تعیین نقطه تفکیک بهینه در زنجیره عرضه

محمد مدرس یزدی - دانشگاه صنعتی شریف
مهدی شریف یزدی - دانشگاه صنعتی شریف

چکیده

در این مقاله ضمن بررسی مفهوم نقطه تفکیک[1] در زنجیره عرضه[2] و نقش آن به مسأله تعیین نقطه تفکیک بهینه می‌پردازیم. هدف این مسأله که بر پایه تعدادی فرض سازنده اولیه بنا شده است، تعیین مکان بهینه نقطه تفکیک در یک زنجیره عرضه است. در ادامه، یک مدل ریاضی برای این مسأله ارائه می‌گردد. آن‌گاه با کار گیری روش برنامه ریزی پویا جواب بهینه مسأله به دست می‌آید. به عبارت دیگر مشخص می‌شود که در کدام‌یک از حلقه‌های زنجیره عرضه، تولید به صورت سفارشی و در کدام حلقه‌ها به صورت انبارشی است، در حلقه‌هایی که تولید به شکل انبارشی انجام خواهد شد، اندازه دسته تولیدی[3] چه قدر است و اندازه محموله محصول چه قدر می‌باشد.

کلمات کلیدی : زنجیره عرضه/ نقطه تفکیک/ تولید سفارشی/ تولید انبارشی/ برنامه ریزی پویا

۱. مقدمه

۱-۱. مدیریت زنجیره عرضه

تعریف : یک «زنجیره عرضه» شبکه‌ای از تسهیلات[4] مختلف است که کار تدارکات مواد اولیه، تبدیل مواد اولیه به محصول نیمه‌ساخته و نهایی و توزیع محصول نهایی به مشتریان را انجام می‌دهد.[10]

تعریف : یکپارچه سازی فعالیت‌های مرتبط با جریان کالاها و تبدیل آن‌ها از ماده خام به محصول نهایی (برای مصرف) و همچنین جریان‌های اطلاعاتی مرتبط با آن‌ها، از طریق بهبود روابط درون زنجیره عرضه ، به منظور دست‌یابی به یک موقعیت رقابتی قابل اتکا و ادامه‌دار را «مدیریت زنجیره عرضه» گویند.[8]

یکی از وظایف اصلی مدیریت زنجیره عرضه انجام برنامه ریزی برای زنجیره عرضه است.منظور از برنامه ریزی فعالیتی است که در آن پس از شناخت و تحلیل یکی از مسائل زنجیره عرضه، با تعریف تعدادی هدف و انجام پیش‌بینی در مورد تغییرات و توسعه‌های ممکن در آینده، جواب‌های موجه[5] شناخته شوند و در انتها از بین این جواب‌های موجه، جواب‌های خوب انتخاب گردند.در این مقاله با یک مسأله برنامه‌ریزی از نوع تصمیم‌گیری روبه‌رو هستیم.

۱-۲. نوع تولید

به طور کلی خط مشی تولیدی یک مؤسسه به دو صورت می‌تواند باشد : «تولید انبارشی[6]» و «تولید سفارشی[7]». در تولید انبارشی، معمولاً، محصول، بر مبنای پیش بینی تقاضا، در دسته‌های تولیدی، تولید می‌گردد و انبار می‌شود، یعنی به صورت موجودی نگهداری می‌گردد؛ و در صورت مراجعه مشتری، سریعاً محصول از محل موجودی انبار به وی تحویل داده می‌شود.ولی در خط مشی تولید سفارشی، محصول بر اساس سفارش مشتری و برای هر سفارش به صورت جداگانه ساخته می‌شود. تولید انبارشی برای محصولاتی که شکل آن‌ها تنوع زیادی ندارد، محصولاتی که تقاضای آن‌ها زیاد است، محصولاتی که هزینه راه‌اندازی تولید برای آن‌ها زیاد است، مناسب می‌باشد. در عوض تولید سفارشی برای محصولاتی که اشکال متنوعی می‌توانند

[1] -Decoupling Point
[2] -Supply Chain
[3] - Batch Size – Lot Size
[4] -Facilities
[5] -Feasible
[6] -Make-to-Stock
[7] -Make-to-Order

داشته‌باشند، محصولاتی که هزینه ثابت تولید آن‌ها زیاد نباشد، محصولاتی که هزینه نگهداری آن‌ها زیاد باشد و محصولاتی که تقاضای آن‌ها چندان زیاد نیست، به کار می‌رود.

در حالت تولید انبارشی مجموع هزینه‌های نگهداری محصول، زیاد، و در عوض مجموع هزینه‌های ثابت تولید کم می‌شود و این امر در مورد تولید سفارشی درست برعکس است. این وظیفه برنامه‌ریز است که با انجام تبادل[1] بین هزینه‌های ثابت تولید و هزینه‌های نگهداری محصول (هزینه‌های متغیر تولید در هر دو حالت مساوی هستند. چون در نهایت به یک اندازه محصول تولید می‌شود.)، خط مشی تولیدی مناسبی اتخاذ کند.

مسأله نقطه تفکیک بهینه یک مسأله برنامه ریزی است که با انجام تبادل بین هزینه‌های ثابت تولید، نگهداری و حمل و نقل کالا در یک زنجیره عرضه ، بهترین خط مشی تولیدی مراحل مختلف را با هدف کمینه کردن مجموع کل هزینه‌های یاد شده، به دست می‌آورد.

۱-۳. نقطه تفکیک

تعریف : منظور از ارتباط‌های بالادستی یک حلقه زنجیره عرضه، ارتباط یک بنگاه با بنگاه‌هایی است که از آن‌ها مواد و قطعات مورد نیازش را تأمین می‌کند. به همین ترتیب منظور از ارتباط‌های پایین‌دستی ارتباط یک بنگاه با بنگاه‌هایی است که از محصولش استفاده می‌کنند.

تعریف : نقطه تفکیک ، حلقه‌ای از یک زنجیره عرضه است که در تمام حلقه‌های بالادست آن تولید به روش انبارشی و در تمام حلقه‌های پایین دست آن ، تولید به روش سفارشی انجام می‌گیرد.

هر زنجیره عرضه محصولی را در اختیار مشتری می‌گذارد که بعضی ویژگی‌ها و کیفیات آن از قبل مورد توافق قرار گرفته‌اند. از این ویژگی‌ها به نام «سطح خدمت به مشتری[2]» یاد می‌شود. یکی از موارد مهمی که بر سطح خدمت به مشتری تأثیر می‌گذارد، «زمان تحویل» محصول به مشتری است که در مورد این زمان باید با مشتری به توافق رسید. بر اساس آن‌چه قبلاً گفتیم، پس از دریافت سفارش و تعیین زمان تحویل، دو راه برای تأمین تقاضای مشتری وجود دارد. یکی تأمین تقاضا از موجودی انبار و دیگری ساخت سفارش مشتری .

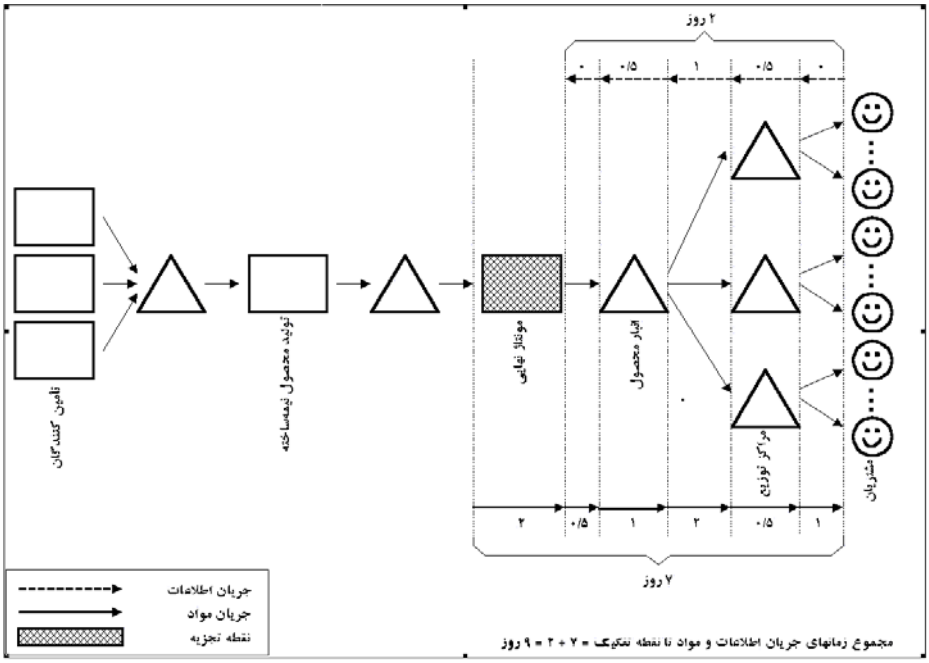
به طور کلی شرکت‌ها تمایل دارند موجودی کمتری نگهداری کنند و خود را از هزینه‌های آن رها سازند. پس در صورتی که زمان تحویل اجازه بدهد ، گزینه دوم برای زنجیره ارجح است. البته این امر تا حد زیادی منوط به وجود هماهنگی و یکپارچگی بین واحدهای تأمین کننده، تولید کننده و توزیع کننده است. در غیر این صورت هزینه این کار بسیار زیاد خواهد شد.

