

# تعیین تعداد کانبان و اندازه دسته تولید در زنجیره تأمین مبتنی بر سیستم تولید بهنگام با رویکرد حداکثر سازی ارزش فعلی

محمد رضا یداله پور<sup>۱</sup>، سهیلا کاوش<sup>۲</sup>، مهدی بیجاری<sup>۳</sup>

## چکیده:

در این مقاله یک سیستم زنجیره تأمین با سیاست تحویل (Just In Time) JIT مورد بررسی قرار می‌گیرد. در چنین سیستمی کانبان‌ها نقش مهمی را در به جریان انداختن اطلاعات و قطعات برعهده دارند. کانبان‌ها با اتصال فرآیندهای مختلف تولیدی در زنجیره تأمین، فلسفه JIT را تحقق می‌بخشند. یکی از مسائل مهم در پیاده‌سازی چنین سیستمی، تعیین تعداد مناسب کانبان‌ها است. در این مقاله یک مسأله غیر خطی عدد صحیح (MINLP)، با رویکرد بیشینه‌کردن ارزش فعلی، NPV (Net Present Value)، برای تعیین تعداد بهینه کانبان‌ها، اندازه دسته (سفارش، تولید و ارسال) و تعداد کل تولید در یک سیکل، فرمول‌بندی شده است. برای حل مدل ارائه شده از دو رویکرد جستجوی غیرخطی و جستجوی فراابتکاری استفاده شده است. در رویکرد اول با استفاده از یک الگوریتم جستجوی غیرخطی برنامه‌ریزی ترتیبی درجه دو (SQP-Sequential Quadratic Programming)، جواب غیرصحیحی برای مدل بدست‌آمده و سپس این جواب با استفاده از روش مبتنی بر شمارش کامل و جستجوی حریمانه، به یک جواب صحیح تبدیل می‌گردد. در رویکرد دوم با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مستقیماً جواب صحیحی برای مدل بدست می‌آید. نتایج عددی حاکی از کارایی بیشتر الگوریتم ژنتیک نسبت به روش جستجوی غیرخطی می‌باشد.

## کلمات کلیدی

تولید بهنگام، زنجیره تأمین، کانبان، ارزش فعلی، جستجوی غیرخطی، جستجوی حریمانه، الگوریتم ژنتیک

## *Determining the number of kanbans and lot size in a supply chain controlled by JIT production system based on maximizing Net Present Value approach*

Reza Yadollahpour, Soheila Kavosh, Mehdi Bijari

### Abstract

In this paper a supply chain system with JIT (Just in Time) delivery policy is investigated. In such a system kanbans have the main role in flowing information and materials. With attaching different productive processes in supply chain, kanbans give JIT concept a real feature. One of the important problems in implementing this system is determining of appropriate number of kanbans. In this paper a MINLP (Mixed Integer None Linear Programming) model is formulated to determine the optimum number of kanbans, lot size (order, production, delivery) and total number of production in a cycle time. To solve the suggested model, two approaches of none linear search and meta heuristic search are used. In the first approach, using a sequential quadratic programming (SQP) algorithm, a non-integer solution is founded. Then using two methods based on complete enumeration and greedy search, this solution is converted to integer. In the second approach using a genetic algorithm an integer solution is found directly. Numerical results show genetic algorithm is more effective than none linear search.

### Keywords

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، yadollahpour@in.iut.ac.ir

<sup>۲</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، kavosh@in.iut.ac.ir

<sup>۳</sup> استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، bijari@cc.iut.ac.ir

JIT, supply chain, kanban, NPV, none linear search, greedy search, genetic algorithm.

## ۱- مقدمه

یک زنجیره تأمین ( $1^{SC}$ )، معمولاً از مجموعه‌ای از بخش‌ها و یا شرکت‌های مستقل تشکیل می‌شود. یک سیستم زنجیره تأمین، مجموعه‌ای از رویکردهاست که در جهت هماهنگی موثر تأمین‌کنندگان، تولیدکنندگان، انبارها، مراکز توزیع، خرده‌فروشان و در نهایت مشتریان به کار گرفته می‌شود؛ طوری که کالاها در تعداد مناسب، در مکان مناسب و در زمان مناسب، تولید و توزیع شده و در عین حال هزینه کل سیستم حداقل گردد.

عملیات مهم در یک سیستم زنجیره تأمین را می‌توان به سه دسته کلی تقسیم کرد [۲۲]. (۱) عملیات مرتبط با مواد اولیه شامل پیش‌بینی فروش، برنامه‌ریزی موجودی، خرید، حمل و نقل بین تأمین‌کنندگان و تولیدکنندگان، (۲) عملیات مرتبط با کار حین فرایند<sup>۱</sup> شامل پردازش و مدیریت کارا برای موجودی قطعات نیمه‌ساخت در سایت‌های تولیدی، (۳) عملیات مرتبط با محصولات نهایی شامل انبارش موجودی محصولات نهایی، سرویس‌دهی به مشتریان و حمل و نقل محصولات بین انبارها، خرده‌فروشان و مشتریان. این عملیات جریان کالاها، خدمات و اطلاعات را در طول یک سیستم جامع، پوشش می‌دهند.

امروزه شرکت‌ها برای حفظ رقابت‌پذیری و موفقیت اقتصادی خود، بر افزایش کارایی، بهبود کیفیت محصولات و ارتقای سطح استانداردها تأکید می‌کنند. مدیریت "درست بهنگام" (JIT)، با افزایش کارایی تولید، کاهش سطح ضایعات در مواد، زمان و کار انجام شده برای پردازش محصولات، رسیدن به این اهداف را محقق می‌سازد. یکی از مهمترین ابزارها در پیاده سازی فلسفه تولید بهنگام "کانبان" می باشد [۱۳]. این تکنیک به شرکت‌ها این امکان را می‌دهد که سیستم زنجیره تأمین خود را با رویکرد JIT مدیریت کنند.

کانبان یک واژه ژاپنی و به معنی "گاری دستی" است. کاربرد کانبان به‌طور خاص برای کنترل جریان ظرف‌های محتوی مواد و قطعات می‌باشد. سایت‌ها نقاط مبدأ و مقصد برای کانبان‌ها هستند. سایت بسته به نوع زنجیره تأمین می‌تواند یک شرکت، کارخانه، کارگاه، ایستگاه کاری و یا یک ماشین باشد. همچنین کانبان نیز می‌تواند بسته به نوع کاربرد، یک AGV<sup>۳</sup>، گاری دستی، کامیون، کشتی، ترن و یا یک هواپیما باشد. یک سیستم تولیدی بزرگ معمولاً از تعدادی سایت (ایستگاه کاری یا کارگاه) تشکیل شده است. سایت اول مواد اولیه را از تأمین‌کنندگان می‌گیرد. سپس محصولات نیمه‌ساخت برای پردازش‌های بیشتر در طول سایت‌ها حرکت می‌کنند تا برای پردازش نهایی به سایت آخر برسند. در سیستمی که به‌وسیله کانبان کنترل می‌شود، تولید در جایگاه نهایی به‌وسیله سفارش مشتری، و در سایت‌های میانی به‌وسیله سفارش رسیده از سایت بعدی به جریان می‌افتد. این رویکرد به یک مکانیزم ساده کنترل، به نام سیستم کانبان و یا سیستم کششی منجر می‌شود.

یک سیستم مبتنی بر کانبان حداقل به دو سایت متوالی نیاز دارد [۲۲]. جریان مواد و اطلاعات بین دو سایت متوالی یک جایگاه کانبان را شکل می‌دهد. سیستم زنجیره تأمینی که فقط از دو سایت تشکیل شده است، سیستم زنجیره تأمین تک‌جایگاهی (SSSCS<sup>۴</sup>)، و سیستم زنجیره تأمینی که بیش از دو سایت داشته باشد، سیستم زنجیره تأمین چندجایگاهی (MSSCS<sup>۵</sup>)، نامیده می‌شود.

هدف عمده در رویکرد JIT کاهش موجودی‌ها است. در مدل‌های مبتنی بر NPV، این هدف معادل با حداکثر کردن ارزش فعلی کل می‌باشد. به عبارت دیگر در مدل‌های مبتنی بر NPV، فاصله زمانی بین پرداخت هزینه‌های تولید و فروش محصولات، حداقل می‌گردد؛ و این به معنای کاهش سطح موجودی است. به همین دلیل در برخی از مدل‌های مبتنی بر NPV، و از جمله مدل ارائه شده در این مقاله، هزینه نگهداری موجودی در مدل در نظر گرفته نمی‌شود. در زنجیره تأمین ارائه شده در این مقاله سه مسأله اصلی ارتباط با تأمین‌کنندگان، ارتباطات بین تولیدکنندگان و ارتباط با خرده‌فروشان در نظر گرفته می‌شود که در هر سه مورد از کانبان استفاده می‌شود. هزینه‌ها در سه جزء اصلی مواد اولیه، قطعات نیمه‌ساخت و محصولات نهایی و در انواع هزینه آماده‌سازی، هزینه تولید، هزینه حمل و نقل و هزینه خرید برای مواد اولیه در نظر گرفته می‌شود. هدف مدل تعیین تعداد بهینه کانبان‌ها، اندازه دسته سفارش، تولید و ارسال، و نیز تعداد تولید در یک سیکل با حداکثر کردن ارزش فعلی سود، می‌باشد.

## ۱-۲- مرور ادبیات

از زمانیکه ماندن [۱۳] در سال ۱۹۸۳ کاربرد کانبان را در سیستم تولید توپوتا تبیین نمود، تحقیقات زیادی در این زمینه انجام گرفته است. به عنوان مثال التیوک و رتجان [۱] یک سیستم تولید کششی چند جایگاهی را با هدف مدیریت سیستم موجودی آن مورد مطالعه قرار دادند. گوپتا و التری [۸] یک روش سیستماتیک را برای محاسبه تعداد کانبان‌ها در یک سیستم بهنگام توسعه دادند. الگوریتم آن‌ها در شرایط زمان‌های پردازش احتمالی و تقاضای متغیر، میزان کار در جریان را حداقل می‌کند. میازاکی و همکاران [۱۲] دو فرمول را برای محاسبه میانگین موجودی که کانبان برداشت در حالت اندازه سفارش ثابت، به سیستم تحمیل می‌کند، و نیز محاسبه حداقل تعداد کانبان‌های مورد نیاز در این سیستم توسعه دادند.

