ارائه مدل ریاضی صفر و یک به منظور انتخاب توالی مدلها در مساله بالانس خط تولید چند مدله

مصطفی جهانگشای رضایی [1]
دانشکده فنی دانشگاه تهران – گروه مهندسی صنایع
Jahangoshai@yahoo.com

چکیده

مساله بالانس خط تولید، جزو مسایلی بوده است که طی دهه های اخیر مطالعات گسترده ای روی آن صورت گرفته است. بیشتر این مطالعات بر روی مدلهای SALBP می باشد. صورت دیگر این نوع مسائل، بالانس خط برای حالت چند مدله می باشد. خط تولید چند مدله، برای مونتاژ مدلهای مختلف از یک محصول عمومی، در تعداد و اندازه های مختلف را مورد بررسی قرار می دهد. این مدلها بدنبال هم روانه خط تولید می شوند. با توجه به اینکه، سیکل زمانی تولید هر مدل ممکن است با یکدیگر متفاوت باشد و تخصیص وظایف و فعالیتهای هر مدل بطور جداگانه انجام می پذیرد، لذا ترتیب فرستاده شدن مدلها بر روی خط تولید مهم می باشد.

در این نوع مسائل ترتیب قرار گرفتن مدلها بر روی خط تولید، قابل توجه است. برای اینکه محصولات تولیدی با انواع مختلف در سیکل زمانی کوتاهتری تکمیل شوند لازم است که تصمیم گیری درستی در مورد تخصیص عملیاتها صورت گیرد. علاوه بر آن، ترتیب قرار گرفتن مدلها در خط تولید نیز می تواند در سیکل زمانی کل سیستم موثر باشد. بنابر این با محاسبه سیکل زمانی برای هر توالی مدلها، می توان به توالی بهینه دست پیدا کرد. این مقاله با ارایه یک مدل ریاضی صفر و یک، با در نظر گرفتن مینیمم سیکل زمانی، بهترین ترتیب قرار گرفتن مدلهای مختلفی از یک محصول که فرآیندهای مشابهی دارند را تعیین می کند.

واژه های کلیدی: بالانس خط – خط مونتاژ چند مدله – برنامه ریزی صفر و یک

مقدمه

مساله بالانس خط تولید، جزو مسایلی بوده است که طی دهه های اخیر مطالعات گسترده ای روی آن صورت گرفته است. بیشتر این مطالعات بر روی مدلهای SALBP (Simple assembly line Balancing problem) صورت گرفته است. مساله بالانس خط، شامل تخصیص وظایف مشخصه به ایستگاههای کاری در یک زمان معین می باشد بطوریکه مقادیر تخصیص داده شده، سبب بهینه شدن عملکرد خط تولید، اعم از سیکل زمان یا تعداد ماشینها و... شود.

مساله بالانس خط تولید، از زمانی مورد توجه قرار گرفت که خط تولید انبوه بعنوان یک روش جدید تولید مورد استفاده قرار گرفت. در این زمینه، باید کارهای مورد نیاز هر فرآیند، به نحوی به کارگران یا ماشینها، تخصیص یابد که تعداد کارگران یا ایستگاههای کار را ضمن حفظ آهنگ تولید مشخص می نیمم کند.

مدلهای بالانس خط، بطور عمده شامل دو نوع زیر است.[1]

الف) در مسائل نوع اول، سیکل زمانی، وظایف و زمان فعالیتهای مورد نیاز هر فرآیند و اولویت وظایف تعیین شده است و هدف مینیمم کردن تعداد ایستگاههای کار است.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع – دانشکده فنی دانشگاه تهران

ب) در مسائل نوع دوم، تعداد ایستگاههای کار و یا اندازه تولید ثابت است و هدف، مینیمم کردن سیکل زمانی یا ماکزیمم کردن کارایی خط تولید است.

نوع دوم مسائل، زمانی رخ می دهد که یک واحد تولیدی بخواهد که مقدار تولیدات خود را با تعداد ثابتی از ایستگاههای کار بهینه کند.

بیشترین مطالعات در مسایل بالانس خط تولید، برنامه ریزی بر روی یک مدل و تخصیص فرآیندهای مورد نیاز این مدل به ایستگاهها صورت گرفته است. مواقعی که فقط یک مدل از محصول در خط تولید باشد، مساله SALBP (Simple assembly line Balancing problem) نامیده می شود. یکی دیگر از مسایلی که در زمینه بالانس خط وجود دارد، مساله ALDP (Assembly line design problem) می باشد. [2] یک جواب ALDP، تعیین و انتخاب یک مجموعه از ماشینهای و تقسیم کارها بین آنها است، اصلی ترین فرض این نوع مسایل ، فرض موجود بودن m ماشین یکسان ازماشینهای نوع M_i می باشد. بدیهی است که اگر m=1 باشد، مساله تبدیل به SALBP خواهد شد.

