذشته به خاطر کاربرد های فراوان آن در مسیر یابی ، مخابرات ، حمل و نقل، زمانبندی و ... توجه بسیاری از محققان را به خود جلب نموده است . در یک مساله کلاسیک، مسیر با کوتاهترین طول از میان مجموعه محدودی از مسیرها مد نظر می باشد . در دنیای واقعی طول هرکمان در یک شبکه ممکن است بیانگر زمان ، هزینه یا فاصله باشد. از آنجائی که در عمل از عدم قطعیت نمی توان اجتناب نمود ، معمولا طول کمان ها، نمی توانند به صورت قطعی بیان شوند .بنابراین استفاده ار داده های فازی منطقی به نظر می رسد. دراین مقاله یک الگوریتم جدید جهت یافتن کوتاهترین مسیر از گره مبدا به هر گره دیگر پیشنهاد شده است . از ویژه گی های این الگوریتم محاسبه طول کوتاهترین مسیر (SPL) و کوتاهترین مسیر(SP) منطبق با آن با هرنوع عدد فازی پیوسته اعم از مثلثی و ذوزنقه ای می باشد . این الگوریتم ضمن کاهش محاسبات ، فاقد پیچیده گیهای تابع عضویت نیز می باشد.

کلمات کلیدی:

مساله کوتاهترین مسیر ، شبکه ، مجموعه فازی

A New Algorithm For The Fuzzy Shortest Path Problem With Fuzzy Arc Lengths In A Network

Iraj Mahdavi, Rahele Nourifar, Armaghan Heidarzade, S.Meisam Emadi

Abstract

The shortest path problem is a classical and fundamental network optimization problem. It has received researchers' attention over two recent decades. it is important to many applications such as communication, transportation, scheduling and routing .

The classical problem seeks to select a path with minimum length, from a finite set of path. In real world problem, arc lengths represent traveling, time, cost, distance or other variables. However, in practice, uncertainty cannot be avoided, and usually, the arc lengths cannot be determined precisely. In this paper, we discuss the shortest path problem from a specified node to every other nod on a network in which a positive fuzzy quantity is assigned to each arc as its arc length. We propose a new algorithm to deal with the fuzzy shortest path problem. We have developed an algorithm based on Dijkstra's algorithm to find the fuzzy shortest path problem with its arc lengths as triangular number.

[۱] عضو هیات علمی دانشگاه علوم و فنون مازندران، irajarash@rediffmail.com

[۲] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه علوم و فنون مازندران، ra_noorifar@yahoo.com

[3] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه علوم و فنون مازندران، armaghan6116@gmail.com

[4] دانشجوي كارشناسي ارشد مديريت صنعتي دانشگاه آزاد اسلامي واحدسمنان sme_emadi@yahoo.com

Keyword:
Fuzzy Shortest Path Problem, Network, Fuzzy Set

۱. مقدمه

مساله کوتاهترین مسیر یکی از شناخته شده ترین مسائل بهینه سازی ترکیباتی می باشد .در مسائل کلاسیک، یک مسیر با طـول مینـیمم از میان تعداد مشخصی مسیر تعیین می شود. در یک شبکه واقعی طول کمان ها نشان دهنده زمان مسافرت ، هزینه ، فاصله و یا سایر متغییرها مـی باشد. در عمل از عدم اطمینان نمی توان اجتناب نمود لذا معمولا طول کمانها را نمی توان به صورت دقیق تعیین نمود. به عنوان مثـال اگـر طـول کمانها نشان دهنده زمان مسافرت باشد عوامل مختلفی مانند ترافیک ، تصادف یا شرایط آب و هوایی، منجر به عدم اطمینان در زمان مسافرت مـی شود. در چنین موقعیت هایی مساله کوتاهترین مسیر فازی ، ملموس تر به نظر می رسد. به منظور پیشنهاد یک الگوریتم برای حل چنین مسائلی ، با روش های اولویت بندی بین مقادیر فازی روبه رو می شویم. اولویت بندی اعداد فازی از نکات قابل تأمل درمبحث کوتاهترین مـسیر مـی باشـد . مطالعات زیادی در زمینه اولویت بندی اعداد فازی صورت گرفته است. از جمله آنها مـی تـوان از [3] نـام بـرد. وی اعـداذ فـازی را بـا اسـتفاده از مجموعه ماکزیمم و مینیمم اولویت بندی نمود. [7 ,6] نیز یک روش اولویت بندی را با استفاده از تئوری احتمالات معرفی نمودند. اولویت بندی اعداد فازی همچنین توسط [2,5,4,8] مورد مطالعه و بررسی قرارگرفته است . بنابراین مساله کوتـاهترین مـسیر فـازی در دو دهـه اخیـر توجـه بسیاری از محققان را به خود جلب نموده است و رویکردهای مختلفی برای حل این مساله با اعـداد فـازی توسـط [1,9,10,11,12,13,14,15] مورد بررسی قرارگرفته است.