سارکر و بالان [۱۹،۱۸،۱۷] تعداد کانبان‌های مورد نیاز برای حمل مواد بین دو ایستگاه کاری را در هر دو حالت سیستم کانبان تک-جایگاهی و چندجایگاهی تعیین نمودند. مدل آن‌ها اندازه دسته تولید، تعداد کانبان‌ها، فواصل زمانی ارسال موجودی و زمان‌بندی تولید را به دست می‌داد. پاریجا و سارکر [۱۶] یک زنجیره تأمین را با در نظر گرفتن سیاست سفارش مواد اولیه و ارسال محصولات نهایی تحلیل کردند. مدل آن‌ها اندازه دسته تولید را در شرایط دوره مرور ثابت محاسبه می‌کند.

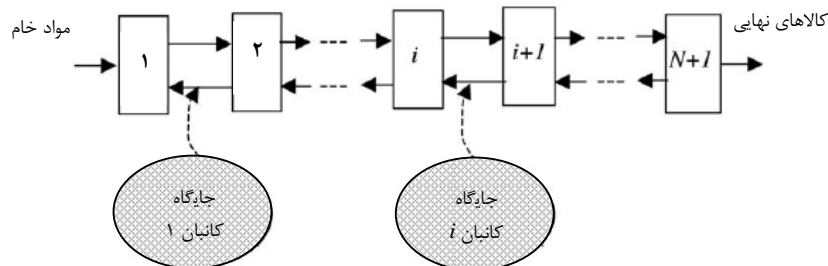
ماسکولو و همکاران [۱۱] یک مدل تحلیلی را برای ارزیابی عملکرد سیستم‌های تولیدی چند جایگاهی که به وسیله کانبان کنترل می‌شوند، ارائه کردند. نوری و سارکر [۱۵،۱۴] تعداد کانبان‌ها و سیاست تحویل را بین دو ایستگاه کاری تعیین نمودند. در مدل آن‌ها تابع هدف برابر مجموع هزینه‌های تعداد کانبان‌ها، هزینه کمبود و هزینه نگهداری بود.

اخیراً فلسفه تولید تویوتا برای مدیریت کارای جریان مواد در زنجیره تأمین نیز بکار گرفته شده و تحقیقات زیادی در این زمینه منتشر شده است. کارمارکار و همکاران (۱۹۸۹) [۱۰]، ونگ و همکاران (۱۹۹۱) [۲۳]، دلیرسنیدر و همکاران (۱۹۹۲) [۵]، آسکین و همکاران (۱۹۹۳) [۲]، ک و شرفی (۱۹۹۷) [۴] و نوری و سارکر (۱۹۹۸) [۱۵] عملکرد کانبان را فقط بین دو ایستگاه متوالی بدون در نظر گرفتن ارتباط با تأمین کننده مواد اولیه و مشتری نهایی مورد بررسی قرار دادند. ونگ و همکاران (۲۰۰۶) [۲۲] سیستم موجودی یک زنجیره تأمین چند جایگاهی را شامل سیاست سفارش مواد اولیه و سیاست تحویل محصولات نهایی مورد بررسی قرار دادند. در این مدل اندازه دسته تولید، تعداد کانبان در هر جایگاه، سیاست سفارش‌دهی و سیاست تحویل تعیین می‌گردد.

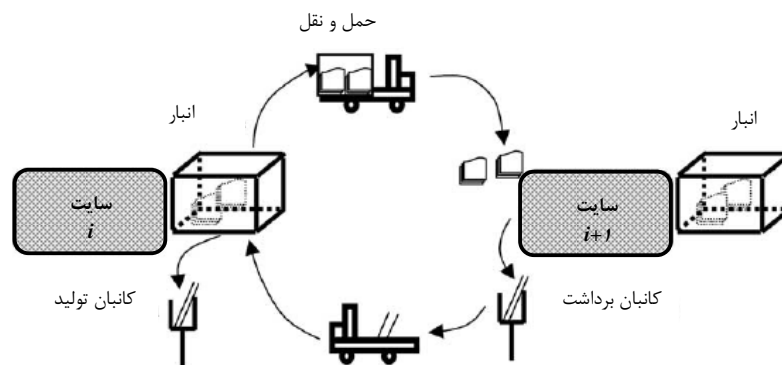
در کلیه موارد یاد شده کمینه کردن تابع هدف برحسب هزینه‌هایی همچون نگهداری، کمبود، سفارش‌دهی و حمل و نقل مدنظر بوده؛ و هیچیک از تحقیقات مذکور رویکرد حداکثر سازی ارزش فعلی را در زنجیره تأمین مبتنی بر کانبان دنبال نکرده‌اند. در این مطالعه تابع هدف عبارت است از ارزش فعلی سود حاصل از فروش اقلام تولیدی در یک دوره زمانی معین. سود از تفاضل قیمت فروش محصولات و هزینه‌های سفارش‌دهی، حمل و نقل، هزینه تولید و هزینه خرید (برای مواد اولیه) در ابتدای دوره زمانی به دست می‌آید.

## ۲- توصیف مسأله و مفروضات آن

برای بررسی مدل، یک زنجیره تأمین نوعی شامل  $N+1$  سایت و متعاقباً  $N$  جایگاه کانبان در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱). شکل ۲، دو سایت متوالی یا یک جایگاه کانبان را، با جزئیات بیشتر به تصویر می‌کشد.



شکل ۱. یک سیستم زنجیره تأمین چند جایگاهی مبتنی بر کانبان



شکل ۲. یک جایگاه کانبان و نحوه عملکرد کانبان

نحوه چرخش کانبان در جایگاه کانبان به این صورت است که در ابتدا متصدی حمل قطعات بر حسب نوع سیستم کنترل موجودی، در فواصل زمانی مشخص (سیستم دوره ثابت سفارش)، یا وقتی تعداد کانبان‌ها به عدد معینی رسید (سیستم مقدار ثابت سفارش)، کانبان‌های

برداشت را به سایت قبلی منتقل می‌کند. سپس کانبان‌های تولید از قطعات تولید شده در انبار سایت قبلی جدا شده و در محل مورد نظر قرار می‌گیرند. کانبان‌های برداشت به قطعات تولیدی سایت قبلی متصل شده و به سایت بعدی منتقل می‌شوند. وقتی این قطعات در سایت بعدی به جریان می‌افتند، کانبان‌های متصل به آنها جدا شده و در محل مورد نظر قرار می‌گیرند. کانبان‌های تولید در سایت قبلی در زمان‌های مشخصی به جریان می‌افتند.

یک کانبان معمولاً حاوی اطلاعاتی از قبیل شماره قطعات، توصیف ویژگی‌های خاص قطعات، وسیله حمل، تعداد قطعات قابل حمل، محل انبارش قطعات و برخی از اطلاعات اختیاری مثل اندازه دسته تولید، تعداد کانبان‌ها در یک سیکل تولید و ... می‌باشد. در یک سیستم زنجیره تأمین، کانبان‌ها علاوه بر انتقال اطلاعات وظیفه حمل خود قطعات را نیز برعهده دارند.

## ۲-۱- مفروضات

برای به‌کارگیری سیستم کنترل SC به‌وسیله کانبان، باید تعداد کانبان‌ها، سیاست سفارش‌دهی مواد اولیه و سیاست تحویل محصولات نهایی تعیین شود. مفروضات زیر در ادامه این مقاله به‌کار گرفته می‌شوند.

(۱) سایت یک مفهوم کلی دارد که ممکن است یک شهر، یک کارخانه، یک کارگاه و یا یک ماشین باشد. سایت به عنوان یک واحد، شناخته شده و تسهیلات درون آن در نظر گرفته نمی‌شوند.

(۲) تقاضای سیستم معلوم است.

(۳) نرخ تولید هر سایت مشخص، و از نرخ تقاضای آن بیشتر است.

(۴) تعداد کل محصولات که در یک سیکل، در هر جایگاه تولید می‌شوند، ثابت است.

(۵) کمبود در هیچکدام از سایت‌ها مجاز نیست.

(۶) جریان‌های نقدی گسسته و نرخ بهره پیوسته در نظر گرفته می‌شود.

(۷) در صورت وجود تورم در افق زمانی مورد مطالعه، نرخ بهره پیوسته برابر تفاضل نرخ سود و نرخ تورم در نظر گرفته می‌شود.