از طرفی برای تأمین محصول مورد نظر، مراحل مختلفی در زنجیره مورد نیاز است. پس از دریافت سفارش مشترسی از هر مرحله به مرحله قبل یک جریان اطلاعات، و از هر مرحله به مرحله بعد یک جریان مواد (مواد اولیه، قطعات، یا محصول نهایی) وجود دارد که مدت زمان هر یک از این جریان‌ها مشخص است. اگر از پایین دستی ترین مرحله زنجیره- یعنی نقطه سفارش گیری از مشتری- شروع به «تولید سفارشی» بکنیم، این کار تا جایی می‌تواند در مراحل بالادست‌تر نیز انجام شود که مجموع زمانهای جریان اطلاعات و مواد از زمان توافق شده تحویل سفارش تجاوز نکند. بالادست‌ترین مرحله‌ای که در آن تولید سفارشی انجام می‌گیرد نقطه تفکیک نام دارد.

برای مراحل بالادست‌تر از نقطه تفکیک باید «تولید انبارشی» انجام شود. مسلم است که هرچه هماهنگی و یکپارچه‌سازی در زنجیره بیشتر باشد، زمان‌های جریان اطلاعات و مواد کاهش می‌یابد و در نتیجه نقطه تفکیک می‌تواند به مراحل بالادست‌تر زنجیره منتقل شود و بنابراین هزینه نگهداری موجودی در کل زنجیره کاهش یابد.

شکل زیر مفهوم نقطه تفکیک را بهتر شرح می‌دهد. در شکل ۱ زنجیره‌ای شامل هفت مرحله مختلف نمایش داده شده است. با مشتریان توافق شده‌است که زمان تحویل ۹ روز باشد. با توجه به زمانهای جریان اطلاعات و مواد بین مراحل مختلف مشخص می‌شود که بالادست‌ترین جایی که نقطه تفکیک می‌تواند قرار بگیرد مرحله «مونتاژ نهایی» است.

[1] -Trade Off
[2] -Customer Service Level



شکل ۱ . مثالی برای نقطه تفکیک

در ادامه ابتدا در بخش ۲ مسأله نقطه تفکیک بهینه مختصراً معرفی می‌گردد.. سپس در بخش ۳ مروری بر مسأله نقطه تفکیک بهینه و ادبیات آن انجام می‌شود. در بخش ۴ به کمک یک مدل ریاضی و روش برنامه‌ریزی پویا این مسأله حل می‌شود. در بخش ۵ جواب‌های بهینه در قالب جداولی جمع‌بندی و ارائه می‌گردند و بالاخره در بخش ۶ پیشنهادهایی برای کارهای آینده بر روی این مسأله صورت می‌گیرد.

۲. مسأله نقطه تفکیک بهینه

مسأله نقطه تفکیک بهینه، برای اولین باردر این مقاله تعریف می‌شود. همان طور که قبلاً نیز اشاره شد، این مسأله یکی از مسائل برنامه‌ریزی در زنجیره عرضه است که در آن سعی می‌شود با انجام تبادل بین هزینه‌های ثابت تولید و سفارش‌دهی، حمل و نقل و نگهداری موجودی، بهترین جا برای نقطه تفکیک در زنجیره عرضه مشخص شود. بدیهی است که در این صورت خط مشی تولیدی حلقه‌های مختلف زنجیره عرضه نیز مشخص خواهد شد.اجزای مختلف این مسأله عبارت‌اند از:

۲-۱. فرضیات اولیه :

۱. تولید کالا یا خدمت مورد سفارش در زنجیره، در n مرحله ($n > ۱$) به صورت سری انجام می‌گیرد. البته در یک مرحله الزاماً نباید عملیات تولیدی انجام شود. بلکه یک مرحله می‌تواند فقط یک محل برای انبار کردن کالا یا مواد باشد و صرفاً کالایی را سفارش دهد، انبار کند و از طرف دیگر به مرحله بعدی تحویل دهد؛ که در این صورت می‌توان فرض کرد که نرخ تولید این مرحله بینهایت است. نکته قابل توجه دیگر این است که منظور از سری بودن مراحل آن است که در هر مرحله یک محصول تولید می‌شود. این محصول مورد نیاز مرحله بعد است و در عین حال تنها محصول مورد نیاز مرحله بعداست که در زنجیره تولید می‌شود .این محصول تنها یک تولید کننده دارد که همین مرحله جاری است و تنها یک مصرف کننده دارد، که همان مرحله بعد است.

۲. کل زنجیره در نهایت یک محصول دارد.

۳. زمان جریان اطلاعات از هر مرحله به مرحله قبل مشخص و قطعی[1] است.

۴. زمان جریان مواد از هر مرحله به مرحله بعد مشخص و قطعی است.

۵. هزینه حمل مواد از هر مرحله به مرحله بعد مشخص است و مستقل از مقدار محموله است.

۶. حمل و نقل محصول از یک مرحله به مرحله بعد در هر زمانی می‌تواند صورت بگیرد، حتی زمانی که تولید دسته تولیدی به طور کامل تمام نشده باشد. یعنی اندازه محموله لزوماً برابر اندازه دسته تولیدی نیست.

[1] -Deterministic

۷. نرخ تولید در هر مرحله مشخص و قطعی است و برای تمام مراحل از نرخ تقاضا کمتر نیست.
۸. نرخ تقاضای مشتریان مشخص و قطعی است .(به عبارت دیگر زمان بین رسیدن دو سفارش مشخص و قطعی است.)
۹. هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان در تمام مراحل مشخص است.
۱۰. کمبود و تأخیر در تحویل سفارش، بجز در آخرین مرحله، مجاز نیست و این به خاطر همکاری و هماهنگی ناشی از تشکیل زنجیره عرضه متحد است.
۱۱. هزینه‌های ثابت و متغیر تولید در هر مرحله مشخص است.
۱۲. زمان تحویل سفارش به مشتری مشخص است و دیرکرد از این زمان مجاز نیست.
۱۳. در مراحل پایین دستی نقطه تفکیک و خود نقطه تفکیک تولید به صورت «تولید سفارشی» و در مراحل بالادستی آن به صورت «تولید انبارشی» انجام می‌شود.
۱۴. مشتری لزوماً تمام سفارش خود را یک‌جا دریافت نمی‌کند. بلکه ممکن است سفارش را در چند دسته، در زمان‌های مختلف دریافت کند.
۱۵. در حالت تولید سفارشی، هر قدر هم که سفارش‌ها نزدیک به هم باشند، به ازای تولید هر سفارش، باید هزینه‌های حمل و نقل، سفارش دهی و راه اندازی پرداخت شوند.
۱۶. برای مواد و قطعات اولیه‌ای که وارد یک مرحله می‌شوند، هزینه نگهداری موجودی منظور نمی‌شود. بلکه اگر هزینه‌ای هم هست، جزو هزینه‌های تولید می‌آید. یعنی فرض می‌شود که آنها بلافاصله به مصرف تولید می‌رسند.
۱۷. در حالت تولید سفارشی ، برای محصول تولیدی هر مرحله، هزینه نگهداری موجودی منظور نمی‌شود و فرض می‌گردد که محصولات (هر سفارش) پس از تولید بلافاصله به مرحله بعد ارسال می‌گردند.
۱۸. کلیه مراحل تولیدی تحت یک سیستم مدیریت زنجیره عرضه ، راهبری و کنترل می‌شوند و بین آن‌ها هماهنگی کامل برقرار است. بدین معنا که اگر در مرحله‌ای تولید انبارشی انجام شود، این تولید به گونه‌ای است که مرحله بعد در صورت نیاز ، هیچ وقت از جانب محصول آن مرحله، احساس کمبود نکند. یعنی برنامه تولید هر مرحله کاملاً با نیازهای مرحله بعد منطبق است.
۱۹. محدودیت تعداد و ظرفیت وسایل نقلیه وجود ندارد.

۲-۲. متغیرهای تصمیم :

۱. شماره مرحله‌ای که نقطه تفکیک است.
۲. زمان‌های بین دوبار تولید برای مراحل بالادستی نقطه تفکیک.(یا اندازه دسته تولیدی اقتصادی)
۳. زمان‌های بین دوبار حمل و نقل محصول به مرحله بعد، برای مراحل بالادستی نقطه تفکیک.(یا اندازه محموله اقتصادی)
۴. مقدار کمبود برنامه ریزی شده در آخرین مرحله

۲-۳. هدف :

کمینه کردن مجموع هزینه‌های تولید ، راه‌اندازی و سفارش دهی، حمل و نقل ، نگهداری موجودی وکمبود، در مجموعه کل خلقه‌های زنجیره عرضه

۳. مروری بر ادبیات مسأله

در ۱۹۵۸ سیمپسون[1] یک سیستم چند مرحله‌ای تولیدی را در نظر گرفت که هر مرحله شامل دو بخش تولید و انبار محصول بود. خط مشی موجودی هر مرحله «موجودی پایه» بود. وی فرض کرد که سفارش‌های مشتریان باید بدون درنگ و تأخیر برآورده شود (یعنی زمان تحویل مرحله آخر صفر باشد) و انبار مواد اولیه نیز هرگز خالی نیست (یعنی زمان تحویل اولین مرحله نیز صفر باشد).وی زمان حمل بین مراحل مختلف و هزینه راه‌اندازی تولید را درنظر نگرفت. او با توجه به یک تقاضای تصادفی و ایستا ،یک سطح خدمت مشخص، هزینه نگهداری موجودی در مراحل مختلف و زمان تولید هر واحد در هر مرحله، خط مشی بهینه موجودی را برای هر مرحله به دست آورد (ر.ک. صالحی فتح‌آبادی[۱]). جانسون در ۱۹۷۲ در سیستم چند مرحله‌ای‌اش هزینه راه اندازی تولید را نیز در نظر گرفت و اندازه اقتصادی دسته تولیدی را هر هر مرحله به دست آورد (ر.ک. جانسون و مونتگومری [9]). همچنین در طول سالیان انواع مدل‌های برنامه ریزی خطی، برنامه‌ریزی عددصحیح، برنامه ریزی پویا، گراف و ... برای برنامه‌ریزی تولید سیستم‌های چند مرحله‌ای ، با تقاضای ایستا یا پویا، با یک یا چند محصول، با فرض مجاز بودن یا نبودن کمبود و انواع فرضیات دیگر توسعه داده‌شده‌اند (ر.ک. صالحی فتح‌آبادی [۱]). از مدل‌های چند مرحله‌ای که بگذریم در زمینه تعیین اندازه دسته تولیدی علاوه بر انواع مدل‌های سنتی EOQ[2] و