در این مقاله جهت حل مساله کوتاهترین مسیرفازی بر اساس الگوریتم دیجسترا ، یک الگوریتم جدید پیشنهاد شده است . از ویـژه گـی هـای این الگوریتم محاسبه طول کوتاهترین مسیر (SPL) و کوتاهترین مسیر(SP) منطبق با آن با هرنوع عدد فازی پیوسته اعم از مثلثـی و ذوزنقـه ای می باشد . این الگوریتم ضمن کاهش محاسبات ، فاقد پیچیده گیهای تابع عضویت نیز می باشد.

این مقاله در پنج بخش به صورت زیر سازماندهی شده است :در بخش دوم، به برخی مفاهیم و تعاریف اولیه مجموعه های فازی و شبکه فـازی که در این مقاله از آنها استفاده شده است، می پردازیم .در بخش سوم ، الگوریتم پیشنهادی ارائه و در بخش چهارم با یک مثال کلاسـیک کـارایی این روش نشان داده شده و نهایتاً در بخش پنجم ، نتیجه گیری، صورت گرفته است .

۲. تعاریف و مفاهیم اولیه

۲-۱. مجموعه های فازی

در این بخش ابتدا مجموعه های فازی و سپس اعداد فازی مثلثی معرفی و اعمال جبری و تکنیک های مقایسه بین این اعداد مورد بحـث قـرار می گیرد.

فرض کنید X، یک مجموعه مرجع دلخواه باشد.برای هر زیر مجموعه ی A از X، یک تابع ازX به {۱ ، ۰}به صورت زیر می توان تعریف کرد

$$\chi_A(x)=\begin{cases}1 & x\in A\\ 0 & x\notin A\end{cases}$$

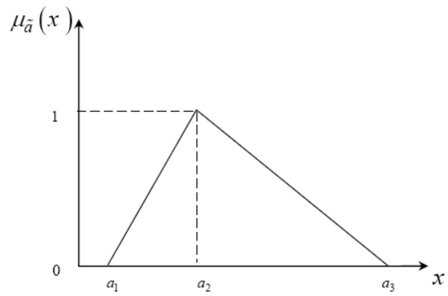
حالا اگر برد تابع فوق را از مجموعه ی دو عضوی{۱و۰} به بازه ی [۱، ۰] توسعه دهیم، یک تابع خواهیم داشت که به هرx ازX ، عـددی را از بازه ی [۱، ۰] نسبت می دهد . این تابع را تابع عضویت A می نامیم . اکنون A دیگر یک مجموعه ی معمولی نیست بلکه چیزی اسـت کـه آن را یک مجموعه ی فازی می نامیم (به طور دقیق تر، یک زیر مجموعه فازی از X). بنابراین یک مجموعه ی فازی A ، مجموعه ای است که درجـات عضویت اعضاءآن می تواند به طور پیوسته از [۱، ۰] = I اختیار شود. این مجموعه به طور کامـل و یکتـا توسـط یـک تـابع عـضویت کـه آن را بـا $\mu_A(X)$ نشان می دهیم مشخص می شود؛ تابعی که به هر عنصر از X، یک عدد را از بازه ی [۱ ، ۰] بـه عنـوان درجـه ی عـضویت آن عنـصر در مجموعه ی فازی A نسبت می دهد. نزدیکی مقدار $\mu_A(X)$به عدد یک نشان دهنده ی تعلق بیشتر X به مجموعـه ی فـازی A اسـت و بـالعکس نزدیکی آن به صفر نشان دهنده ی تعلق کمتر x به A است . به لحاظ شهودی $\mu_A(X)$ را می توان درجـه ی پـذیرش مـا در قبـول x بـه عنـوان عـضوی از A در نظـر گرفـت. در حالـت جـدی چنانچـه x کـاملاًدر A عـضو باشـد داریـم ۱=$\mu_A(X)$ وچنانچـه اصـلاً در A عـضو نباشـد داریـم ۰=$\mu_A(X)$.پس مجموعه های معمولی و توابع نشانگر آنها ، حالت های خاصی از مجموعه های فازی وتوابع عضویت آنها هستند .