ALDP در واقع برای رفع نقایص مساله SALBP طرح شده است. هدف از SALBP مینیمم کردن تعداد ماشینها در طول خط تولید است. واضح است که تابع هدف ممکن است هنگامی که ماشینهای یکسان با انواع مختلف و با هزینه های متفاوت وجود داشته باشد، مناسب نباشد.

با ذکر مثال زیر، مطلب فوق بهتر توضیح داده می شود. اگر یک خط تولید تک محصوله که شامل سه عملیات باشد بطوریکه عملیاتهای ۱ و ۲ باید قبل از عملیات ۳ تکمیل شوند، هدف مساله، مینیمم کردن تعداد ماشینها و همچنین مینیمم کردن هزینه کل می باشد.

همچنین با فرض اینکه سیکل زمانی برابر ۱۰ باشد و با فرض اینکه، عملیاتهای ۱ و۲ باید قبل از عملیات ۳ انجام بپذیرد.

جدول ۱- زمان تکمیل هر فعالیت با توجه به نوع ماشین

P_{ij}	ماشین ۱	ماشین ۲	ماشین ۳
عملیات ۱	۵	۵	۳
عملیات ۲	۴	۱۱	۳
عملیات ۳	۱۱	۸	۴
هزینه ماشین	۴۰	۳۰	۹۰

اگر فقط با مساله بالانس خط تک مدله (SALBP) مساله حل شود، جواب عبارت خواهد بود. از تخصیص تمام عملیاتها به ماشین ۳، در حالیکه جواب برای تابع هدف می نیمم هزینه عبارت است از : تخصیص عملیاتهای ۱و ۲ به ماشین ۱ و عملیات ۳ به ماشین ۳.

نوع دیگر از مسایل بالانس خط تولید، بالانس خط چند مدله می باشد. این مساله، در اصل طراحی و بالانس خط تولید برای بیش از یک مدل برای تولید همزمان است در این نوع مسایل فرض بر آن است که قسمت عمده ای از فرآیندهایی که روی این خط انجام می شود، برای تولید بسیاری از محصولات، مشترک است و مدلهای مختلف یکی پس از دیگری با سیکل زمانی متفاوت در خط تولید قرار میگیرند. در این حالت، بسته به اینکه فرآیندها برای تولید کدام محصول صورت می گیرد، کارایی ایستگاه تغییر می کند.

مطالعات صورت گرفته بر روی بالانس خط چند مدله، نسبت به مسایل مشابه، بسیار کمتر می باشد و طبیعت پیچیده اینگونه مدلها سبب می شود که حل آنها بسیار مشکل باشد.

در مسایل بالانس خط چند مدله، با توجه به تعداد مدلها و همچنین هزینه ها و سیکل زمانی مختلفی که هر مدل دارد و احتمالا اولویتهای که یک مدل نسبت به دیگر مدلها دارا می باشد، مقادیر تخصیص داده شده به ایستگاههای کار را با تغییر ترتیب مدلها و اولویتها، تغییر خواهد کرد. بنابراین علاوه بر زمانبندی و مینیمم کردن سیکل زمانی هر مدل ترتیب فرستادن مدلها به خط تولید نیز حائز اهمیت است این مساله، زمینه تحقیق و مطالعه در این مقاله می باشد.

مروری بر تاریخچه مساله بالانس خط

در طی دهه های اخیر، مطالعات گسترده ای بر روی مسائل خط بالانس صورت گرفته است و الگوریتمهای نیز در این مطالعات پیشنهاد شده و یا مورد استفاده قرار گرفته اند. روشهای هیوریستیکی، روشهای شبکه، استفاده از شبکه های صف، روش حل شاخه کران، برنامه ریزی پویا و ... از جمله روشهای عمده ای است که مورد استفاده قرا رگرفته اند. در ذیل به برخی از مطالعات انجام شده با ذکر روش مورد استفاده اشاره خواهد شد.

در زمینه SALBP، مطالعات زیادی بصورت گرفته است که معروفترین آنها، SALOME OPTPACH , FABLE می باشد. عمده روش که در زمینه مسایل SALBP مورد استفاده قرار گرفته، استفاده از مدلهای شبکه می باشد. همچنین مسایلی که ماشینهای با انواع مختلف ولی از لحاظ کاری، یکسان دارند، بطور عمده با استفاده از مدلهای شبکه صفی قابل حل خواهد بود.