## ۳- فرمول بندی مدل

پارامترها و متغیرهای به‌کار گرفته شده در مدل عبارتند از:

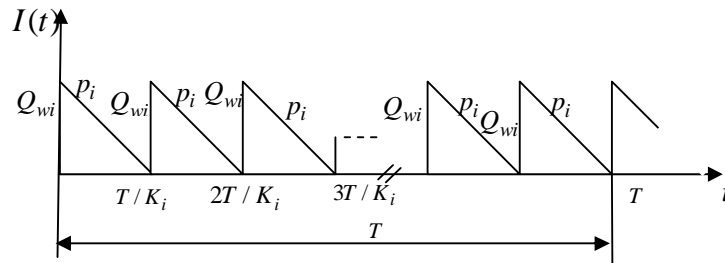
$i$	اندیس جایگاه‌های کانبان، $i = 1, 2, \dots, N$ ، جایگاه کانبان $i$ بین سایت‌های $i$ و $i+1$ می‌باشد.
$p_i$	نرخ تولید سایت $i$ ( $i = 1, 2, \dots, N+1$ )، واحد بر سال
$D$	نرخ تقاضا، واحد بر سال
$c_r$	هزینه خرید یک‌واحد ماده اولیه
$c_i$	هزینه تولید یک‌واحد کالا در سایت $i$ ، ( $i = 1, 2, \dots, N+1$ )
$A_r$	هزینه هر بار سفارش‌دهی مواد اولیه، واحد پول بر سفارش
$A_{wi}$	هزینه هر بار حمل کالا در جایگاه کانبان $i$ ، از سایت $i$ به سایت $i+1$ ، واحد پول بر هر بار حمل کالا
$A_{wf}$	هزینه هر بار حمل برای محصولات نهایی، واحد پول برای هر بار حمل کالا
$A_{si}$	هزینه هر بار آماده‌سازی تولید در سایت $i$ ، $i = 1, 2, \dots, N+1$ ، واحد پول بر دسته تولید
$I_{ave}$	متوسط سطح موجودی، واحد کالا
$T$	سیکل تولید، سال
$T_{ui}$	زمان تولید در سایت $i$ ، سال
$T_{di}$	زمان مصرف در سایت $i$ ، سال
$NY$	افق زمانی مورد مطالعه، سال
$NPV_r$	ارزش فعلی مربوط به مواد اولیه، واحد پول
$NPV_i$	ارزش فعلی مربوط به قطعات نیمه‌ساخت در جایگاه $i$
$NPV_w$	ارزش فعلی مربوط به قطعات نیمه‌ساخت، واحد پول
$NPV_f$	ارزش فعلی مربوط به محصولات نهایی، واحد پول
$NPV_s$	ارزش فعلی مربوط به فروش محصولات نهایی، واحد پول
$NPV$	ارزش فعلی سالانه
$NPV_t$	ارزش فعلی کل افق زمانی مورد مطالعه
$Q_r$	اندازه دسته سفارش برای مواد اولیه

اندازه دسته حمل در جایگاه کانبان $i$	$Q_{wi}$
اندازه دسته حمل برای محصولات نهایی	$Q_f$
تعداد محصولات تولیدشده در یک سیکل	$Q$
تعداد کانبان‌ها (حمل و نقل‌ها) در جایگاه کانبان $i$ ، در سیکل $T$	$K_i$
تعداد سفارشات مواد اولیه در سیکل $T$	$n_o$
تعداد حمل و نقل‌ها از سایت نهایی	$n$
تعداد حمل و نقل در جایگاه $i$ ، در زمان تولید	$m_i$
تعداد حمل و نقل محصول نهایی در زمان تولید	$s$
بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از $x$	$f(x)$
نرخ بهره پیوسته سالانه	$r$

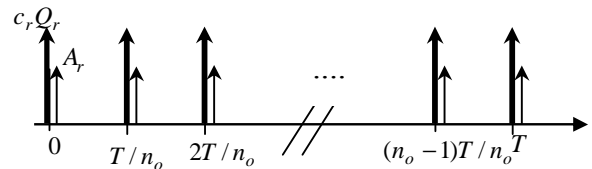
برای محاسبه ارزش فعلی از نرخ بهره پیوسته استفاده شده است. جریان‌های نقدی به تفکیک هزینه‌های مربوط به مواد اولیه، قطعات نیمه-ساخت، محصولات نهایی و جریان نقدی فروش در نظر گرفته می‌شود. مسأله با فرض این که تعداد کانبان می‌تواند عددی غیر صحیح باشد، فرمول‌بندی می‌شود؛ و سپس در مرحله حل مدل جواب اولیه غیر صحیح بدست آمده از این مدل به یک جواب صحیح تبدیل می‌شود. در بخش بعدی به جزئیات این مدل پرداخته می‌شود.

### ۳-۱- جریان نقدی مربوط به مواد اولیه

در مورد مواد اولیه، هزینه‌های خرید و حمل و نقل مواد (سفارش‌دهی) در نظر گرفته می‌شوند. تعداد سفارشات در سیکل  $T$ ، با  $n_o$  نشان داده می‌شود. نمودار سطح موجودی و جریان نقدی هزینه‌های مربوط به مواد اولیه در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است.



شکل ۳. سطح موجودی مواد اولیه در یک سیکل



شکل ۴. جریان نقدی هزینه‌های مواد اولیه در یک سیکل

رابطه (۱) ارزش هزینه‌ها را در ابتدای هر سیکل محاسبه می‌کند. در جواب مدل خواهیم داشت،  $Q = n_o Q_r$ . قسمت‌های دوم و سوم رابطه (۱) مربوط به وقتی است که  $n_o$  عدد صحیح نباشد؛ و برای پوشش کامل هزینه‌های  $Q$  واحد کالای خریداری شده در یک سیکل، به قسمت اول رابطه اضافه شده‌اند. مقادیر این دو عبارت در صورتی که  $n_o$  عدد صحیح باشد، برابر صفر خواهد بود.

$$T_r = \sum_{i=0}^{f(n_o)-1} [(c_r Q_r + A_r) e^{-i.(Q/(Dn_o)).r}] + \dots \quad (1)$$

$$c_r (Q - f(n_o).Q_r). e^{-f(n_o).(Q/(Dn_o)).r} + \dots$$

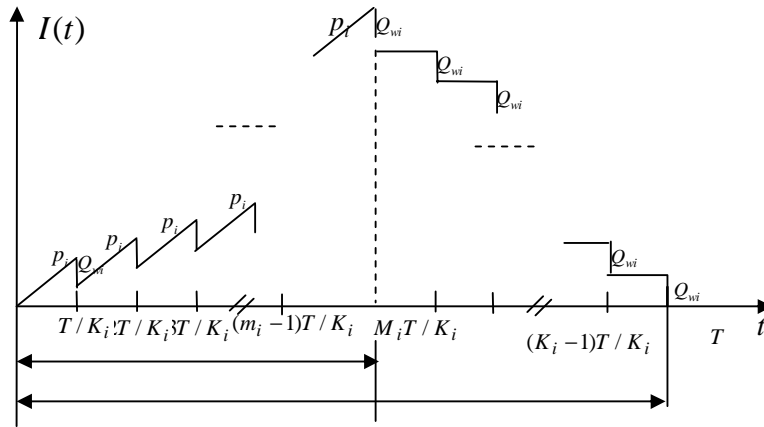
$$[(Q - f(n_o).Q_r)/Q_r] A_r. e^{-f(n_o).(Q/(Dn_o)).r}$$

رابطه (۲) ارزش فعلی هزینه‌های مربوط به مواد اولیه را در ابتدای هر سال از افق زمانی، نشان می‌دهد. با توضیح مشابهی، قسمت دوم این رابطه مربوط به وقتی است که  $D$  بر  $Q$  بخش پذیر نباشد؛ و برای پوشش کامل  $D$  واحد کالای خریداری شده در سال به قسمت اول اضافه شده است. در صورت عدم بخش پذیری  $D$  بر  $Q$ ، ارزش فعلی هزینه‌های سال‌های مختلف، متفاوت خواهد بود؛ و  $NPV_r$  به نوعی ارزش متوسط هزینه‌ها را نشان می‌دهد.

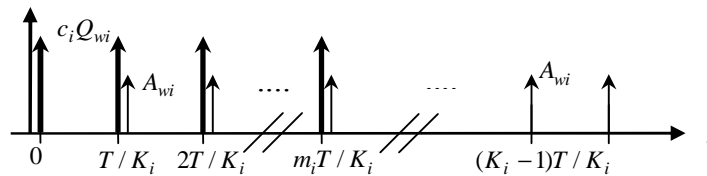
$$NPV_r = \sum_{j=0}^{f(D/Q)-1} [T_r e^{-j(Q/D).r}] + ([D - Q f(D/Q)]/Q) T_r e^{-f(D/Q)(Q/D).r} \quad (2)$$

### ۳-۲- ارزش فعلی مربوط به هزینه های قطعات نیمه ساخت

در مورد قطعات نیمه‌ساخت هزینه‌های آماده‌سازی، تولید و حمل و نقل در نظر گرفته می‌شود. شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب سطح موجودی و جریان نقدی را در جایگاه کانبان  $i$ ، نشان می‌دهند. در قسمت اول نمودار موجودی، تولید و مصرف به صورت توأم، و سپس فقط مصرف وجود دارد.



شکل ۵. نمودار سطح موجودی در سایت های میانی



شکل ۶. جریان نقدی مربوط به قطعات نیمه ساخت در یک سیکل

در رابطه (۳) ارزش فعلی هزینه‌ها در ابتدای هر سیکل تعیین می‌شود. قسمت اول این رابطه مربوط به هزینه آماده‌سازی است که در ابتدای هر سیکل تولید، پرداخت می‌شود. قسمت‌های دوم و سوم هزینه حمل، و قسمت‌های چهارم و پنجم هزینه تولید را تشکیل می‌دهند. در مورد قسمت‌های سوم و پنجم توضیحی مشابه آنچه برای رابطه (۱) ذکر شد، صادق است.

$$T_i = As_i +$$

$$\sum_{h=1}^{f(K_i)} (A_{wi} e^{-h(Q/(DK_i)).r}) + [(Q - f(K_i).Q_i)/Q_i] A_{wi} e^{-(f(K_i)+1).(Q/(DK_i)).r} + \dots \quad (3)$$

$$\sum_{h=0}^{f(K_i(D/p_i))-1} ((c_i Q / (K_i(D/p_i))) e^{-h.(Q/(DK_i)).r}) + \dots$$

$$c_i [Q - Q / (K_i(D/p_i)).f(K_i(D/p_i))] e^{-f(K_i(D/p_i)).(Q/(DK_i)).r}$$

در رابطه (۴) ارزش فعلی هزینه‌های سالیانه در جایگاه کانبان  $i$ ، محاسبه می‌شود. قسمت دوم برای پوشش کل تقاضای  $D$ ، وقتی که  $D$  بر  $Q$  بخش پذیر نباشد، در نظر گرفته شده است.