۲-۲. اعداد فازی مثلثی

یک عدد فازی مثلثی با نماد $\tilde{A} = (\alpha, \beta, \gamma)$ با تابع عضویت

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \alpha < x < \beta \\ \dfrac{\gamma-x}{\gamma-\beta} & \beta < x < \gamma \\ 1 & x > \gamma \end{cases}$$

نمایش داده می شود . نمایش گرافیکی عدد فازی مثلثی در شکل(۱) نشان داده شده است .



شکل(۱) نمایش گرافیکی یک عدد فازی مثلثی

اگر $\tilde{A} = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ و $\tilde{B} = (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ دو عدد فازی مثلثی باشند . مجموع فازی این دو عدد به صورت زیر به دست می آید :

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (\alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \beta_2, \gamma_1 + \gamma_2)$$

برای به دست آوردن فاصله بین دو عدد فازی مثلثی نیز داریم :

$$d_{(\tilde{A},\tilde{B})} = \sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + (\beta_1 - \beta_2)^2 + (\gamma_1 - \gamma_2)^2}$$

۲-۳. کوتاهترین مسیر در شبکه فازی

یک شبکه از مجموعه متناهی شامل گره ها و کمانها تشکیل شده است . هرکمان به صورت جفت مرتب (i,j) نمایش داده مـی شـود . کـه i,j دو گره متفاوت می باشند. طول کمان ،فاصله از گره i به گره j می باشد .که با نماد l(i,j) و L(i,j) به ترتیـب بـرای حالـت هـای قطعـی و فـازی نشان داده می شود. که L(i,j) طول فازی کمان نامیده می شود .مسیر P_{rv} ، مسیر های موجود از گره r به گره v می باشد .که می توانـد بـیش از یک مسیر بین این دو گره وجود داشته باشد.

طول مسیر بانماد $l(P_{rv}) = \sum l(i,j) \quad : (i,j) \in P_{rv}$ و $L(P_{rv}) = \sum L(i,j) \quad : (i,j) \in P_{rv}$ به ترتیب نشان دهنده طـول هـای قطعی و فازی می باشند.

کوتاهترین مسیر ، مسیری است که $l(P_{rv})$ و یا $L(P_{rv})$ در بین مسیر های موجود از گره r به گره v ، کمترین مقدار را دارا باشد. طـول کوتاهترین مسیر موجود از گره r به گره v ، $l_{min}(P_{rv})$ مینیمم $l(P_{rv})$ و طول فازی کوتاهترین مسیر $L_{min}(P_{rv})$ ، مینیمم $L(P_{rv})$ می باشد . در این مقاله برای نشان دادن طول کمان در یک شبکه از اعداد فازی مثلثی استفاده شده است . به عنوان مثال ، ممکن است فـردی بگویـد که طول کمان از گره i به گره j معمولا b دقیقه می باشد ، اما برحسب اتفاق و به واسطه عوامل پیش بینی نشده ممکـن اسـت کمتـر از c و یـا بیشتر از a دقیقه نیز باشد. برای در نظر گرفتن چنین حالت هایی استفاده از اعداد فازی مثلثی جهت نشان دادن طول کمان در شبکه منطقی بـه نظر می رسد . از آنجائیکه مساله کوتاهترین مسیر فازی دربر گیرنده مقایسه بین طول مسیرها می باشد، یـک روش اولویـت بنـدی مناسـب بـرای

مقایسه اعداد فازی در مساله ضروری به نظر می رسد. بدین جهت مساله کوتاهترین مسیر فازی کاملا از مساله با داده های قطعی متفاوت می باشد
.

در این مقاله جهت حل مساله کوتاهترین مسیرفازی بر اساس الگوریتم دیجسترا ، یک الگوریتم جدید پیشنهاد شده است . از ویـژه گـی هـای این الگوریتم محاسبه طول کوتاهترین مسیر (SPL) و کوتاهترین مسیر(SP) منطبق با آن با هرنوع عدد فازی پیوسته اعم از مثلثـی و ذوزنقـه ای می باشد که به بحث بر روی اعداد فازی مثلثی بسنده کرده ایم..