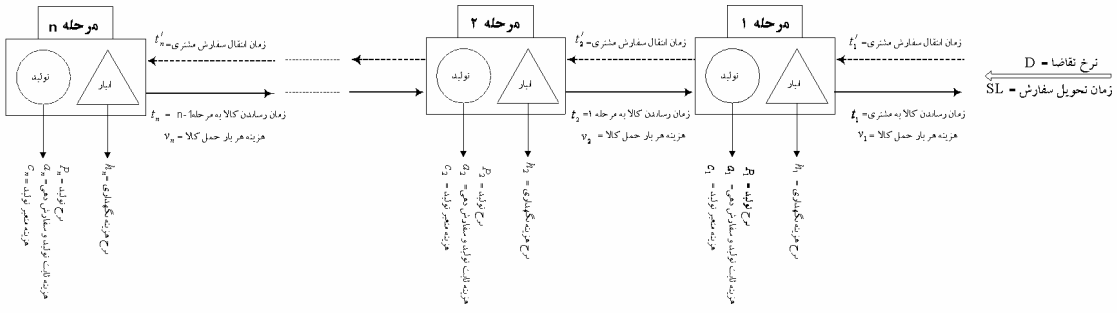
[1] -Simpson
[2] -Economic Order Quantity

EPQ[1] با انواع فرضیات ممکن، مدل‌هایی نیز وجود دارند که هزینه نگهداری موجودی را هم در نقطه تولید و هم در نقطه مصرف در نظر می‌گیرند و با توجه به هزینه حمل و نقل، علاوه بر اندازه دسته تولیدی، اندازه دسته حمل و نقل را نیز مشخص می‌کنند. هال [7] تعدادی از این مدل‌ها را بر اساس فرض‌هایی چون همگام بودن یا نبودن تولید با حمل و نقل و... طبقه‌بندی و معرفی کرده است. کارهای دیگری نیز در زمینه انواع مسائل ترکیبی حمل و نقل و موجودی انجام شده‌است . برتازی و اسپرانزا[4] مروری بر برنامه‌ریزی‌های ترکیبی حمل و نقل و موجودی داشته‌اند. بایتا و دیگران[3] نیز مروری بر مدل‌ها و مسائل ترکیبی مسیریابی و موجودی داشته‌اند که حالت پویا دارند. فلایشمن[6] نیز مدل‌های کاربردی حمل و نقل و موجودی را که در قالب سیستم‌های برنامه‌ریزی پیشرفته[2] می‌گنجند، معرفی کرده و مختصراً به روش پیدا کردن جواب آنها نیز اشاره‌ای داشته‌است. چوپرا و مایندل [5] نیز انواع هزینه‌های حمل و نقل و نحوه تبادل این هزینه‌ها را با انواع هزینه‌های موجودی و سطح خدمت به مشتری بررسی کرده‌اند که به عنوان چهارچوب کاری برای فرضیات و مدل‌سازی در مسائل ترکیبی حمل و نقل و موجودی، از جمله مسأله نقطه تفکیک بهینه می‌تواند مورد استفاده واقع شود.

۴. حل مسأله

در این مدل فرض شده است که نر خ تولید در مرحله i مشخص و مساوی و برابر P_i است و نرخ تقاضا نیز برابر D است. فرض می‌کنیم که تقاضا یک واحد، یک واحد می‌رسد؛ ولی در مواقع تولید انبارشی در یک مرحله، به منظور جلوگیری از پیچیدگی محاسبات هزینه نگهداری موجودی، تقاضا را پیوسته فرض می‌کنیم. همچنین در هر مرحله مثل مرحله i هزینه نگهداری هر واحد محصول آن، در انبار آن مرحله، در واحد زمان برابر h_i ، هزینه متغیر تولید هر واحد محصول برابر c_i ، هزینه ثابت تولید به علاوه هزینه‌های سفارش دهی برابر a_i ، هزینه هربار حمل کالا از مرحله i به $i+1$ برابر v_i ، زمان رسیدن اطلاعات از مرحله $i+1$ به i برابر $t_i^{/}$ و زمان حمل کالا از مرحله i به $i+1$ برابر t_i است. ضریب مصرف محصول مرحله i در محصول نهایی نیز برابر o_i فرض می‌شود. موعد تحویل نیز به اندازه SL واحد زمانی است. هزینه کمبود هر واحد محصول نهایی در واحد زمان هم برابر π است.

در شکل ۲ تصویری از مدل ذکر شده قابل مشاهده است.



شکل۲ . مدل گرافیکی مراحل تولید در مسأله نقطه تفکیک بهینه

اجزای مدل برنامه‌ریزی پویای آن‌ها نیز به شرح زیر است :

- مرحله[3] : هریک از مراحل تولید از ۱ تا n
- بردار تصمیم[4] : بردار تصمیم هر مرحله (بجز مرحله آخر)، یک بردار دومؤلفه‌ای است. مؤلفه اول این بردار نشان دهنده آن است که در این مرحله تولید سفارشی است یا تولید انبارشی. در صورتی که تولید انبارشی باشد، مؤلفه دوم بیانگر اندازه دسته‌های تولیدی است و مؤلفه سوم نیز نشان دهنده اندازه محموله‌ها (اندازه دسته‌های حمل و نقل) می‌باشد؛ و در صورتی که تولید سفارشی باشد، مؤلفه‌های دوم و سوم مقدار نمی‌گیرند.پس اگر بردار تصمیم را در مرحله i به صورت $x_i = (m_i, q_{pi}, q_{ti})$ نشان دهیم، خواهیم داشت :

$$m_i = \begin{cases} ۱ & \text{اگر تولید انبارشی باشد.} \\ ۰ & \text{اگر تولید سفارشی باشد.} \end{cases}$$

[1] -Economic Production Quantity
[2] -Advanced Planning Systems
[3] -Stage
[4] -Decision Vector

$$q_{pi} = \begin{cases} \text{اندازه دسته تولیدی} & \text{اگر } m_i = ۱ \\ - & \text{اگر } m_i = ۰ \end{cases}$$

$$q_{ti} = \begin{cases} \text{اندازه محموله} & \text{اگر } m_i = ۱ \\ - & \text{اگر } m_i = ۰ \end{cases}$$

البته همان‌طور که قبلاً نیز به طور ضمنی اشاره شد، در مرحله آخر یک مؤلفه دیگر که نشان دهنده مقدار کمبود برنامه‌ریزی شده است، به بردار تصمیم اضافه خواهد شد.

- متغیر حالت[1]: متغیر حالت هر مرحله برابر مؤلفه اول بردار تصمیم مرحله قبل از آن است. یعنی اگر متغیر حالت مرحله i را با s_i نشان دهیم، خواهیم داشت : $s_i = m_{i-1}$

البته به ازای $i = ۱$ چون مرحله‌ای قبل از مرحله ۱ وجود نداشته‌است، فرض می‌کنیم $s_1 = 0$.

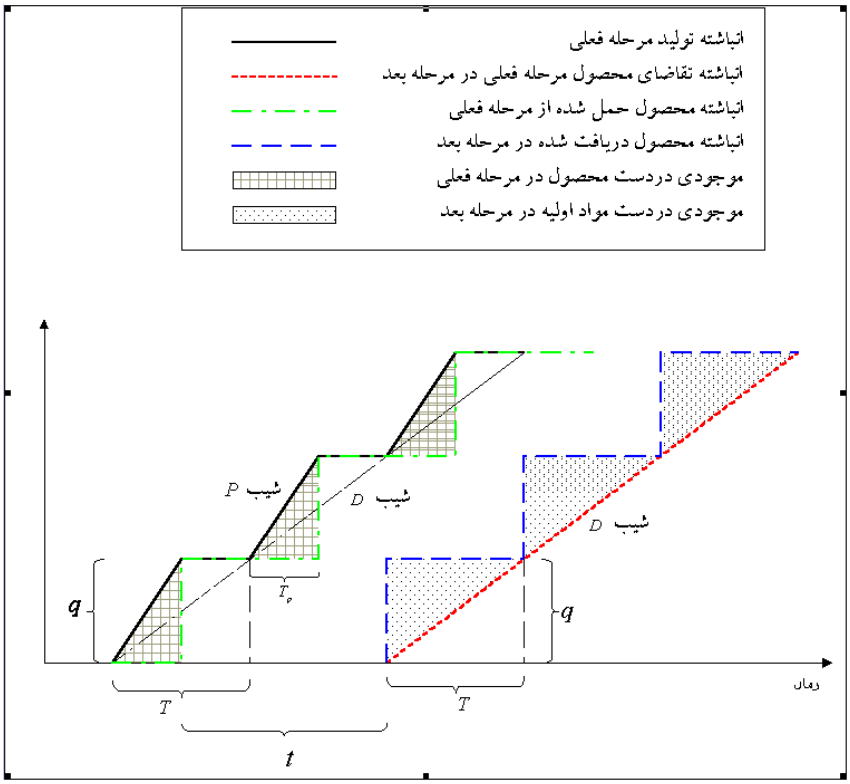
- تابع هزینه :اگر تابع هزینه مرحله i بیانگر متوسط مجموع هزینه‌های تولید، نگهداری موجودی، سفارش دهی و حمل و نقل در طول واحد زمان، در مرحله i باشد آن را به شکل $C_i(s_i, x_i)$ نشان می‌دهیم که در آن s_i بیانگر حالت مرحله i و x_i نشان دهنده تصمیم در مرحله i است. به همین ترتیب کمترین میزان هزینه در واحد زمان، از مرحله i به بعد را در صورتی که حالت مرحله i ، s_i و تصمیم آن x_i باشد با $f_i(s_i, x_i)$ مشخص می‌کنیم. همچنین کمترین مقدار تابع $f_i(s_i, x_i)$ را به شرط قرار داشتن در حالت s_i به شکل $F_i(s_i)$ نشان می‌دهیم و تصمیم بهینه به ازای حالت s_i را با $x_i^*(s_i)$ مشخص می‌کنیم. بدین ترتیب روابط زیر برقرار خواهد بود :