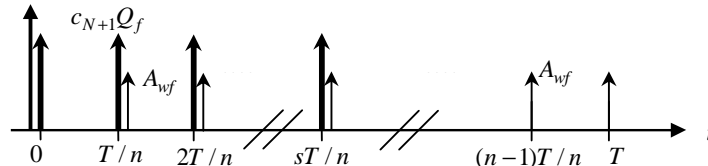
$$NPV_i = \sum_{j=0}^{f(D/Q)-1} [T_i e^{-j.(Q/D).r}] + [(D - Q f(D/Q))/Q] T_i e^{-f(D/Q).(Q/D).r} \quad (4)$$

رابطه (۵) ارزش فعلی هزینه‌ها را برای کلیه  $N$ ، جایگاه کانبان محاسبه می‌کند.

$$NPV_w = \sum_{i=1}^N NPV_i \quad (5)$$

### ۳-۳- ارزش فعلی مربوط به هزینه‌های محصولات نهایی

نمودار سطح موجودی در مورد محصولات نهایی مشابه نمودار مربوط به قطعات نیمه‌ساخت است. جریان نقدی مربوط به محصولات نهایی در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۷. جریان نقدی مربوط به محصولات نهایی در یک سیکل

در رابطه (۶) ارزش فعلی هزینه‌های مربوط به محصولات نهایی در یک سیکل محاسبه می‌شود. پنج قسمت این رابطه مشابه پنج قسمت رابطه (۳) عمل می‌کنند.

$$T_f = As_f +$$

$$\sum_{h=1}^{f(n)} (A_{wf} e^{-h(Q/(D.n)).r}) + [(Q - f(n).Q_f)/Q_f] A_{wf} e^{-(f(n)+1).(Q/(D.n)).r} + \dots \quad (6)$$

$$\sum_{h=0}^{f(n(D/p_{N+1}))-1} ((c_{N+1} Q / (n(D/p_{N+1}))) e^{-h.(Q/(D.n)).r}) + \dots$$

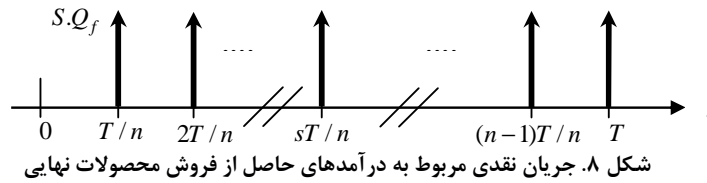
$$c_{N+1} [Q - Q / (n(D/p_{N+1})).f(n(D/p_{N+1}))] e^{-f(n(D/p_{N+1})).(Q/(D.n)).r}$$

در رابطه (۷) ارزش فعلی هزینه‌ها در ابتدای هر سال افق زمانی مورد مطالعه، محاسبه می‌شود.

$$NPV_f = \sum_{j=0}^{f(D/Q)-1} [T_f e^{-j.(Q/D).r}] + [(D - Q f(D/Q))/Q] T_f e^{-f(D/Q).(Q/D).r} \quad (7)$$

### ۳-۴- ارزش فعلی درآمدهای حاصل از فروش محصولات نهایی

شکل ۸ جریان نقدی مربوط به درآمدها را نشان می‌دهد.



روابط (۸) و (۹) به ترتیب ارزش فعلی درآمدها را در ابتدای هر سیکل و ابتدای هر سال از افق زمانی مورد مطالعه نشان می‌دهند.

$$T_s = \sum_{i=1}^{f(n)} \left[ (Q_f \cdot S) e^{-i \cdot (Q/(Dn)) \cdot r} \right] + S \cdot (Q - f(n) \cdot Q_f) \cdot e^{-(f(n)+1) \cdot (Q/(Dn)) \cdot r} \quad (8)$$

$$NPV_s = \sum_{j=0}^{f(D/Q)-1} \left[ T_s e^{-j \cdot (Q/D) \cdot r} \right] + \left[ (D - Q f(D/Q)) / Q \right] T_s e^{-f(D/Q) \cdot (Q/D) \cdot r} \quad (9)$$

### ۳-۵- ارزش فعلی کل

رابطه (۱۰) ارزش فعلی سالانه و رابطه (۱۱) ارزش فعلی را در کل افق زمانی مورد مطالعه نشان می‌دهند.

$$NPV = NPV_s - (NPV_r + NPV_w + NPV_f) \quad (10)$$

$$NPV_t = \sum_{j=0}^{NY-1} \left[ NPV \cdot e^{-j \cdot r} \right] \quad (11)$$

هدف مدل بیشینه کردن  $NPV_t$  است. در روابط فوق  $Q_r$  با  $Q/n_o$ ،  $Q_{wi}$  با  $Q/K_i$  و  $Q_f$  با  $Q/n$  جایگزاری می‌شود. به این ترتیب بردار  $(n_o, K_1, \dots, K_N, n, Q)$  متغیرهای تصمیم مدل را تشکیل می‌دهد. متغیرهای تصمیم این مدل متغیرهای صحیح هستند؛ بنابراین مدل در زیرمجموعه مسائل غیرخطی عدد صحیح، دسته‌بندی می‌شود. در بخش بعدی در مورد حل این مدل بحث می‌شود.

### ۴- حل مدل

برای حل این مدل MINLP از دو رویکرد جستجوی غیرخطی و الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. در رویکرد اول، ابتدا جواب اولیه مناسبی (بدون در نظر گرفتن محدودیت صحیح بودن جواب‌ها)، با استفاده روش جستجوی غیرخطی SQP بدست آمده و سپس این جواب اولیه با استفاده از دو روش مبتنی بر شمارش کامل و جستجوی حریصانه به یک جواب صحیح تبدیل می‌گردد. در رویکرد دوم برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. این الگوریتم مستقیماً یک جواب صحیح را تولید می‌کند. در ادامه رویکردهای فوق با جزئیات بیشتری مورد بررسی قرار گرفته و نتایج رویکردهای فوق در قالب یک مثال عددی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

### ۴-۱- معرفی اجمالی روش SQP

SQP یکی از مهمترین روش‌ها در حل مسائل غیر خطی به‌شمار می‌رود. روش SQP نیز مانند بسیاری از روش‌های غیر خطی دیگر بر مبنای حل معادلات کوهن- تاکر<sup>۶</sup> (KT) عمل می‌کند. در هر تکرار این الگوریتم با استفاده از روش گاوس- نیوتن (برویدن [۳]، فلچر [۶]، گلدفارب [۷] و شانو [۲۱]) برای بروز کردن ماتریس هساین<sup>۷</sup>، تخمینی از ماتریس هساین تابع لاگرانژین به‌دست می‌آید. سپس این تخمین برای ایجاد یک زیرمسئله<sup>۸</sup> SQP مورد استفاده قرار می‌گیرد. حل این زیرمسئله<sup>۹</sup> جهت جستجو را برای یک فرآیند جستجوی خطی تعیین می‌کند. شیتکفسکی [۲۰] نسخه‌ای از این الگوریتم را ارائه کرده است که نسبت به نسخه‌های دیگر از کارایی، دقت و درصد جواب‌های موفق بالاتری برخوردار است. مرور جامعی بر روش SQP را می‌توان در فلچر [۲۴]، شیتکفسکی [۹] یافت.

الگوریتم SQP همانند سایر روش‌های غیرخطی نسبت به جواب اولیه بسیار حساس بوده و رسیدن به جواب بهینه قطعی را تضمین نمی‌کند. برای بدست آوردن جواب اولیه مدل، ابتدا با توجه به محدودیت‌های عملی، یک حد پایین و یک حد بالا برای تعداد سفارش‌ها، تعداد کابین‌ها، تعداد ارسال‌ها و میزان تولید در یک سیکل، تعیین می‌گردد. سپس به تعداد معینی (تعداد مناسب این تکرارها با اندازه حدود مذکور رابطه مستقیم دارد). جواب‌های تصادفی در این حدود تولید می‌شود. این جواب‌های تصادفی به عنوان جواب اولیه الگوریتم SQP مورد استفاده قرار گرفته و بهترین جواب انتخاب می‌گردد. جواب به‌دست آمده در این مرحله صحیح نیست. این جواب با استفاده از یکی از رویکردهای مبتنی بر شمارش کامل و یا جستجوی حریصانه به یک جواب صحیح تبدیل می‌گردد. برای حل مسائل عددی این مقاله از الگوریتم SQP تابع fmincon در نرم افزار MATLAB استفاده شده است.

### ۴-۱-۱- روش مبتنی بر شمارش کامل



در این روش برای تبدیل جواب بدست آمده از الگوریتم SQP به یک جواب صحیح، حدود بالا و پایین هر متغیر به عنوان مقادیر آن در نظر گرفته می شود. بنابراین کلیه  $2^{N+1}$  جواب صحیح بدست آمده، با یکدیگر مقایسه شده و بهترین جواب انتخاب می گردد.

#### ۴-۱-۲- الگوریتم جستجوی حریصانه

در حالت قبلی پیچیدگی مسئله  $O(2^n)$  می باشد. برای اجتناب از محاسبات طولانی در این قسمت یک الگوریتم جستجوی حریصانه معرفی می گردد.

قدم های این الگوریتم عبارتند از:

قدم اول: با  $m$  جواب اولیه تصادفی الگوریتم SQP را اجرا کن. بهترین جواب بدست آمده را به عنوان جواب اولیه

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_{N+1}) \text{ در نظر بگیر, } J = \{ \} \text{ و } k = N$$

قدم دوم: با جایگزینی  $x_i, i = 1, \dots, N+1, i \notin J$  با دو مقدار  $[x_i] + 1$  و  $[x_i]$  و ثابت نگاه داشتن مقدار بقیه متغیرها،  $2(k+1)$  جواب تولید کن.

قدم سوم: تابع هدف را برای جواب های تولید شده، محاسبه کن.

قدم چهارم: بهترین مقدار تابع هدف را محاسبه کن. اگر این مقدار با جایگزینی  $x_j$  بدست آمده است،  $x_j$  را با مقدار صحیح مربوطه در

$$X \text{ جایگزین کن و } J = J \cup \{j\} \text{ و } k = k - 1$$

قدم پنجم: اگر  $k \geq 0$ ، قدم های ۲ تا ۴ را تکرار کن در غیر این صورت آخرین جواب بدست آمده را به عنوان جواب نهایی الگوریتم معرفی کن.