Graves و Redfeld [3] ، روش بهینه ای رابرای تخصیص عملیاتها به ایستگاهها و انتخاب تجهیزات مورد نیاز برای هر ایستگاه مورد مطاعه قرار گرفته است. هدف مساله مینیمم کردن هزینه های عملیاتی ثابت و متغییر است و مساله با استفاده از الگوریتم کوتاهترین مسیر، حل شده است لی و جانسون، یک سیستم مونتاژ با ماشینهای موازی طراحی کرده اند که بوسیله برنامه ریزی عدد صحیح و مدلهای شبکه صف قابل حل خواهد بود. Nicosia [4]، یک مدل از بالانس خط تولید را با ایستگاههای مختلف مورد مطالعه قرار میدهد. روشهای مورد استفاده در این مقاله، برنامه ریزی پویا و روش شاخه کران می باشد. Erel و Gokcen [5] ، یک مساله بالانس خط تولید چند مدله را بصورت مدلهای شبکه و برنامه ریزی عدد صحیح مورد مطالعه قرار داده اند که هر فعالیت از مدلهای مختلف زمانهای عملیاتی مختلفی دارند و تابع هدف مساله می نیمم کردن سیکل زمانی می باشد. این مساله، با استفاده از الگوریتم کوتاهترین مسیر قابل حل می باشد. معروفترین الگوریتم در زمینه شبکه های جهت دار توسط Nemhauser & Gutjahr [6]، ارائه شده است که و الگوریتم فوق توسط Roberts & Villa [7] برای حالت چند مدله گسترش داده شده است.

Ding و Tolani [8] ، نوعی دیگر از مساله بالانس خط را مورد بررسی قرار داده اند که در این نوع مسائل فرض بر آن است که تقاضاها برای مدلهای مختلف در طول خط تولید شناخت شده است و هر تقاضا در دوره زمانی تعیین شده باید تکمیل گردد و وزنهای متفاوتی برای هر مدل مشخص شده است. این مساله با استفاده از مدلهای برنامه یزی ریاضی و بصورت یک مدل غیر خطی فرموله شده است.

طرح مساله

دراین قسمت، مساله بالانس خط تولید در حالت چند مدله مورد بررسی قرار می گیرد. خط تولید چند مدله برای مونتاژ مدلهای مختلف از یک محصول عمومی در تعداد و اندازه های مختلف استفاده می شود. این مدلها بدنبال هم روانه خط تولید می شوند. با توجه اینکه، سیکل زمانی تولید هر مدل ممکن است با بقیه مدلها متفاوت باشد و تخصیص وظایف و کارهای هر مدل بطور جداگانه انجام می پذیرد، لذا ترتیب فرستاده شدن مدلها بر روی خط تولید اهمیت دارد. در این حالت ممکن است برای تولید مدلهای مختلف از یک محصول، دنباله های متفاوت وجود داشته باشد، هدف این مقاله دست یافتن و تعیین بهترین ترتیب مدلها با توجه به مینیمم کردن سیکل زمانی تولید محصولات است.

فرضیات مساله

در این مساله، فرض می شود که تعداد مدلها ثابت است و همه مدلها تقریبا شامل یک تعداد عملیات بر روی ماشینها باشد. همچنین، تعداد ایستگاههای که در خط وجود دارد ثابت فرض می شود و اینکه سیکل زمانی هر یک از عملیات مدلها بر روی ماشینها و کل سیکل زمانی مدلها مقدار مشخصی باشد. همچنین، هر یک از فعالیتهای مدلها فقط می تواند فقط در یک ایستگاه کاری تکمیل شوند و امکان عملیات بر روی هر فعالیت در بیش از یک ایستگاه امکان پذیر نمی باشد و اینکه حداقل یک ایستگاه برای هر عملیات از مدل وجود داشته باشد که در زمان کمتر از سیکل زمانی مشخص، بر روی آن کار را انجام شود بعبارت دیگر، جواب ناشدنی نداشته باشیم و هرفعالیتی که به ایستگاهها اختصاص داده می شود نمی تواند از زمان کل مدل تجاوز کند. نماد گذاری در این مقاله به شرح زیر می باشد:

τ_j مدت زمانی که هر ایستگاه کار در دسترس می باشد (j=1,…,J)

t_{ik} سیکل زمانی برای عملیات k درایستگاه j

X_{ijk}^{p} متغییر ۰-۱ ، برابر صفر است اگر عملیات k از مدل i به ایستگاه j ام از مجموعه مدلهای متعلق به S($p \in S$)، تخصیص داده شود، در غیر این صورت برابر صفر است.