۳. الگوریتم پیشنهادی

فرض می کنیم شبکه ای با طول کمانهای فازی در اختیار دارید. هدف تعیین کوتاهترین مسیر فازی و کوتاهترین طول منطبق بـا آن مـسیر از گره مبدأ به گره مقصد می باشد. در این بخش برای دستیابی به هدف مذکور، الگوریتم جدیدی را با استفاده از الگوریتم دیجسترا ارائه داده ایم.

قدم۱ : به گره s بر چسب دائمی $[\tilde{0},(-)]$ را اختصاص می دهیم که $\tilde{0}$ عدد فازی صفر و (-) نشان دهنده این است که گره s گره مبدأ اسـت و

$$T=\{a_i \mid i=1,\dots,n\}$$
$$P=\varnothing$$

مجموعه T مجموعه ی گره های موجود و مجموعه P مجموعه ی گره های دارای بر چسب دائمی، در شبکه می باشند.

قدم ۲ : اگر مجموعه ی T ، تهی است به قدم ۹ برو.

قدم ۳ : از مجموعه ی T گره هایی را که کلیه گره های متصل به یال های ورودی به آنها دارای برچسب دائمی باشـند را انتخـاب کنیـد و در مجموعه A قرار دهید.

$$A=\{j\in T \mid (i,j)\in E, i\in P\}$$

قدم ۴ : اگر مجموعه ی A ، تهی است به قدم ۲ برو در غیر اینصورت گره j را به دلخواه از مجموعه A انتخاب نمایید و بر چسب هـای موقـت ممکن (N_{ij}) را به آن اختصاص دهید.

$$N_{ij}=\left[\tilde{d}_{sj},k\right]$$

که k گره ماقبل گره jام و $\tilde{p}_k$ طول برچسب دائمی گره k ام و $\tilde{l}_{kj}$ طول یال(k,j) متصل به گـره jام و $\tilde{d}_{sj}=\tilde{p}_k+\tilde{l}_{kj}$ نـشان دهنده طول این برچسب موقت می باشد.

قدم ۵ : اگر گره jام تنها یک برچسب موقت داشت همان برچسب را دائمی کنید در غیر اینصورت طولهـای ایـده آل مثبـت (PIL) و منفـی (NIL) مربوط به گره j را تعیین کنید.

$$\mathrm{PIL}=\tilde{\lambda}_{\min}$$
$$\mathrm{NIL}=\tilde{\lambda}_{\max}$$

که $\tilde{\lambda}_{\min}$ ، مینیمم مقدار ساپورت راست و $\tilde{\lambda}_{\max}$ ماکزیمم مقدار ساپورت چپ اعداد فازی $\tilde{d}_j$ می باشد.

قدم۶ : به ازاء تمام برچسب های موقت، فاصله $\tilde{d}_j$ را از طولهای ایده آل مثبت (PIL) و منفی (NIL) تعیین کنید

$$d_i^+=\sqrt{\sum(\tilde{d}_j-\tilde{\lambda}_{\min})^2}$$
$$d_i^-=\sqrt{\sum(\tilde{d}_j-\tilde{\lambda}_{\max})^2}$$

قدم ۷ :ضریب نزدیکی (CC_{i*}) را برای تمام برچسب های موقت محاسبه کنید.

$$CC_{i*} = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}$$

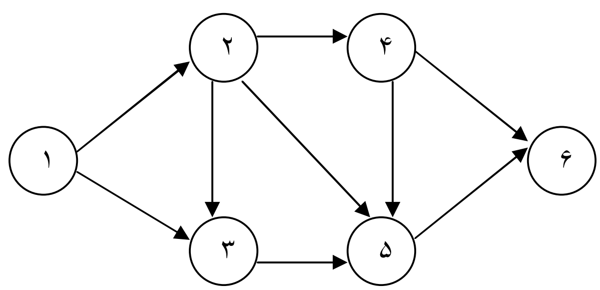
قدم ۸ : برچسبی را که دارای بیشترین مقدار CC_{i*} است را به عنوان برچسب دائمی گره jام در نظر بگیرید و آن را از مجموعـه T خـارج و در مجموعه P قرار دهید و به قدم۴ بروید.

$$A = A \setminus \{j\}$$
$$T = T \setminus \{j\}$$
$$P = P \cup \{j\}$$

قدم ۹ : طول کوتاهترین مسیر در شبکه برابر $\tilde{p}_n$ ، طول برچسب دائمی گره مقصد، است و کوتاهترین مسیر در شبکه را از روش برگشت بـه عقب تعیین کنید به این ترتیب که از گره مقصد شروع کنید ، با توجه به برچسب دائمی آن، گره ماقبل آن را تعیـین نماییـد و بـا در نظـر گـرفتن برچسب دائمی این گره ، گره قبلی. این روند را ادامه دهید تا به گره مبدا برسید .