در این روش تعداد جواب هایی که مورد بررسی قرار می گیرند، از رابطه (۱۲) بدست می آید.

$$1 + 2(N+1) + 2N + 2(N-1) + \dots \approx O(N^2)$$

(۱۲)

#### ۴-۲- حل مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یک روش جستجوی احتمالی است. این الگوریتم می تواند فضای حل را با استفاده از اصول مربوط به ژن های طبیعی و تئوری تکامل، مورد جستجو قرار دهد. الگوریتم ژنتیک با یک مجموعه جواب اولیه تصادفی برای مسأله مورد نظر شروع می کند. این مجموعه جواب ها تحت عنوان "جمعیت" شناخته می شود. اعضای جمعیت، "کروموزوم" نامیده می شوند. کروموزوم های جمعیت به وسیله یک تابع برازندگی، که در این مورد ارزش فعلی جریان نقدی می باشد، ارزیابی می شوند. کروموزوم هایی که در تکرارهای متناوب تولید می شوند، "نسل" نامیده می شوند. در هر نسل، از طریق ادغام و تنظیم کروموزوم های یک جمعیت معین، یک جمعیت جدید ساخته می شود. ادغام کروموزوم ها "تقاطع" و تنظیم یک کروموزوم موجود "جهش" نامیده می شود. تقاطع فرایندی است که در آن کروموزوم ها با یک رویکرد تصادفی در هم ادغام شده و یک جفت کروموزوم جدید را به وجود می آورند. جهش فرایندی است که برای تغییر در ترتیب ساختار یک کروموزوم و تولید یک کروموزوم جدید به کار می رود. انتخاب کروموزوم ها برای تقاطع یا جهش براساس تابع هدف آنها انجام می شود. وقتی که یک نسل جدید تولید می شود، با حذف کردن اعضای جمعیت فعلی طوری که جای لازم برای نسل جدید ایجاد شود، جمعیت جدید شکل می گیرد. این فرایند به طور متناوب تا تحقق شرط توقف تکرار می شود.

الگوریتم ژنتیک مورد استفاده در این مقاله در قدم های زیر خلاصه می شود:

۱. به ازای تعداد اجرای تعیین شده، گام های زیر را تکرار کن.
۲. به تعداد تعیین شده، جواب اولیه به طور تصادفی تولید کن.
۳. تابع هدف را برای هر کروموزوم محاسبه کن.
۴. میزان برازندگی برای کل جمعیت را تعیین کن.
۵. به اندازه نرخ تقاطع، عملگر تقاطع را تکرار کن. والد ها را براساس تکنیک مونت کارلو انتخاب کن.
۶. به اندازه نرخ جهش، عملگر جهش را تکرار کن. والد را براساس تکنیک مونت کارلو انتخاب کن.
۷. برای حفظ بهترین کروموزوم ها، تعداد معینی از آن ها را در هر نسل با استفاده از استراتژی نخبه گرایی در نسل بعدی کپی کن (نرخ نگهداری افراد نخبه). برای حفظ کارایی و اقتصادی بودن محاسبات کامپیوتری، تعداد کروموزوم ها ثابت نگه داشته می شود.
۸. معیار اتوماتیک توقف برای تکرار جاری که از قبل تعیین شده است را کنترل کن. اگر معیار توقف بدست نیامده است، به قدم سه بازگرد. در غیر این صورت چنانچه شرط تعداد اجرا محقق نشده است، به قدم دو برگرد، در صورت تحقق شرط اجرا الگوریتم پایان یافته است.

نمودار جریان‌ی فرایند بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک استفاده شده، در شکل ۹ نشان داده شده است.

#### ۴-۲-۱- نمایش کروموزوم

الگوریتم ژنتیک به یک روش برای نمایش کروموزوم‌ها یا همان رشته‌ها نیاز دارد. در این مقاله طول هر کروموزوم به اندازه تعداد سایت‌ها می‌باشد. چنانچه  $N+1$  سایت وجود داشته باشد،  $N$  جایگاه کانبان وجود دارد. لذا  $N$  ژن اول هر کروموزوم، نشان‌دهنده تعداد کانبان‌ها در هر جایگاه بوده و ژن آخر هر کروموزوم نشان‌دهنده تعداد محصولات تولید شده در یک سیکل می‌باشد.

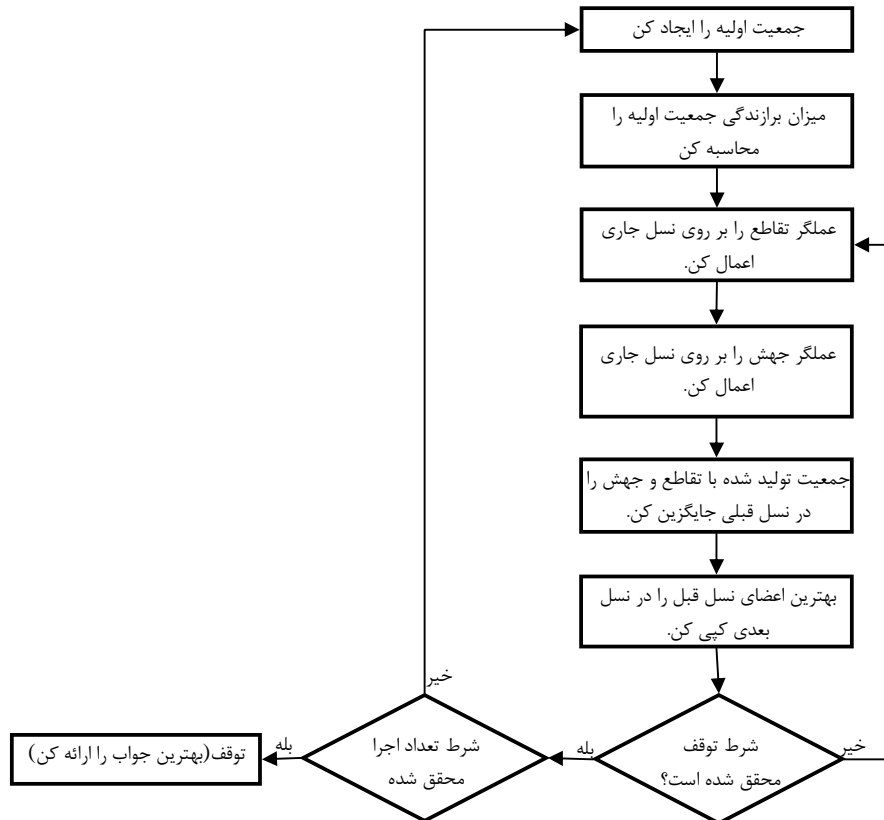
#### ۴-۲-۲- عملگر انتخاب

برای انتخاب کروموزوم‌های والد از جمعیت فعلی از عملگر انتخاب استفاده می‌شود. در این مقاله تکنیک انتخاب مونت کارلو استفاده شده است. فرآیند انتخاب یک والد به‌قرار زیر است:

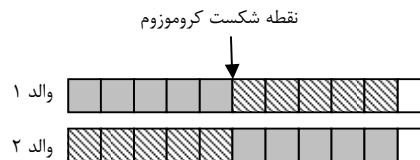
۱. مجموع تابع هدف را برای کلیه کروموزوم‌ها محاسبه کن ( $F_{sum}$ ).
۲. یک عدد تصادفی ( $n$ ) بین ۱ و  $F_{sum}$  تولید کن.
۳. عضوی از جمعیت را پیدا کن که وقتی تابع هدف آن به تابع هدف قبلی اضافه می‌شود، عدد مجموع، مساوی یا بزرگتر از  $n$  شود.
۴. قدم ۳ را برای پیدا کردن عضو دوم تکرار کرده و کنترل کن که این عضو با عضو قبلی یکسان نباشد.

#### ۴-۲-۳- عملگر تقاطع

در این مقاله عملگر تقاطع یک نقطه‌ای استفاده شده است. جفت کروموزوم‌های ( $P_1, P_2$ ) را در نظر گرفته و با تولید یک عدد تصادفی بین یک و طول کروموزوم منهای یک، نقطه شکست کروموزوم بدست می‌آید. جابه‌جایی عناصر والد ۱ و والد ۲ در شکل ۱۰ آمده است. برای تغییر عنصر آخر کروموزوم یک احتمال تعیین شده است. نحوه عمل به این صورت است که ابتدا یک عدد تصادفی بین صفر و یک تولید شده و سپس در صورتی که این عدد از احتمال تعیین شده کوچکتر باشد، مقدار این ژن به صورت تصادفی در بازه تعیین شده تولید و در کروموزوم جایگزین می‌شود. شکل ۱۰ نحوه انجام عمل تقاطع را نشان می‌دهد.



شکل شماره ۹: ساختار الگوریتم ژنتیک استفاده شده



شکل ۱۰: نحوه انجام عمل تقاطع

#### ۴-۲-۴- عملگر جهش

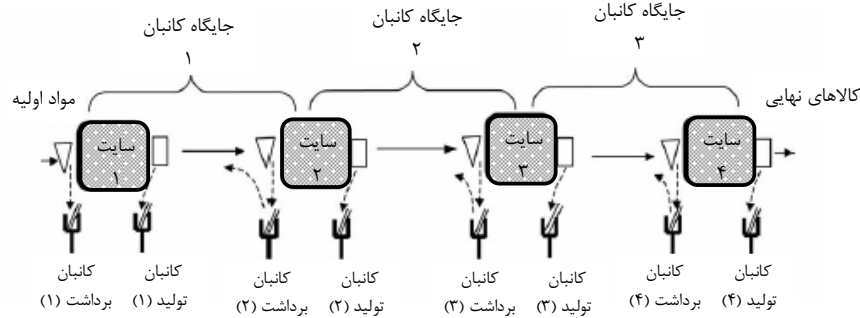
عملگر جهش برای جلوگیری از همگرایی زودهنگام الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرد. جهش توانایی جستجو را اضافه می‌کند. در مواقعی که تولید مجدد و تقاطع نمی‌توانند ژن‌های خاصی را تولید کنند، عملگر جهش این کار را انجام می‌دهد. در این مقاله از عملگر جهش swap استفاده شده است. در این عملگر دو ژن به‌طور تصادفی در دامنه یک و طول کروموزوم منتهای یک انتخاب شده و جای آنها عوض می‌شود. هم‌چنین برای هر کروموزوم انتخاب شده برای جهش، یک عدد تصادفی بین صفر و یک تولید شده و با احتمال جهش عنصر آخر مقایسه شده و در صورتی که این عدد از احتمال جهش کمتر باشد، عنصر آخر کروموزوم به‌طور تصادفی در دامنه تعیین شده مقدار می‌گیرد.