$$f_i(s_i, x_i) = C_i(s_i, x_i) + F_{i+1}(m_i) \quad , \quad i = 1,\ldots,n-1$$
$$f_i(s_i, x_i) = C_i(s_i, x_i) \quad , \quad i = n$$
$$F_i(s_i) = \min_{x_i}\{f_i(s_i, x_i)\}$$

اکنون به منظور روشن‌تر شدن موضوع ، برای حل مدل به مثال زیرتوجه کنید:

فرض کنید که در یک مرحله تولید انبارشی با نرخ P انجام می‌شود و در مرحله بعد نیز محصول این مرحله با نرخ پیوسته D مصرف می‌شود. هزینه نگهداری این محصول در واحد زمان در هر دو مرحله برابر h است. هزینه راه اندازی تولید و سفارش دهی برابر a و هزینه هربار حمل کالابرابر v است و ظرفیت حمل کالا نیز در هر بار نامحدود است. حمل کالا از این مرحله به مرحله بعد t واحد زمانی به طول می‌انجامد و در دسته‌های q_t تایی انجام می‌شود. تولید در دسته‌های q_p تایی انجام می‌شود و زمان لازم برای تولید این مقدارکالا برابر با T_p واحد زمان است. مقدار هر دسته تولیدی، در مرحله بعد در مدت T به مصرف می‌رسد.اگر فرض بر آن باشد که حمل کالا در زمان اتمام تولید دسته تولیدی انجام می‌گیرد (که در نتیجه $q_p = q_t = q$ می‌شود)، نمودار منحنی‌های انباشته تولید در این مرحله، انباشته تقاضا در مرحله بعد، انباشته کالای حمل شده از این مرحله و انباشته کالای دریافت شده در مرحله بعد، به شکل زیر در می‌آید:

[1] -State Variable



شکل۳ . منحنی‌های انباشته تولید ، تقاضا و حمل و نقل در دو مرحله با فرض انجام حمل و نقل در زمان اتمام تولید دسته تولیدی

در این وضعیت روابط زیر حاصل خواهد شد:

$$\text{متوسط موجودی دردست محصول در این مرحله} = \frac{q}{2}(1-\frac{D}{P}) = \frac{q_p}{2}(1-\frac{D}{P})$$

$$\text{متوسط موجودی دردست محصول این مرحله در مرحله بعد} = \frac{q}{2} = \frac{q_p}{2}$$

$$\text{هزینه نگهداری محصول در این مرحله در واحد زمان} = h\frac{q}{2}(1-\frac{D}{P}) = h\frac{q_p}{2}(1-\frac{D}{P})$$

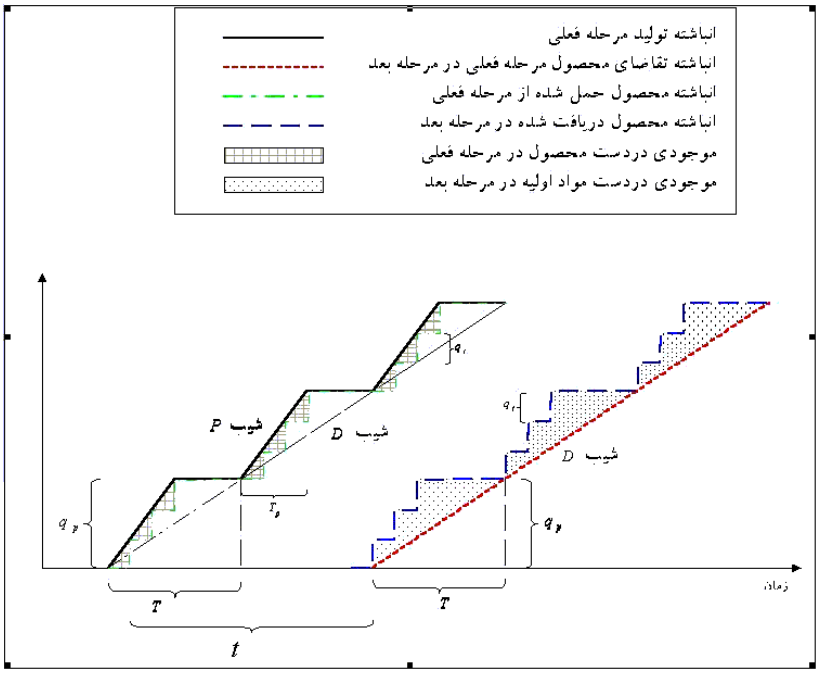
$$\text{هزینه نگهداری مواد اولیه (محصول این مرحله) در مرحله بعد در واحد زمان} = h\frac{q}{2} = h\frac{q_p}{2}$$

$$\text{هزینه راه‌اندازی تولید و سفارش‌دهی در این مرحله در واحد زمان} = a\frac{D}{q} = a\frac{D}{q_p}$$

$$\text{هزینه حمل و نقل از این مرحله به مرحله بعد در واحد زمان} = v\frac{D}{q} = v\frac{D}{q_p}$$

البته باید در نظر داشت که برای نگهداری موجودی محصول این مرحله در مرحله بعد (به عنوان مواد اولیه) نیز هزینه پرداخت می‌گردد (بدیهی است در خود این مرحله نیز هزینه پرداخت می‌گردد.).

اما حال وضعیتی را در نظر می‌گیریم که در آن حمل و تقل در دسته‌های $q_t = \frac{1}{3}q_p$ تایی انجام شود. در این وضعیت نمودار منحنی‌های انباشته تولید در این مرحله، انباشته تقاضا در مرحله بعد، انباشته کالای حمل شده از این مرحله و انباشته کالای دریافت شده در مرحله بعد، به شکل زیر در می‌آید:



شکل٤ . منحنی‌های انباشته تولید، تقاضا و حمل و نقل با فرض حمل کالا در دسته‌های کوچکتر از دسته تولیدی

در این وضعیت روابط زیر حاصل خواهد شد:

$$\text{متوسط موجودی دردست محصول در این مرحله} = \frac{q_t}{2}(1-\frac{D}{P}) = \frac{q_p}{6}(1-\frac{D}{P})$$

$$\text{متوسط موجودی دردست محصول این مرحله در مرحله بعد} = \frac{\frac{T_p}{3}\times\frac{q_t}{2}\times 3+\frac{q_p}{2}\times(T-T_p)}{T} = q_p(1-\frac{D}{3P})$$

$$\text{هزینه نگهداری محصول در این مرحله در واحد زمان} = h\frac{q_p}{6}(1-\frac{D}{P})$$

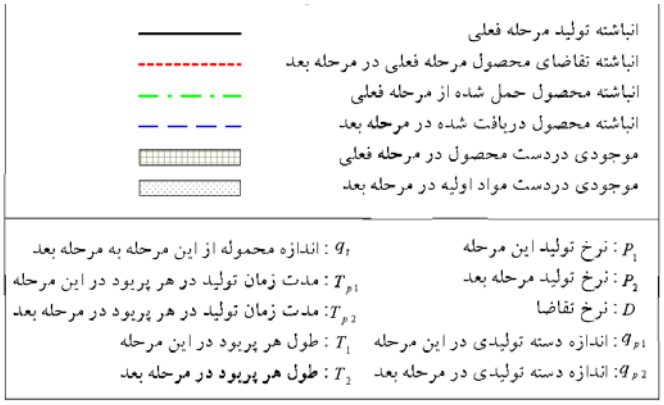
$$\text{هزینه نگهداری مواد اولیه (محصول این مرحله) در مرحله بعد در واحد زمان} = hq_p(1-\frac{D}{3P})$$