۴. مثال عددی

یک شبکه فازی با طولهای فازی مثلثی در شکل ۲ نشان داده شده اسـت. الگـوریتم پیـشنهادی را بـرای محاسـبه طـول کوتـاهترین مـسیر و کوتاهترین مسیر در شبکه مفروض اجرا می کنیم.



شکل (۲)

فرض کنید طول کمانها به صورت زیر باشد.

L(1,2) = (33,45,50)   L(1,3) = (42; 57; 61)
L(2,3) = (50; 52; 61)   L(2,4) = (56; 58; 72)
L(2,5) = (51; 79; 85)   L(3,5) = (43; 55; 60)
L(4,5) = (32; 40; 46)   L(4,6) = (88; 92; 134)
L(5,6) = (75; 110; 114)

به گره s =۱ بر چسب دائمی [(-),$\tilde{0}$] را اختصاص می دهیم و

$$T = \{2,3,4,5,6\}$$

$$P = \varnothing$$

در این مرحله از مجموعه ی T ، تنها گره ۲ در مجموعه A قرار می گیرد.

$A = \{2\}$

نشانهای مختلفی را که گره ۲ می تواند داشته باشد را تعیین می کنیم.

N_{12}: [(0,0,0)+(33,45,50),1] = [(33,45,50),1]

چون فقط یک نشان به گره ۲ تخصیص داده شده است، همان نشان به عنوان برچسب دائمی گره ۲ می باشد.

$$A = A \setminus \{2\} = \varnothing$$

$$T = T \setminus \{2\} = \{3,4,5,6\}$$

$$P = P \cup \{2\} = \{2\}$$

در این مرحله از مجموعه ی T ، گره ۳و۴ در مجموعه A قرار می گیرد.

$A = \{3, 4\}$

گره ۳ را از مجموعه A در نظر می گیریم و نشانهای مختلفی را که می تواند داشته باشد، تعیین می کنیم.

N_{13}: [(0,0,0)+(42,57,61),1] = [(42,57,61),1]
N_{23}: [(33,45,50)+(50,52,61),2] = [(83,97,111),2]

طولهای ایده آل مثبت و منفی را در این عبارتند از:

PIL= (32, 32, 32)
NIL= (134, 134, 134)

فاصله طول نشانهای N_{13} و N_{23} را از طولهای ایده آل مثبت PIL و ایده آل منفی NIL تعیین می کنیم.

ضریب نزدیکی را برای طول نشانهای N_{13} و N_{23} محاسبه می کنیم.

نتایج حاصل از محاسبات برای گره۳، در جدول(۱) آورده شده است. با توجه به این جدول برچسب دائمی گره ۳، [(42,57,61),1] انتخاب می شود.

	PIL	NIL	d_i^+	d_i^-	CC_{i*}	Rank
L_{N13}	(42,42,42)	(111,111,111)	24.21	100.88	0.8065	1
L_{N23}	-	-	97.30	31.305	0.2434	2

گره	نشانهای ممکن	PIL	NIL	d_i^+	d_i^+	CC_{i*}	ترتیب	برچسب دائمی
۴	N_{14}: [(33,45,50)+(56, 58, 72),2]= [(89,103,122),2]							[(89,103,122),2]
۵	N_{15}: [(33,45,50)+(51; 79; 85),2]= [(84,124,135),2]			64.82	100.40	0.61	2	
	N_{25}: [(42,57,61)+(43; 55; 60),3]= [(85,112,121),3]	(84,84,84)	(168,168,168)	46.41	110.61	0.70	1	[(85,112,121),3]
	N_{35}: [(89,103,122)+(32; 40; 6),4]= [(121,143,168),4]			109.1	53.235	0.33	3	
۶	N_{16}: [(89,103,122)+ (88; 92; 134),4]= [(177,195,256),4]			103.6	99.81	0.49	2	
	N_{26}: [(85,112,121)+(75; 110; 14),5]= [(160,222,235),5]	(160,160,160)	(256,256,256)	97.31	103.98	0.52	1	[(160,222,235),5]