#### ۴-۲-۵- معیار توقف

الگوریتم ژنتیک پیشنهادی به‌ازای تعداد اجرای تعیین شده، اجرا می‌شود. در هر اجرای الگوریتم، شرط توقف اجرا براساس تعداد تکرار می‌باشد.

#### ۵- نتایج عددی و آنالیز حساسیت مدل

در این قسمت یک زنجیره تأمین با ۳ جایگاه کانبان مورد بررسی قرار می‌گیرد (شکل ۱۱). داده‌های عددی مورد نیاز در جدول ۱ آمده است. کلیه محاسبات در این قسمت به‌وسیله یک کامپیوتر پنتیوم ۴ با حافظه ۵۱۲ مگا بایت و پردازشگر ۳ گیگا هرتز انجام شده است.



شکل ۱۱. زنجیره تأمین با ۳ جایگاه کانبان

جدول ۱: پارامترهای مسأله عددی

تقاضای محصولات نهایی $D = 10000$	قیمت فروش یک واحد از محصول نهایی $S = 42$	نرخ تولید	هزینه آماده‌سازی تولید	هزینه سفارش‌دهی / حمل	هزینه تولید
نرخ بهره پیوسته $r = 0.17$	تعداد جایگاه کانبان و افق زمانی $N = 3$ $NY = 10$	$P_1 = 13750$ $P_2 = 14000$ $P_3 = 15000$ $P_4 = 13750$	$A_{s1} = 360$ $A_{s2} = 600$ $A_{s3} = 840$ $A_{s4} = 1200$	$A_r = 13.5$ $A_{w1} = 11.25$ $A_{w2} = 16.25$ $A_{w3} = 27.5$ $A_f = 25$	$c_0 = 2$ $c_1 = 3.2$ $c_2 = 4.8$ $c_3 = 9.6$ $c_4 = 6.4$

### ۵-۱- نتایج اجرا با رویکرد جستجوی غیرخطی

برای سادگی نمایش متغیرهای مسأله به‌جای بردار  $(n_o, K_1, K_2, K_3, n, Q)$ ، از بردار  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, Q)$  استفاده می‌شود. حدود پایین و بالا برای متغیرها به‌صورت  $l = (2, 2, 2, 2, 2, 500)$  و  $u = (30, 30, 30, 30, 30, 10000)$  فرض شده است. تعداد ۵۰ جواب تصادفی در این حدود به‌عنوان جواب اولیه الگوریتم SQP تولید می‌شود سپس بهترین جواب بدست آمده از الگوریتم، به‌عنوان جواب ورودی در دو روش مبتنی بر شمارش کامل و جستجوی حریصانه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

نتایج محاسبات در جدول ۲ آمده است. همانطور که مشاهده می‌شود، روش مبتنی بر شمارش کامل با وجود صرف زمان بیشتر و شروع با جواب اولیه بهتر، جواب بدتری را نسبت به روش مبتنی بر جستجوی حریصانه داده است. البته واضح است که این نتیجه نمی‌تواند همواره ثابت باشد. شکل ۱۲ روند اجرای روش جستجوی حریصانه را نمایش می‌دهد.

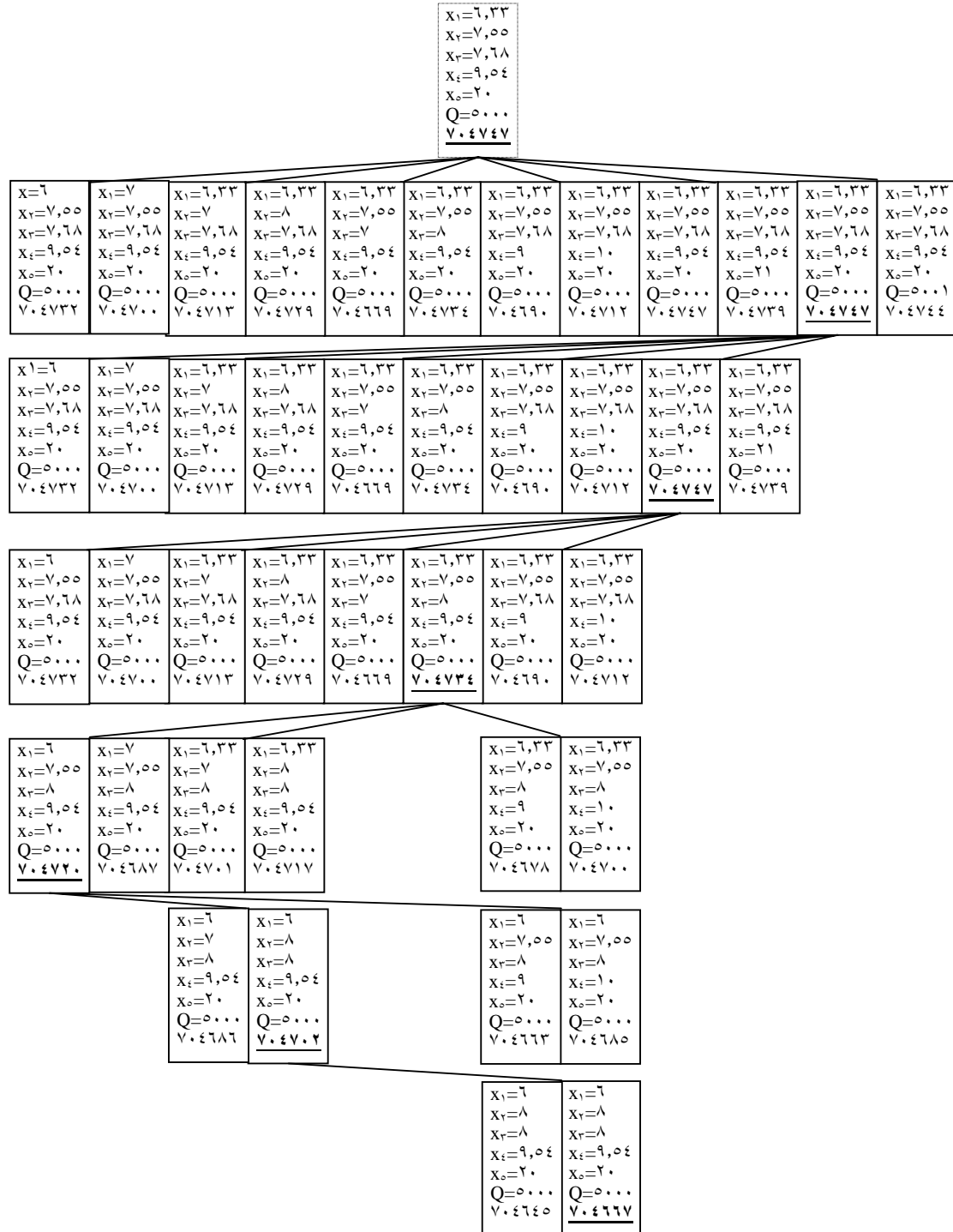
جدول شماره ۲: نتایج اجرای رویکرد اول

روش مبتنی بر:	جواب SQP	مقدار تابع هدف برای جواب SQP	جواب نهایی	مقدار تابع هدف برای جواب نهایی	زمان اجرا (ثانیه)
جستجوی حریصانه	(۶,۳۳,۷,۵۵,۷,۶۸,۹,۵۴,۲۰,۵۰۰۰)	۷۰۴۷۴۷,۲۱	(۶,۸,۸,۱۰,۲۰,۵۰۰۰)	۷۰۴۶۶۷,۸۴	۱۵,۵
شمارش کامل	(۵,۴۸,۷,۵۵,۷,۶۹,۸,۲۶,۲۲,۵۰۰۰)	۷۰۴۷۷۳,۴۸	(۶,۷,۸,۸,۱۰,۵۰۰۰)	۷۰۲۲۰۱,۴۲	۵۰,۸۹

### ۵-۳- حل مثال با استفاده از الگوریتم ژنتیک

مثال فوق با استفاده از الگوریتم ژنتیک و با اعمال تنظیمات ارائه‌شده در جدول ۳ حل شده است. تعداد اجرا ۵ و تعداد تکرار ۲۰۰ و تعداد جمعیت اولیه برابر ۲۰۰ در نظر گرفته شده است. جدول ۴، چند جواب بدست آمده از الگوریتم ژنتیک را برای مقادیر مختلف نرخ جهش، تقاطع و نگهداری افراد نخبه نشان می‌دهد. بهترین جواب برای نرخ جهش برابر ۰,۱۵، نرخ تقاطع برابر ۰,۲ و نرخ نگهداری افراد نخبه برابر ۰,۳ برابر ۷۰۴۷۳۴,۱ بدست آمده است.

با مقایسه جواب‌های بدست‌آمده از دو روش مبتنی بر شمارش کامل و جستجوی حریمانه با جواب‌های بدست‌آمده از الگوریتم ژنتیک، مشخص می‌شود که الگوریتم ژنتیک ارائه شده به جواب بهتری دست یافته است. هرچند مقدار تابع هدف برای جواب‌های غیر صحیح به دست آمده از الگوریتم SQP بهتر از مقدار به دست آمده از الگوریتم ژنتیک است.