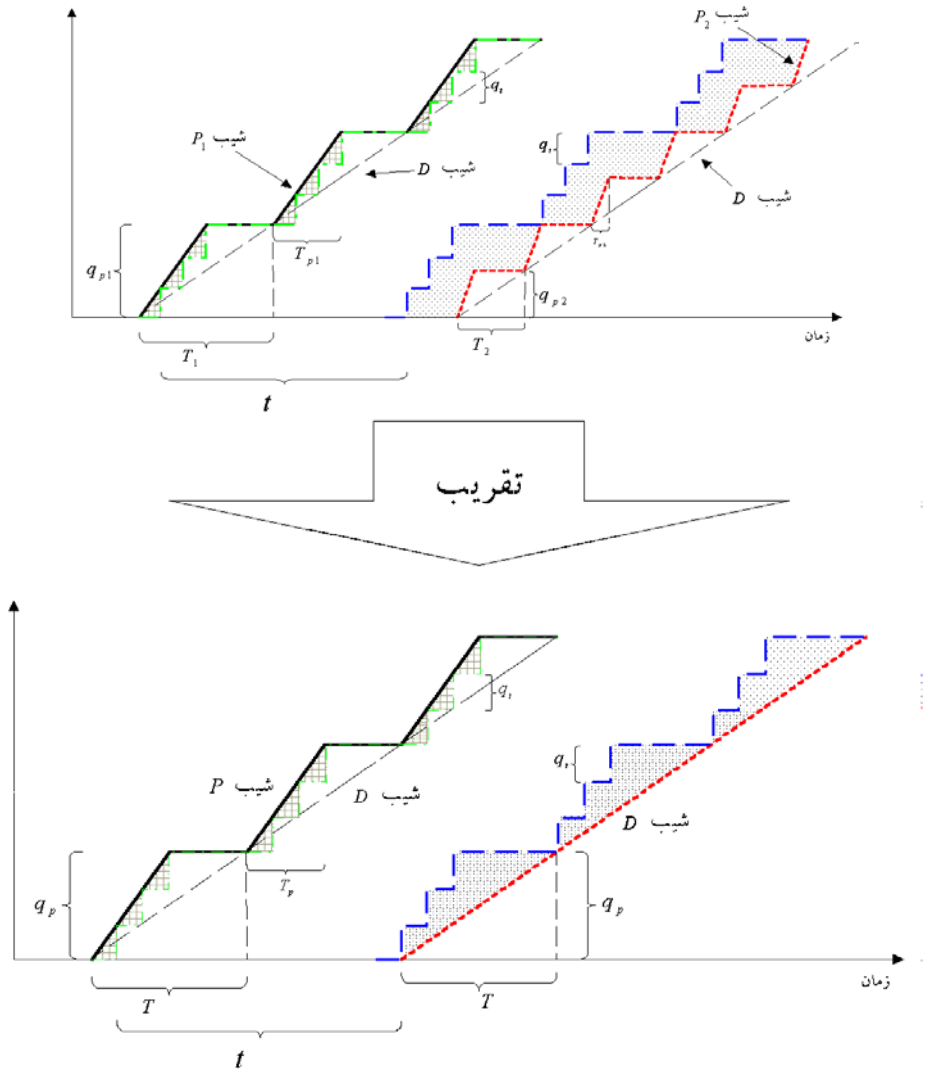
$$\text{هزینه راه‌اندازی تولید و سفارش‌دهی در این مرحله در واحد زمان} = a\frac{D}{q_p}$$

$$\text{هزینه حمل و نقل از این مرحله به مرحله بعد در واحد زمان} = 3v\frac{D}{q_p}$$

همان طور که ملاحظه می‌گردد، در این وضعیت هزینه‌های نگهداری محصول این مرحله در همین مرحله و مرحله بعد، نسبت به وضعیت قبلی کاهش یافته‌است. این در حالی است که هزینه‌های سفارش دهی (هزینه ثابت تولید) و حمل و نقل افزایش نشان می‌دهد.

شرایط در مسأله ما نیز تا حد زیادی شبیه آن چیزی است که در مثال فوق نشان داده‌شد. با این تفاوت که تقاضای محصول هر مرحله در مرحله بعد لزوماً با نرخ ثابت و پیوسته D صورت نمی‌گیرد. بلکه این تقاضا خود برابر با تابع تولید مرحله بعدی است که الزاماً یک منحنی با شیب ثابت D نیست. در حالتی که در مرحله بعد تولید سفارشی باشد، می‌توان با تقریب خوبی تقاضا را پیوسته و با نرخ ثابت D در نظر گرفت. اما در حالتی که در مرحله بعد تولید انبارشی باشد، تقاضا در بعضی مواقع با نرخی بیش از D (که این نرخ بیش از نرخ تولید این مرحله نیز می‌تواند باشد)، انجام می‌گیرد و در سایر اوقات برابر صفر است ولی در هر حال متوسط نرخ تقاضا (نرخ تولید مرحله بعد) برابر با D است. چون ما در این صورت از مسأله فرض می‌کنیم تولید در هر مرحله به گونه‌ای صورت می‌گیرد که مرحله بعد از نظر مواد اولیه دچار کمبود نشود و نوسانات تابع تولید مرحله بعد برای همه آلتر ناتیوهای تولید در این مرحله یکسان است و تأثیر چندانی بر هزینه نگهداری مواد اولیه مرحله بعد ندارد، برای جلوگیری از پیچیدگی محاسبات در هر مرحله تابع تولید مرحله بعد را تابعی ثابت به مقدار D تقریب می‌زنیم. به شکل۵ نگاه کنید :





شکل۵ . تقریب زدن تولید دسته‌ای به تولید پیوسته با نرخ ثابت

با توجه به آن چه که گفته شد، برای یافتن تصمیم بهینه که آن را با $x_i^* = (m_i^*, q_{pi}^*, q_{ti}^*)$ نشان می‌دهیم، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

در حالتی که در مرحله $i-1$ تولید سفارشی انجام شده باشد و در مرحله i نیز تصمیم به تولید سفارشی گرفته‌شده باشد (یعنی به عبارت دیگر $s_i = 0$ و $m_i = 0$ باشد)، طبق فرضیات انجام شده، برای محصول مرحله i ،در مرحله i و در مرحله $i-1$ هزینه نگهداری موجودی پرداخت نمی‌شود و تنها هزینه‌های سفارش‌دهی (هزینه‌های ثابت تولید) و هزینه حمل و نقل به ازای هر واحد تقاضا باید پرداخت شوند. بنابر این خواهیم داشت:

هزینه‌های ثابت تولید و سفارش‌دهی = $a_i.D_i + v_i.D_i = A_i.D_i$

و در نتیجه با در نظر گرفتن هزینه‌های تأخیر خواهیم داشت:

اگر $\sum_{j=1}^{i}(t_j + t'_j + \frac{o_j}{P_j}) \le SL$ ، $f_i(0,(0,-,-)) = A_i.D_i + F_{i+1}(0)$

اگر $\sum_{j=1}^{i-1}(t_j + t'_j + \frac{o_j}{P_j}) > SL$ ، $f_i(0,(0,-,-)) = \left(A_i + (t_i + t'_i + \frac{o_i}{P_i})\hat{\pi}\right).D_i + F_{i+1}(0)$

و اگر $\sum_{j=1}^{i-1}(t_j + t'_j + \frac{o_i}{P_j}) \le SL < \sum_{j=1}^{i}(t_j + t'_j + \frac{o_i}{P_j})$

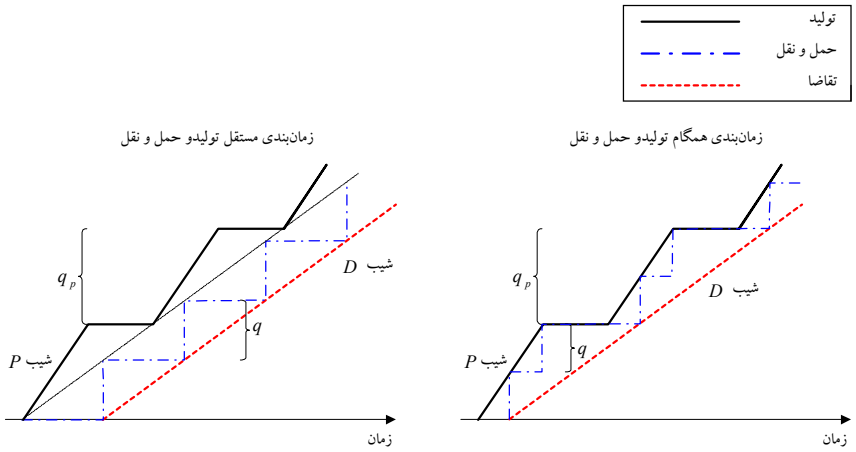
$$f_i(0,(0,-,-)) = \left(A_i + \left(\sum_{j=1}^{i}(t_j + t'_j + \frac{o_i}{P_j}) - SL\right)\hat{\pi}\right).D_i + F_{i+1}(0)$$

اما در حالتی که تصمیم به تولید انبارشی گرفته شود، چون در مرحله $i-1$ تولید سفارشی بوده‌است، داریم :

$$q_{t,i-1} = q_{p,i-1} = 1$$

بدین ترتیب تقاضای مرحله i یعنی مصرف مرحله $i-1$ ، دقیقاً نرخ گسسته‌ای برابر با D_i خواهد داشت ؛ که به خوبی می‌توان این نرخ را با نرخ پیوسته D_i تقریب زد.