جدول (۱)

به همین ترتیب برای گره های ۴ تا ۶ نیز مراحل الگوریتم را انجام می دهیم و برچسب دائمی آنها را تعیین می کنیم. محاسبات انجام شده به این منظور در جدول(۲) نشان داده شده است. با توجه به نتایج محاسبات انجام شده ، طول کوتاهترین مسیر در شبکه مفروض (160,222,235) می باشد و با توجه به قدم۹ الگوریتم پیشنهادی، کوتاهترین مسیر ، مسیر۶ - ۵- ۳- ۱ می باشد .

جدول (۲)

۵. نتیجه

مساله یافتن کوتاهترین مسیر فازی از یک گره مشخص به هر گره دیگر یکی از پرکاربرد ترین مسائل شبکه می باشد .در این مقاله یک الگوریتم برای حل مسائل کوتاهترین مسیر روی یک شبکه با طول کمانهای فازی بر اساس الگوریتم دیجسترا پیشنهاد شده است .این الگوریتم برای شبکه هایی با طول کمان فازی مثلثی و فازی ذوزنقه ای کاربرد دارد . از ویژه گی های این الگوریتم محاسبه طول کوتاهترین مسیر (SPL) و کوتاهترین مسیر(SP) منطبق با آن با هرنوع عدد فازی پیوسته اعم از مثلثی و ذوزنقه ای می باشد . این الگوریتم ضمن کاهش محاسبات ، فاقد پیچیدگیهای تابع عضویت نیز می باشد.

مراجع

[1].Blue, M., B. Bush, and J. Puckett. (2002). “Unified approach to Fuzzy Graph Problems,” Fuzzy Sets and Systems 125, 355–368.
[2].Bortolan, G. and R. Degani. (1985). “A review of some methods for ranking fuzzy subsets,” Fuzzy Sets and Systems 15, 1–19.
[3].Chen, S.-H. (1985). “Ranking Fuzzy Numbers with Maximizing Set and Minimizing Set,” Fuzzy Sets and Systems 17, 113–129.
[4].Cheng, C.-H. (1998). “A New Approach for Ranking Fuzzy Numbers by Distance Method,” Fuzzy Sets and Systems 95, 307–317.
[5].Delgado, M., J. L. Verdegay, and M. A. Vila. (1988). “A Procedure for Ranking Fuzzy Numbers using Fuzzy Relations,” Fuzzy Sets and Systems 26, 49–62.
[6].Dubois, D. and H. Prade. (1980). Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications. Academic Press,New York.
[7].Dubois, D. and H. Prade. (1983). “Ranking Fuzy Numbers in the Setting of Possiblity Theory,” Information Sciences 30, 183–224.
[8].Ishibuchi, H. and H. Tanaka. (1990). “Multiobjective Programming in Optimization of The Interval Objective Function,” European Journal of Operational Research 48, 219–225.
[9].Klein, C. M. (1991). “Fuzzy Shortest Paths,” Fuzzy Sets and Systems 39, 27–41.
[10].Koczy, L. T. (1992). “Fuzzy Graphs in the Evaluation and Optimization of Networks,” Fuzzy Sets and Systems 46, 307–319.
[11].Li, Y., M. Gen, and K. Ida. (1996). “Solving Fuzzy Shortest Path Problem by Neural Networks,” Comput.Ind. Eng. 31, 861–865.
[12].Lin, K. and M. Chen. (1994). “The Fuzzy Shortest Path Problem and its Most Vital Arcs,” Fuzzy Sets and Systems 58, 343–353.

[13].Okada, S. and M. Gen. (1993). “Order Relation Between Intervals and its Application to Shortest Path Problem,” Comput. Ind. Eng. 25, 147–150.
[14].Okada, S. and M. Gen. (1994). “Fuzzy Shortest Path Problem,” Comput. Ind. Eng. 27, 465–468.
[15].Okada, S. and T. Soper. (2000). “A Shortest Path Problem on a Network with Fuzzy Arc Lengths,” Fuzzy Sets and Systems 109, 129–140.