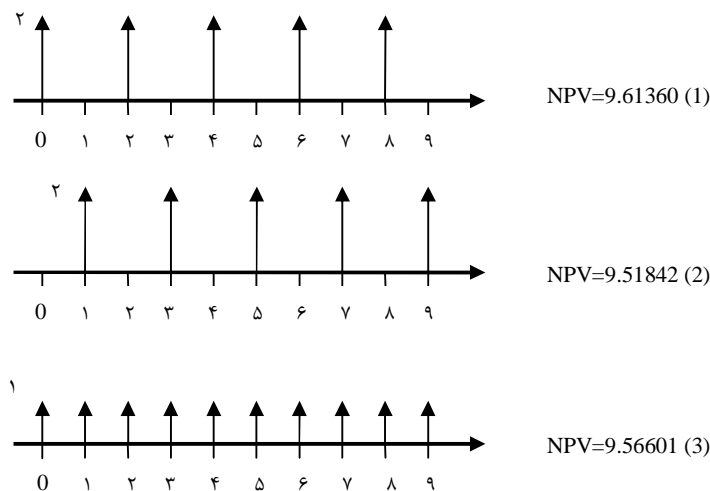
شکل شماره ۱۲: روند اجرای الگوریتم حریمانه

در این قسمت حساسیت مدل نسبت به پارامترهای مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا یک بحث مقدماتی جهت توجیه حساسیت مدل ارائه می‌گردد.

هرسه جریان نقدی نشان داده شده در شکل ۱۳ دارای جمع عددی ۱۰ با نرخ بازگشت  $r = 0.01$  می‌باشند، ارزش فعلی هر جریان نقدی محاسبه شده است. روند پرداخت "هزینه‌ها" در مدل ارائه شده، به جریان نقدی (۱) شباهت دارد (پرداخت هزینه‌ها در ابتدای دوره). این جریان نقدی برای "حداقل شدن" ارزش فعلی به جریان نقدی (۳) تبدیل می‌گردد. از طرف دیگر روند دریافت "درآمدها" در مدل فوق به جریان نقدی (۲) شبیه است (دریافت درآمدها در انتهای دوره)؛ و این جریان نقدی نیز برای "حداکثر شدن" ارزش فعلی به جریان نقدی (۳) تبدیل می‌گردد. بنابراین به‌طور کلی تابع هدف مدل ارائه شده سعی می‌کند، جریان نقدی دریافت‌ها و پرداخت‌ها را مادامی‌که جمع این مقادیر ثابت است، به شکل هموارتری تبدیل کند. هرچه میزان این دریافت‌ها و پرداخت‌ها، و همچنین نرخ بازگشت بیشتر باشد، تمایل تابع هدف برای اعمال این هموارسازی بیشتر است. این هموارسازی در مدل در مرحله اول، منجر به افزایش تعداد سفارشات مواد اولیه، تعداد کانتینرها و تعداد ارسال محصولات نهایی، و در مرحله بعد منجر به کاهش  $Q$  می‌گردد. به این ترتیب با افزایش نرخ بازگشت و مقدار دریافت‌ها و پرداخت‌ها، اندازه دسته تولید، ارسال و سفارش روند کاملاً نزولی دارد. در ادامه تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف بر مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای بدست آوردن جواب‌های ارائه شده در این قسمت، الگوریتم SQP با ۱۵ جواب تصادفی اولیه اجرا شده و بهترین جواب انتخاب شده است.

جدول ۳. نتایج اجرای الگوریتم ژنتیک

نرخ تقاطع	نرخ جهش	نرخ نگهداری افراد نخبه	مقدار تابع هدف	زمان اجرا (ثانیه)	بردار جواب
۰.۱	۰.۱	۰.۱	۷۰۴۷۰۹.۷	۴۲.۴۸۴	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۴۹۹۷)
۰.۱	۰.۲	۰.۳	۷۰۴۷۲۸.۴	۴۵.۳۷۵	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۵۰۰۲)
۰.۱	۰.۴	۰.۲	۷۰۴۷۱۰.۸	۵۷.۲۹۷	(۵,۸,۸,۸,۲۰,۴۹۹۸)
۰.۱۵	۰.۲	۰.۱	۷۰۴۶۶۰.۷	۵۲.۲۱۹	(۷,۹,۸,۸,۲۱,۵۰۰۹)
۰.۱۵	۰.۲	۰.۳	۷۰۴۷۳۴.۱	۴۸.۲۸۱	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۵۰۰۰)
۰.۱۵	۰.۳	۰.۴	۷۰۴۷۱۳.۳	۵۱.۸۱۳	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۵۰۰۱)
۰.۲۵	۰.۲	۰.۳	۷۰۴۷۲۸.۴	۵۳.۸۲۸	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۵۰۰۲)
۰.۲۵	۰.۳	۰.۲	۷۰۴۷۲۶	۶۱.۵	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۴۹۹۹)
۰.۲۵	۰.۴	۰.۱	۷۰۴۷۰۱.۶	۶۹.۵۱۶	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۴۹۹۶)
۰.۳	۰.۱	۰.۱	۷۰۴۷۳۱.۳	۵۶.۲۹۷	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۵۰۰۱)
۰.۳	۰.۲	۰.۱	۷۰۴۷۲۲.۷	۶۲.۲۱۹	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۵۰۰۴)
۰.۳	۰.۳	۰.۱	۷۰۴۷۳۱.۳	۶۷.۵۱۶	(۶,۸,۸,۸,۲۰,۵۰۰۱)



شکل ۱۳. مقایسه جریان های نقدی

جدول ۵ تأثیر تغییرات هزینه‌های آماده‌سازی را نشان می‌دهد. با افزایش هزینه‌های آماده‌سازی، مقدار  $Q$  افزایش می‌یابد؛ و این موجب افزایش تعداد کانبان‌ها می‌گردد. ضریب ۱،۲ مربوط به داده‌های مثال حل شده در قسمت‌های قبلی است. سایر داده‌ها نیز مشابه جدول ۱ است.

با افزایش هزینه‌های حمل تعداد کانبان‌ها، سفارش‌ها و یا ارسال‌ها کاهش می‌یابد (جدول ۵). این نکته قابل توجه است که جمع هزینه‌های حمل و نقل و نیز هزینه‌های آماده‌سازی در یک سال ثابت نیست؛ و بنابراین نکته ذکر شده در اول این مبحث در مورد تحلیل حساسیت این مقادیر، مصداق ندارد.

جدول ۴. تحلیل حساسیت نسبت به هزینه‌های آماده‌سازی

هزینه آماده‌سازی / ضریب $A_{si} = (300,500,700,1000)$	جواب بدست آمده
۰	(۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۷۱۴،۲۹)
۰،۱	(۲،۲۲ ۲،۰۹ ۲،۱۳ ۲،۲۹ ۷ ۱۶۶۷،۶۷)
۰،۲	(۳،۲۶ ۳،۴۵ ۳،۵۲ ۳،۷۸ ۱۱ ۲۵۰۰)
۰،۴	(۵،۰۷ ۵،۹۲ ۴،۹ ۵،۲۷ ۱۴ ۳۳۳۳،۳۳)
۰،۵	(۶،۳۳ ۵،۹۹ ۴،۹۶ ۶،۵۶ ۱۵ ۵۰۰۰)
۱،۲	(۵،۴۸ ۶،۳۷ ۷،۶۹ ۸،۲۶ ۱۹،۹۹ ۵۰۰۰)
۱،۸	(۱۰،۵۴ ۱۱،۹۶ ۱۳،۴۹ ۱۷،۲۴ ۳۰ ۱۰۰۰۰)

جدول ۵. تحلیل حساسیت نسبت به هزینه‌های حمل و نقل

هزینه حمل و نقل / ضریب $A_w = (13.5,11.25,16.25,27.5,25)$	جواب بدست آمده
۰	(۳۰ ۳۰ ۳۰ ۳۰ ۳۰ ۵۰۰۰)
۰،۲	(۱۱،۵۶ ۱۷،۱۹ ۱۶،۲ ۱۸،۷۷ ۳۰ ۵۰۰۰)
۰،۵	(۶،۶۲ ۱۱،۵۸ ۱۱،۷۹ ۱۲،۶۶ ۲۷ ۵۰۰۰)
۰،۷۵	(۷،۳۳ ۸،۹ ۹،۰۷ ۱۱،۰۴ ۲۳ ۵۰۰۰)
۱	(۵،۴۸ ۶،۳۶ ۷،۶۹ ۸،۲۶ ۱۹،۹۹ ۵۰۰۰)
۱،۲۵	(۵،۳۸ ۶،۲۶ ۷،۵۵ ۸،۱۲ ۱۶ ۵۰۰۰)
۱،۵	(۳،۶۳ ۵،۰۶ ۶،۲۸ ۶،۷۴ ۱۶ ۵۰۰۰)
۳	(۲،۶ ۳،۵۸ ۴،۷۶ ۵،۹۲ ۱۲ ۵۰۰۰)

با افزایش نرخ بازگشت و ثابت ماندن  $Q$ ، تعداد کانبان‌ها افزایش می‌یابد؛ و با افزایش شدید این نرخ،  $Q$ ، کمتر می‌شود؛ در حالی‌که حاصل تقسیم  $Q$  بر تعداد کانبان‌ها روند کاملاً نزولی دارد. این روند با نکته مطرح شده در ابتدای این قسمت کاملاً سازگاری دارد (جدول ۶).