در این جا باید اشاره‌ای به مفهوم زمان‌بندی همگام[1] و زمان‌بندی مستقل[2] (غیر همگام) داشته باشیم. منظور از زمان بندی همگام آن است که تولید با حمل و نقل کاملاً هماهنگ باشد و حمل و نقل در زمان‌هایی انجام بیرد که انباشته محصول تولیدی در انبار به حد خاصی برسد. در این حالت معمولاً اندازه دسته تولیدی مضرب صحیحی از اندازه دسته حمل و نقل (محموله) است. اما زمان بندی مستقل آن است که زمان سیکل حمل و نقل و زمان سیکل تولید از هم مستقل باشند. یعنی در زمان‌های خاصی حمل محصول انجام گیرد، بدون این که مهم باشد انباشته محصول به چه اندازه‌ای رسیده است. همگام‌کردن حمل و نقل و مصرف مواد (تولید مواد) ایده اولیه تدارکات به شکل JIT را تشکیل می‌دهد. همچنین همگام کردن تولید و توزیع یکی از اصول مهم در مواقعی است که تولید سفارشی یا مونتاژ سفارشی انجام می‌گیرد؛ چرا که در این صورت هم تولید محصول و هم حمل آن به محل تحویل به مشتری، براساس مقدار سفارش مشتری و زمان تحویل آن انجام می‌شود. در حقیقت همگام کردن تولید و حمل و نقل باعث می‌شود که هر موقع در نقطه مصرف به کالایی احتیاج بود، آن کالا در انبار موجود باشد (یعنی کمبود پیش نیاید) و در عین حال کالاهای حمل شده از نقطه تولید درست زمانی به نقطه مصرف برسند که موجودی آن‌ها در همان زمان به صفر می‌رسد. تولید انبارشی، بر اساس طبیعتش با فرآیند حمل محصول برای مشتری همگام نیست. ولی حمل و نقل‌هایی که از یک کارخانه به یک مرکز توزیع انجام می‌گیرد، می‌تواند با فرآیند تولید انبارشی همگام شود. اگرچه در مواردی که اقلام زیادی در یک محل تولید می‌شوند و به مقاصد مختلفی برده می‌شوند، ممکن است همگام کردن حمل و نقل و تولید بسیار دشوار یا غیرممکن گردد. شکل ۶ منحنی‌های انباشته تولید، حمل و نقل و تقاضا را در حالتی که فقط یک محصول تولید می‌شود و یک مقصد وجود دارد، در دو وضعیت زمان بندی همگام و زمان بندی مستقل با یکدیگر مقایسه می‌کند.



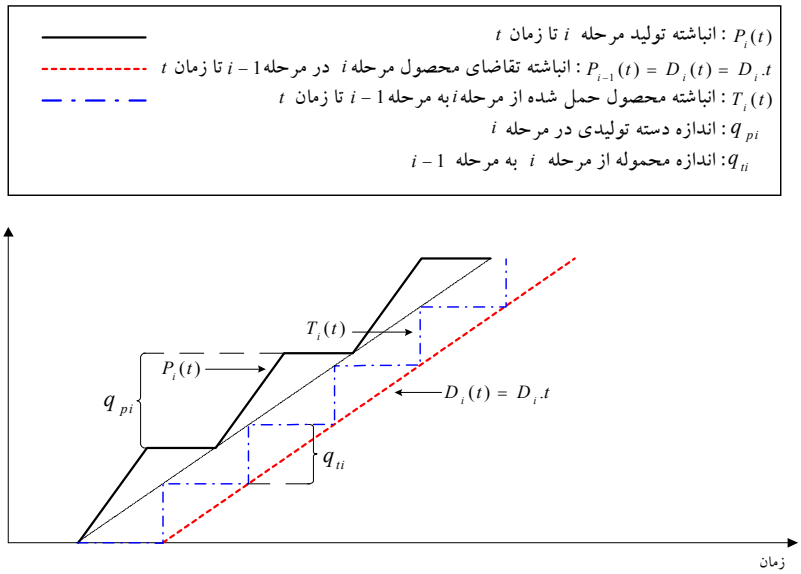
شکل ٦. زمان بندی‌های همگام و مستقل

[1] -Synchronous Schedule
[2] -Independent Schedule

در حالت زمان‌بندی همگام اندازه دسته تولیدی q_p مضرب صحیحی از اندازه محموله q است. توجه کنید که نرخ تولید P اکنون بیش از نرخ تقاضا D است؛ چرا که قسمت تولید باید اقلام دیگری را نیز در فواصل زمانی بین تولید دسته‌های تولیدی نشان داده شده، تولید کند. واضح است که همگام کردن تولید و حمل و نقل، میانگین مجموع سطح موجودی در محل تولید و محل مصرف (کارخانه و مرکز توزیع) را کاهش می‌دهد.

در این‌جا با توجه به این که تولید انبارشی بر اساس طبیعتش معمولاً غیر همگام و مستقل از حمل و نقل است ، فرآیندهای حمل و نقل و تولید را مستقل از هم فرض کرده‌ایم.

در این صورت مدل موجودی تقریباً به صورت شکل ۷ در می‌آید :



شکل۷ . منحنی‌های انباشته تولید، حمل و نقل و مصرف در حالت زمان‌بندی مستقل (غیر همگام) تولید و حمل و نقل

با استفاده از آن‌چه که هال [7] به دست آورده است ، می‌توان گفت :

متوسط مجموع موجودی دردست محصول مرحله i ، در مرحله i و مرحله$i-1$ $= (\frac{q_{pi}}{2}).(1-\frac{D_i}{P_i}) + q_{ti}$

هزینه نگهداری محصول مرحله i ، در مرحله i و مرحله$i-1$ در واحد زمان $= h\left((\frac{q_{pi}}{2}).(1-\frac{D_i}{P_i}) + q_{ti}\right)$

هزینه راه‌اندازی تولید و سفارش‌دهی در مرحله i در واحد زمان $= a_i \frac{D_i}{q_{pi}}$

هزینه حمل و نقل از مرحله i به مرحله $i-1$ در واحد زمان $= v_i \frac{D_i}{q_{ti}}$

$$c_i\left(0,(1,q_{pi},q_{ti})\right) = h\left((\frac{q_{pi}}{2}).(1-\frac{D_i}{P_i}) + q_{ti}\right) + a_i\frac{D_i}{q_{pi}} + v_i\frac{D_i}{q_{ti}}$$

$$\Rightarrow f_i\left(0,(1,q_{pi},q_{ti})\right) = h\left((\frac{q_{pi}}{2}).(1-\frac{D_i}{P_i}) + q_{ti}\right) + a_i\frac{D_i}{q_{pi}} + v_i\frac{D_i}{q_{ti}} + F_{i+1}(1)$$

همچنین اگر مقدار بهینه q_{pi} را با q_{pi}^* ، مقدار بهینه q_{ti} را با q_{ti}^* و مقدار بهینه $c_i\left(0,(1,q_{pi},q_{ti})\right)$ را با $c_i^*\left(0,(1,q_{pi},q_{ti})\right)$ نشان دهیم خواهیم داشت :

$$q_{pi}^{*}=\sqrt{\frac{2a_i.D_i}{h_i(1-D_i/P_i)}}$$

$$q_{ti}^{*}=\sqrt{\frac{v_i.D_i}{h_i}}$$

$$c_i^{*}\left(0,(1,q_{pi},q_{ti})\right)=\sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}$$

اما در وضعیتی که در مرحله $i-1$ تولید انبارشی صورت گرفته‌باشد ، در مرحله i ($i>1$) نیز حتماً باید تولید انبارشی صورت گیرد. با توجه به آن چه در مثال ابتدای بخش و در مورد شکل ۳ گفته شد، می‌توان گفت که وضعیت در این صورت نیز مشابه وضعیت در حالتی است که در مرحله $i-1$ تولید سفارشی انجام شده باشد و در مرحله i ($i>1$) تصمیم به تولید انبارشی گرفته‌شده باشد. بنابراین :

$$\Rightarrow f_i\left(1,(1,q_{pi},q_{ti})\right)=h\left((\frac{q_{pi}}{2}).(1-\frac{D_i}{P_i})+q_{ti}\right)+a_i\frac{D_i}{q_{pi}}+v_i\frac{D_i}{q_{ti}}+F_{i+1}(1)$$

$$q_{pi}^{*}=\sqrt{\frac{2a_i.D_i}{h_i(1-D_i/P_i)}}$$

$$q_{ti}^{*}=\sqrt{\frac{v_i.D_i}{h_i}}$$

$$c_i^{*}\left(1,(1,q_{pi},q_{ti})\right)=\sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}$$

ولی در صورتی که در مرحله ۱ قرار داشته باشیم، شرایط کمی تفاوت دارد. در این مرحله در حقیقت حمل و نقل نداریم. یعنی مشتری نهایی کالا را مستقیماً ، با نرخ ثابت D و به صورت یکی یکی دریافت می‌کند. اگر فرض کنیم که تأخیر همچنان می‌تواند مجاز باشد، شرایط این مرحله درست مانند شرایط مرحله ۱ با فرض مجاز بودن تأخیر و بدون فرض مجاز بودن حمل و نقل در هر زمان، می‌شود. یعنی در این حالت اندازه محموله (توجه کنید که عملاً محموله‌ای وجود ندارد.) برابر یک واحد است. این بدان معنی است که می‌توان فرض کرد کالای تولیدی مرحله ۱ مستقیماً و بدون واسطه و بدون نیاز به حمل با نرخ پیوسته D بلافاصله پس از تولید، مصرف می‌شود. پس برای نشان دادن بردار تصمیم در مرحله ۱ باید مؤلفه q_{ti}^{*} را از آن حذف و به جای آن مؤلفه b (کمبود) را قرار دهیم. بدین ترتیب با توجه به آن چه قبلاً نشان داده شد، خواهیم داشت :

$$C_1\left(0,(1,q_{p1},b)\right)=\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}(1-D/P_1)-b\right)^2}{2q_{p1}(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^2}{2q(1-D/P_1)}$$

که در آن :

$\frac{A_1D}{q_{p1}}$ = هزینه ثابت تولید و سفارش‌دهی در واحد زمان

$h_1\frac{\left(q_{p1}(1-D/P_1)-b\right)^2}{2q_{p1}(1-D/P_1)}$ = هزینه نگهداری موجودی در واحد زمان

$\hat{\pi}\frac{b^2}{2q_{p1}(1-D/P_1)}$ = هزینه تأخیر (کمبود) در واحد زمان

و در نتیجه خواهیم داشت : $q_{p1}^{*}=\sqrt{\frac{2A_1D(h_1+\hat{\pi})}{h_1\hat{\pi}\quad(1-D/P_1)}}$ = اندازه دسته تولیدی اقتصادی

$b^* = \dfrac{h_1 q_{p1}{}^* (1 - D/P_1)}{h_1 + \hat{\pi}}$ = اندازه کمبود اقتصادی در هر پریود

۵. سیاست و جواب‌های بهینه

با جمع‌بندی مطالب بخش قبل، جداول راهنمای ۱، ۲ و ۳ به دست می‌آیند، که نشان دهنده تصمیم‌های بهینه در مراحل مختلف، در حالت‌های مختلف هستند:

جدول ۱ . راهنمای تصمیم‌گیری بهینه در مرحله n

$F_n(s_n)$	$x_n^*(s_n)$		$x_n(s_n)$ تولید انبارشی $(1, q_{pn}, q_{tn})$	$x_n(s_n)$ تولید سفارشی $(\cdot,-,-)$	مرحله n s_n	
$A_n.D_n$	$(\cdot,-,-)$	اگر $A_n.D_n \le \sqrt{2a_n D_n h_n (1-D_n/P_n)} + \sqrt{v_n D_n h_n}$	$h_n\left(\frac{q_{pn}}{2}(1-\frac{D_n}{P_n})+q_{tn}\right)+a_n\frac{D_n}{q_{pn}}+v_n\frac{D_n}{q_{tn}}$	$A_n.D_n$	$\sum_{j=1}^{n}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j}) \le SL$	0
$\sqrt{2a_n.D_n.h_n(1-D_n/P_n)}+\sqrt{v_n.D_n.h_n}$	$\left(1,\sqrt{\frac{2a_n.D_n}{h_n(1-D_n/P_n)}},\sqrt{\frac{v_n.D_n}{h_n}}\right)$	اگر $A_n.D_n > \sqrt{2a_n D_n h_n (1-D_n/P_n)} + \sqrt{v_n D_n h_n}$				
$\left(A_n+(t_n+t'_n+\frac{o_n}{P_n}).\hat{\pi}\right)D_n$	$(\cdot,-,-)$	اگر $\left(A_n+(t_n+t'_n+\frac{o_n}{P_n}).\hat{\pi}\right)D_n \le \sqrt{2a_n.D_n.h_n(1-D_n/P_n)}+\sqrt{v_n.D_n.h_n}$	$h_n\left(\frac{q_{pn}}{2}(1-\frac{D_n}{P_n})+q_{tn}\right)+a_n\frac{D_n}{q_{pn}}+v_n\frac{D_n}{q_{tn}}$	$\left(A_n+(t_n+t'_n+\frac{o_n}{P_n}).\hat{\pi}\right)D_n$	$\sum_{j=1}^{n-1}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j}) > SL$	
$\sqrt{2a_n.D_n.h_n(1-D_n/P_n)}+\sqrt{v_n.D_n.h_n}$	$\left(1,\sqrt{\frac{2a_n.D_n}{h_n(1-D_n/P_n)}},\sqrt{\frac{v_n.D_n}{h_n}}\right)$	اگر $\left(A_n+(t_n+t'_n+\frac{o_n}{P_n}).\hat{\pi}\right)D_n > \sqrt{2a_n.D_n.h_n(1-D_n/P_n)}+\sqrt{v_n.D_n.h_n}$				
$\left(A_n+\left(\sum_{j=1}^{n}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})-SL\right)\hat{\pi}\right)D_n$	$(0,-,-)$	اگر $\left(A_n+\left(\sum_{j=1}^{n}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})-SL\right)\hat{\pi}\right)D_n \le \sqrt{2a_n.D_n.h_n(1-D_n/P_n)}+\sqrt{v_n.D_n.h_n}$	$h_n\left(\frac{q_{pn}}{2}(1-\frac{D_n}{P_n})+q_{tn}\right)+a_n\frac{D_n}{q_{pn}}+v_n\frac{D_n}{q_{tn}}$	$\left(A_n+\left(\sum_{j=1}^{n}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})-SL\right)\hat{\pi}\right)D_n$	$\sum_{j=1}^{n-1}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j}) \le SL < \sum_{j=1}^{n}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})$	
$\sqrt{2a_n.D_n.h_n(1-D_n/P_n)}+\sqrt{v_n.D_n.h_n}$	$\left(1,\sqrt{\frac{2a_n.D_n}{h_n(1-D_n/P_n)}},\sqrt{\frac{v_n.D_n}{h_n}}\right)$	اگر $\left(A_n+\left(\sum_{j=1}^{n}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})-SL\right)\hat{\pi}\right)D_n > \sqrt{2a_n.D_n.h_n(1-D_n/P_n)}+\sqrt{v_n.D_n.h_n}$				
$\sqrt{2a_n.D_n.h_n(1-D_n/P_n)}+\sqrt{v_n.D_n.h_n}$	$\left(1,\sqrt{\frac{2a_n.D_n}{h_n(1-D_n/P_n)}},\sqrt{\frac{v_n.D_n}{h_n}}\right)$			-	1	

توضیح: $A_n = a_n + v_n$

جدول ۲. راهنمای تصمیم گیری بهینه در مرحله i (۱< i < n)

$F_i(s_i)$	$x_i^*(s_i)$		$x_i(s_i)$ تولید انبارشی $(1, q_{pi}, q_{ti})$	$x_i(s_i)$ تولید سفارشی $(0,-,-)$	مرحله $(1<i<n)$ i s_i	
$A_i.D_i + F_{i+1}(0)$	$(0,-,-)$	اگر $A_i.D_i + F_{i+1}(0) \le \sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)} + \sqrt{v_i.D_i.h_i} + F_{i+1}(1)$	$h_i\left(\frac{q_{pi}}{2}(1-\frac{D_i}{P_i})+q_{ti}\right)+a_i\frac{D_i}{q_{pi}}+v_i\frac{D_i}{q_{ti}}+F_{i+1}(1)$	$A_i.D_i + F_{i+1}(0)$	$\sum_{j=1}^{i}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j}) \le SL$	0
$\sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}+F_{i+1}(1)$	$\left(1,\sqrt{\frac{2a_i.D_i}{h_i(1-D_i/P_i)}},\sqrt{\frac{v_i.D_i}{h_i}}\right)$	اگر $A_i.D_i + F_{i+1}(0) > \sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)} + \sqrt{v_i.D_i.h_i} + F_{i+1}(1)$				
$\left(A_i+(t_i+t'_i+\frac{o_i}{P_i}).\hat{\pi}\right)D_i + F_{i+1}(0)$	$(0,-,-)$	اگر $\left(A_i+(t_i+t'_i+\frac{o_i}{P_i}).\hat{\pi}\right)D_i + F_{i+1}(0) \le \sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}+F_{i+1}(1)$	$h_i\left(\frac{q_{pi}}{2}(1-\frac{D_i}{P_i})+q_{ti}\right)+a_i\frac{D_i}{q_{pi}}+v_i\frac{D_i}{q_{ti}}+F_{i+1}(1)$	$\left(A_i+(t_i+t'_i+\frac{o_i}{P_i}).\hat{\pi}\right)D_i + F_{i+1}(0)$	$\sum_{j=1}^{i-1}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j}) > SL$	
$\sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}+F_{i+1}(1)$	$\left(1,\sqrt{\frac{2a_i.D_i}{h_i(1-D_i/P_i)}},\sqrt{\frac{v_i.D_i}{h_i}}\right)$	اگر $\left(A_i+(t_i+t'_i+\frac{o_i}{P_i}).\hat{\pi}\right)D_i + F_{i+1}(0) > \sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}+F_{i+1}(1)$				
$\left(A_i+\left(\sum_{j=1}^{i}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})-SL\right)\hat{\pi}\right)D_i + F_{i+1}(0)$	$(0,-,-)$	اگر $\left(A_i+\left(\sum_{j=1}^{i}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})-SL\right)\hat{\pi}\right)D_i + F_{i+1}(0) \le \sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}+F_{i+1}(1)$	$h_i\left(\frac{q_{pi}}{2}(1-\frac{D_i}{P_i})+q_{ti}\right)+a_i\frac{D_i}{q_{pi}}+v_i\frac{D_i}{q_{ti}}+F_{i+1}(1)$	$\left(A_i+\left(\sum_{j=1}^{i}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})-SL\right)\hat{\pi}\right)D_i + F_{i+1}(0)$	$\sum_{j=1}^{i-1}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j}) \le SL < \sum_{j=1}^{i}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})$	
$\sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}+F_{i+1}(1)$	$\left(1,\sqrt{\frac{2a_i.D_i}{h_i(1-D_i/P_i)}},\sqrt{\frac{v_i.D_i}{h_i}}\right)$	اگر $\left(A_i+\left(\sum_{j=1}^{i}(t_j+t'_j+\frac{o_j}{P_j})-SL\right)\hat{\pi}\right)D_i + F_{i+1}(0) > \sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}+F_{i+1}(1)$				
$\sqrt{2a_i.D_i.h_i(1-D_i/P_i)}+\sqrt{v_i.D_i.h_i}+F_{i+1}(1)$	$\left(1,\sqrt{\frac{2a_i.D_i}{h_i(1-D_i/P_i)}},\sqrt{\frac{v_i.D_i}{h_i}}\right)$		$h_i\left(\frac{q_{pi}}{2}(1-\frac{D_i}{P_i})+q_{ti}\right)+a_i\frac{D_i}{q_{pi}}+v_i\frac{D_i}{q_{ti}}+F_{i+1}(1)$	-	1	