جدول ۶. تحلیل حساسیت نسبت به نرخ بازگشت

نرخ بازگشت پیوسته	جواب بدست آمده
۰،۰۵	(۵،۵۴ ۸،۸۲ ۸،۹۹ ۹،۶۵ ۲۲ ۱۰۰۰۰)
۰،۱	(۸،۴۹ ۱۲،۹۲ ۱۱،۹ ۱۲،۷۷ ۲۷ ۱۰۰۰۰)
۰،۱۷	(۵،۴۸ ۶،۳۶ ۷،۶۹ ۸،۲۶ ۱۹،۹۹ ۵۰۰۰)
۰،۲۵	(۵،۶۳ ۱۰،۱۷ ۹،۱۳ ۹،۸ ۲۵ ۵۰۰۰)
۰،۵	(۹،۵ ۱۱،۸۳ ۱۴،۹۵ ۱۵،۶۵ ۳۰ ۵۰۰۰)
۰،۸	(۸،۴۳ ۱۲،۴۸ ۱۰،۶ ۱۲،۷۱ ۳۰ ۳۳۳۳،۳۳)
۱	(۱۰،۳۲ ۱۱،۷۸ ۱۲ ۱۴،۲۳ ۳۰ ۳۳۳۳،۳)

جدول ۷. تحلیل حساسیت نسبت به قیمت فروش یک واحد محصول

قیمت فروش یک واحد از محصولات نهایی/ ضریب	جواب بدست آمده
$S = 42$	
۰.۵	(۷.۵۵ ۱۲.۸۵ ۱۱.۴۸ ۱۲.۷۱ ۲۴ ۷۲۳۳.۸)
۰.۸	(۵.۵۳ ۸.۷۹ ۷.۷۵ ۸.۳۲ ۱۹ ۵۲۷۵)
۱	(۵.۴۸ ۶.۳۶ ۷.۶۹ ۸.۲۶ ۱۹.۹۹ ۵۰۰۰)
۱.۵	(۶.۳۳ ۸.۷۲ ۷.۶۹ ۸.۲۶ ۲۴ ۵۰۰۰)
۲	(۵.۴۸ ۷.۵۵ ۶.۴۸ ۸.۲۶ ۲۸ ۵۰۰۰)

با افزایش قیمت فروش واحد کالا، تعداد ارسال محصولات نهایی، مطابق با نکته مذکور، افزایش می‌یابد (جدول ۷). با افزایش هزینه تولید در یک جایگاه کانبان، اندازه دسته تولید در سایت مربوطه کاهش می‌یابد. در جدول ۸ هزینه تولید در سایت سوم در اعداد ۵ و ۱۰ ضرب شده است. همچنین به راحتی می‌توان حدس زد که با افزایش هزینه خرید مواد اولیه تعداد سفارشات افزایش و اندازه دسته سفارش کاهش می‌یابد. با تغییر افق زمانی مورد مطالعه تغییر محسوسی در نتایج مشاهده نمی‌شود (جدول ۹).

جدول ۸. تحلیل حساسیت نسبت به هزینه تولید در سایت سوم

هزینه تولید در سایت ۳	جواب بدست آمده	اندازه دسته تولید در سایت ۳
۲۴	(۵.۴۸ ۶.۳۶ ۷.۶۹ ۸.۲۶ ۱۹.۹۹ ۵۰۰۰)	$۵۰۰۰ / ۸.۲۶ = ۶۰۵$
۱۲۰	(۴.۴۹ ۶.۱۹ ۶.۳ ۱۷.۱۳ ۱۷ ۴۱۸۰)	$۴۱۸۰ / ۱۷.۱۳ = ۲۴۴$
۲۴۰	(۵.۲۷ ۷.۱۴ ۵.۰۷ ۲۰.۳۳ ۱۶ ۳۹۸۱)	$۳۹۸۱ / ۲۰.۳۳ = ۱۹۶$

جدول ۹. تحلیل حساسیت نسبت به تغییر افق زمانی

افق زمانی/سال	جواب بدست آمده
۱	(۶.۳۳ ۸.۷۲ ۷.۶۹ ۸.۲۶ ۲۱ ۵۰۰۰)
۱۰	(۵.۴۸ ۶.۳۶ ۷.۶۹ ۸.۲۶ ۱۹.۹۹ ۵۰۰۰)
۳۰	(۵.۴۸ ۷.۵۵ ۷.۶۹ ۸.۲۶ ۲۰ ۵۰۰۰)
۱۰۰	(۴.۶۲ ۷.۵۵ ۷.۶۹ ۸.۲۶ ۱۹ ۵۰۰۰)

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله یک مسأله غیرخطی (MINLP)، با رویکرد پیشینه‌کردن ارزش فعلی، NPV، برای تعیین تعداد کانبان‌ها، اندازه دسته (سفارش، تولید و ارسال) و تعداد کل تولید در یک سیکل، برای سیستم زنجیره تأمین که تحت فلسفه JIT و بر مبنای کانبان عمل می‌کند، فرمول‌بندی شد. مدل با استفاده از دو رویکرد (۱) جستجوی غیر خطی SQP، با دو روش مبتنی بر شمارش کامل و جستجوی حریمانه برای تبدیل جواب اولیه به جواب صحیح و (۲) الگوریتم ژنتیک حل شد. نتایج عددی حاکی از برتری الگوریتم ژنتیک ارائه شده در مقایسه با روش جستجوی غیر خطی SQP می‌باشد؛ هرچند که با توجه به پیچیدگی و غیرخطی بودن تابع هدف، در هیچ‌کدام از رویکردهای فوق تضمینی برای بهینگی جواب‌ها وجود ندارد. حساسیت مدل نسبت به پارامترهای مختلف مورد تحلیل قرار گرفت. به طور کلی تابع هدف مدل ارائه شده سعی می‌کند، جریان نقدی دریافت‌ها و پرداخت‌ها را مادامی که جمع عددی این مقادیر ثابت است، به شکل هموارتری تبدیل کند. هرچه میزان این دریافت‌ها و پرداخت‌ها، و همچنین نرخ بازگشت بیشتر باشد، تمایل تابع هدف برای اعمال این هموارسازی بیشتر است. نتایج تحلیل حساسیت نشان دادند که مدل به خوبی نسبت به تغییر پارامترها حساسیت نشان می‌دهد.

## ۷- مراجع:

- [۱] Altiok, T., Ranjan, R., 1995. "Multi-stage, pull-type production/inventory systems". IIE Transactions 27 (2), 190-200.
- [۲] Askin, R.G., Mitwasi, M.G., Goldberg, J.B., 1993. "Determining the number of kanbans in multi item just-in-time systems". IIE Transactions 25 (1), 89-98.



- [۳] Broyden, C.G., "The Convergence of a Class of Double-rank Minimization Algorithms," J. Inst. Maths. Applics., Vol. 6, pp 76-90, 1970.
- [۴] Co, H.C., Sharafali, M., 1997. "Over planning factor in Toyota\_s formula for computing the number of kanban ". IIE Transactions 29 (5), 409–415.
- [۵] Deleersnyder, J.L., Hodgson, T.J., King, R.E., Ogrady, P.J., Savva, A., 1992. "Integrating kanban type pull systems and MRP type push systems—Insights from a Markovian model". IIE Transactions 24 (3), 43–56.
- [۶] Fletcher, R., "A New Approach to Variable Metric Algorithms". Computer Journal, Vol. 13, pp 317-322, 1970.
- [۷] Goldfarb, D., "A Family of Variable Metric Updates Derived by Variational Mean,". Mathematics of Computing, Vol. 24, pp 23-26, 1970.
- [۸] Gupta, S.M., AITurki, Y.A.Y., 1997. "An algorithm to dynamically adjust the number of kanbans in stochastic processing times and variable demand environment ". Production Planning and Control 8 (2), 133–141.
- [۹] Hock, W, K. Schittkowski, "A Comparative Performance Evaluation of 27 Nonlinear Programming Codes,". Computing, Vol. 30, p. 335, 1983.
- [۱۰] Karmarkar, U.S., Kekre, S., 1989. "Batching policy in kanban system ". Journal of Manufacturing Systems 8 (4), 317–328.
- [۱۱] Mascolo, M.D., Frein, Y., Dallery, Y., 1996. "An analytical method for performance evaluation of kanban controlled production systems ". Operations Research 44 (1), 50–64.
- [۱۲] Miyazaki, S., Ohta, H., Nishiyama, N., 1988. "The optimal operation planning of kanban to minimize the total operation cost ". International Journal of Production Research 26 (8), 1605–1611.
- [۱۳] Monden, Y., 1983. *The Toyota Production System*. Industrial Engineering and Management Press, Norcross, GA.
- [۱۴] Nori, V.S., Sarker, B.R., 1996. "Cyclic scheduling for a multi-product, single-facility production system operating under a just-in-time delivery policy". Journal of the Operational Research Society 47 (3), 930–935.
- [۱۵] Nori, V.S., Sarker, B.R., 1998. "Optimum number of kanbans between two adjacent stations ". Production Planning and Control 9 (1), 60–65.
- [۱۶] Parija, G.R., Sarker, B.R., 1999. "Operations planning in a supply chain system with .xed-interval deliveries of .nished goods to multiple customers ". IIE Transactions 31 (11), 1075–1082.
- [۱۷] Sarker, B.R., Balan, C.V., 1996. "Operations planning for kanbans between two adjacent workstations. In: *Randhawa*", Sabah U. (Ed.), Proceedings of the 19th International Conference on Computers and Industrial Engineering. Miami, FL Elsevier Science Ltd.
- [۱۸] Sarker, B.R., Balan, C.V., 1998. "Operations planning for a single-stage kanban system operating under linear demand". International Journal of Production Research 36 (2), 357–375.
- [۱۹] Sarker, B.R., Balan, C.V., 1999. "Operations planning for a multi-stage kanban system". European Journal of Operational Research 112 (2), 284–303.
- [۲۰] Schittkowski, K., "NLQPL: A FORTRAN-Subroutine Solving Constrained Nonlinear Programming Problems". Annals of Operations Research, Vol. 5, pp 485-500, 1985.
- [۲۱] Shanno, D.F., "Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization". Mathematics of Computing, Vol. 24, pp 647-656, 1970.
- [۲۲] Shaojun Wang, Bahara R. Sarker, 2006. "Optimal models for a multi-stage supply chain system controlled by kanban under just-in-time philosophy". European Journal of Operational Research 172 (2006) 179-200.
- [۲۳] Wang, H., Wang, H.P., 1991. "Optimum number of kanbans between two adjacent workstations in a JIT system ". International Journal of Production Economics 22 (2), 179–188.
- [۲۴] Fletcher, R., "Practical Methods of Optimization". John Wiley and Sons, 1987.

---

<sup>1</sup> Supply Chain

<sup>2</sup> Work In Process

<sup>3</sup> Automated Guided Vehicle

<sup>4</sup> Single Stage Supply Chain System

<sup>5</sup> Multiple Stage Supply Chain System

<sup>6</sup> Kuhn-Tucker

<sup>7</sup> Hessian Matrix

<sup>8</sup> Quadratic Programming