توضیح: $A_i = a_i + v_i$

جدول ۳ . راهنمای تصمیم‌گیری بهینه در مرحله ۱

مرحله ۱	$x_1(s_1)$		$x_1^*(s_1)$		$F_1^*(s_1)$
	تولید مفارشی	تولید انبارشی			
S_1	$(0,-,-)$	$(1,q_{p1},b)$			
	$f_1(s_1,(0,-,-))$	$f_1(s_1,(1,q_{p1},b))$			
$t_1+t_1'+\frac{1}{P_1}\le SL$	$A_1D+F_2(0)$	$\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}^*(1-D/P_1)-b^*\right)^2}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^{*2}}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+F_2(1)$	$(0,-,-)$	اگر $A_1D+F_2(0)\le\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}^*(1-D/P_1)-b^*\right)^2}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^{*2}}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+F_2(1)$	$A_1D+F_2(0)$
0			$(1,q_{p1}^*,b^*)$	اگر $A_1D+F_2(0)>\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}^*(1-D/P_1)-b^*\right)^2}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^{*2}}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+F_2(1)$	$\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}^*(1-D/P_1)-b^*\right)^2}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^{*2}}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+F_2(1)$
$t_1+t_1'+\frac{1}{P_1}>SL$	$\left(A_1+t_1+t_1'+\frac{1}{P_1}-SD\hat{\pi}\right)D+F_2(0)$	$\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}^*(1-D/P_1)-b^*\right)^2}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^{*2}}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+F_2(1)$	$(0,-,-)$	اگر $\left(A_1+t_1+t_1'+\frac{1}{P_1}-SD\hat{\pi}\right)D+F_2(0)\le\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}^*(1-D/P_1)-b^*\right)^2}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^{*2}}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+F_2(1)$	$\left(A_1+t_1+t_1'+\frac{1}{P_1}-SD\hat{\pi}\right)D+F_2(0)$
			$(1,q_{p1}^*,b^*)$	اگر $\left(A_1+t_1+t_1'+\frac{1}{P_1}-SD\hat{\pi}\right)D+F_2(0)>\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}^*(1-D/P_1)-b^*\right)^2}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^{*2}}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+F_2(1)$	$\frac{A_1D}{q_{p1}}+h_1\frac{\left(q_{p1}^*(1-D/P_1)-b^*\right)^2}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+\hat{\pi}\frac{b^{*2}}{2q_{p1}^*(1-D/P_1)}+F_2(1)$
توضیح: $q_{p1}^*=\sqrt{\frac{2A_1D\ (h_1+\hat{\pi})}{h_1\hat{\pi}\ \ (1-D/P_1)}}$, $b^*=\frac{h_1q_{p1}^*(1-D/P_1)}{h_1+\hat{\pi}}$					

۶ . موضوعاتی برای تحقیقات آتی

با توجه به مجموعه فرض‌های سازنده مسأله نقطه تفکیک بهینه، با حذف یا تغییر شکل هر یک از این فرضیات می‌توان شکل جدیدی از مسأله را تعریف نمود. باید سعی شود که صورت مسأله‌های جدید، تا آن‌جا که ممکن است به واقعیت نزدیک‌تر باشند. بدین منظور پیشنهادهای زیر برای بسط و توسعه مسأله نقطه تفکیک بهینه پیشنهاد می‌گردد:

۱. «چند محصول» تولید شود که نرخ تولید و تقاضای هریک در هر مرحله می‌تواند با بقیه تفاوت داشته باشد. در این‌جا می‌توان طوری مدل را طراحی نمود که برای هر محصول یک نقطه تفکیک جداگانه به دست آید یا این که نقطه تفکیک برای همه محصولات یکی شود. متغیر تصمیم در هر مرحله در حالت تولید انبارشی ، زمان سیکل تولید می‌شود. به طوری که هر محصول در این سیکل یک بار و به اندازه مصرف کل سیکل تولید می‌شود. در صورت استفاده از منابع (ماشین‌آلات) مستقل، می‌توان برای هر محصول زمان سیکل جداگانه‌ای به دست آورد.

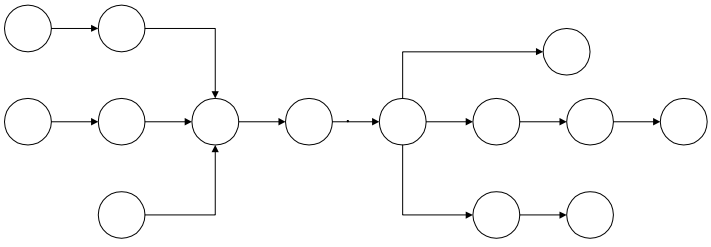
۲. در حالت مجاز بودن کمبود می‌توان علاوه بر هزینه تأخیر هر سفارش در واحد زمان، هزینه ثابتی نیز برای هر سفارش به تأخیر افتاده در نظر گرفت.

۳. هزینه حمل و نقل به مقدار محموله بستگی داشته باشد.

۴. تقاضا احتمالی باشد.در این حالت، باید تعریف تابع هدف را تغییر داد. تابع هدف می‌تواند چیزی مثل حداقل کردن احتمال کمبود (تأخیر) یا کمینه کردن امید ریاضی هزینه‌های پرداخت شده یا ... باشد. آن‌چه مسلم است این است که تابع هدف به نوعی احتمالی خواهد شد.

۵. مدت زمان‌های جریان اطلاعات و مواد احتمالی باشد. این حالت نیز مشابه حالت قبلی می‌شود.

۶. ساختار توپولوژیک زنجیره به شکل سری نباشد، بلکه به صورت شبکه‌ای باشد. برای این ساختار شبکه‌ای قالب‌های مختلفی می‌توان در نظر گرفت و برای هریک جواب را به دست آورد. ساختاری که برای ادامه تحقیقات پیشنهاد می‌گردد، تشکیل شده است از چند زنجیره سری همگرا در بالادست زنجیره اصلی، یک زنجیره مرکزی در وسط و تعدادی زنجیره واگرا در پایین دست.



شکل۸ . نمونه‌ای از توپولوژی پیشنهادی برای تحقیقات بیشتر

۷. برای موجودی در حال حمل نیز هزینه نگهداری وجود داشته باشد.

۸. هر تأمین کننده بتواند بیش از یک نوع مواد یا قطعات مورد نیاز مرحله بعدش را تأمین کند. دراین صورت باید در توپولوژی شبکه زنجیره نیز تغییراتی به وجود آورد. همچنین متغیرهای تصمیم متناظر با هریک از اقلام تأمین شده توسط تأمین کننده می‌شوند.

۹. هر مرحله بتواند از چند تأمین کننده هر یک از اقلام مورد نیازش را تأمین کند. پیشنهاد می‌شود که به دلیل تشابه و سنخیت این تغییر و تغییر قبلی با هم اعمال شوند. در این صورت در روابط بین مراحل باید از مدل‌های موجودی دوسطحی که پیشتر از آن‌ها نام برده شد، استفاده نمود.

۱۰. در حالتی که توپولوژی زنجیره به شکل سری نباشد و یک کالای مورد نیاز را بتوان از منابع مختلفی تهیه نمود، می‌توان برای حمل و نقل، هزینه متغیر(برحسب مواردی چون میزان بار و مسافت طی شده و ...) نیز در نظر گرفت.

۱۱. ظرفیت حمل بار و تعداد وسایل نقلیه محدود باشد.

۱۲. رابطه بین حمل و نقل و تولید، در صورت تولید انبارشی، همگام باشد. (در بخش ۴-۳ این رابطه غیر همگام و مستقل در نظر گرفته‌شده بود.)

فهرست مراجع

[۱] صالحی فتح‌آبادی ح.، برنامه ریزی سیستمهای تولیدی و موجودی انبار، تهران، آذرخش، ۱۳۷۸.

[2] Ayers J.B. ,Handbook of Supply Chain Management, New York et al., St. Luice; APICS, 2001.

[3] Baita F.; Ukovich W.; Pesenti R.; Favaretto D., “Dynamic Routing-and-Inventory Problems : A Review”, Transportation Research-A, Vol. 32, No. 8, pp. 585-598, 1998.

[4] Bertazzi L., Spranza M.G., “Models and Algorithms for the Minimization of Inventory and Transportation Costs : A Survay”, in: Spreranza, M.G.; Stähly P.(Eds.), New Trends in Distribution Logistics, Berlin et al., pp.159-178, 1999.

[5] Chopra S.; Meindl P. ,Supply Chain Management , Strategy, Planning, and Operation, New Jersey, Prentice Hall, 2001.

[6] Fleischmann B., “Distribution and Transport Planning”, in: Staedtler H., Kilger C.(Eds.),Supply Chain Management and Advanced Planning Systems , Berlin et al., Springer, pp.167-171, 2000.

[7] Hall R.W. , “On the Integartion of Production and Distribution: Economic Order and Production Quantity Implications”, Transportation Research-B, Vol. 30, No. 5, pp. 387-406, 1996.

[8] Handfield R.B.; Nichols E.L., JR.,Introduction to Supply Chain Management, New Jersey, Prentice Hall, 2000.

[9] Johnson L.A.; Montgomery D.C., Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control, New York, John Willey & Sons, 1974.

[10] Lee H.L.; Billington C., “Material Management in Decentralized Supply Chains”, Operation Research, Vol.41, No.5, pp.835-847, 1993.