S_p مجموعهp ام از مجموعه هایS که شامل ترتیبهای مختلف ازمدلهای مورد نظر است

P_k مجموعه عملیاتهایی که نسبت به عملیات k (k=1, … , K) ام در اولویت هستند

Q_i^p مجموعه مدلهایی که نسبت به مدل i ام، در p امین عضو S ، دارای اولویت هستند

Y_p متغییر تصمیم ۰-۱ که برابر یک است اگر عضو p ام از مجموعه S برای تولید انتخاب شود، در غیر اینصورت برابر صفر است

بنابراین، مساله بصورت زیر فرمولبندی می شود:

$$Min \quad \sum_{p \in S} Y_p \left(\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} t_{ik} X_{ijk}^{p} \right) \qquad (۱)$$

subjectto

$$\sum_{p \in S} Y_p = 1 \qquad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{k=1}^{k} t_{ik} X_{ijk}^{p} \le \tau_j \qquad j = 1,...,J \qquad (۳)$$

$$\sum_{j=1}^{J} X_{ijk}^{p} = 1 \qquad i = 1,...,I \quad k = 1,...,K \quad p \in S \qquad (۴)$$

$$X_{ijk}^{p} \le \sum_{j=1}^{J} X_{ijh}^{p} \quad i = 1,...,I \quad j = 1,...,J \quad k = 1,...,K \quad p \in S \quad h \in P_k \qquad (۵)$$

$$X_{ijk}^{p} \le \sum_{j=1}^{J} X_{qjk}^{p} \quad i = 1,...,I \quad j = 1,...,J \quad k = 1,...,K \quad p \in S \quad q \in Q_i^p \qquad (۶)$$

$$Y_p \in \{0,1\}, \quad X_{ijk}^{p} \in \{0,1\} \qquad (۷)$$

تابع هدف علاوه بر تعیین سیکل زمانی برای هر مدل، شامل متغییر تصمیم ۰-۱ است که جواب مساله را تعیین می کند. محدودیت (۲) این اطمینان را می دهد که فقط یکی از ترتیب مدلهای مورد نظر انتخاب شود. محدودیت (۳)، محدودیت زمانی هر ایستگاه کار است و مدت زمانی است که هر ایستگاه می تواند در دسترس باشد. محدودیت (۴)، این اطمینان را می دهد که هر عملیات فقط به یک ایستگاه تخصیص داده شود. محدودیت (۵)، محدودیت اولویت برای عملیاتها است و این اطمینان را می دهد که عملیاتهایی که نسبت به عملیات k در اولویت قرار دارند. محدودیت (۶)، محدودیت اولویت برای مدلها است و این اطمینان را می دهد که کارهای مربوط به مدلهایی که نسبت به مدل i در اولویت باشند. محدودیت (۷)، متغییرهای تصمیم ۱-۰ هستند. در زیر به ذکر چند مثال ساده می پردازیم.

مثال۱: فرض کنیم که دو مدل A و B برای فرآیند شدن موجود باشد. اطلاعات مربوط به مدت زمان هر عملیات بر روی هر ایستگاه در جداول۲،۳و۴ آمده است.

جدول ۲- زمان تکمیل هر فعالیت با توجه به نوع ایستگاه در مدل ۱

مدل۱	ایستگاه۱	ایستگاه۲	ایستگاه۳
عملیات۱	۲	۱	۴
عملیات۲	۴	۲	۴
عملیات۳	۵	۵	۵
عملیات۴	۶	۴	۲

جدول ۳- زمان تکمیل هر فعالیت با توجه به نوع ایستگاه در مدل ۲

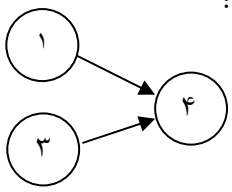
مدل۲	ایستگاه۱	ایستگاه۲	ایستگاه۳
عملیات۱	۵	۴	۳
عملیات۲	۴	۳	۴
عملیات۳	۶	۳	۵
عملیات۴	۷	۵	۲

جدول ۴- زمان در دسترس هر ایستگاه

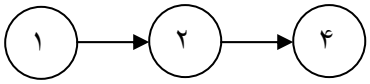
	ایستگاه۱	ایستگاه۲	ایستگاه۳
زمان در دسترس	۹	۱۰	۱۱

اولویتهای عملیاتهای هر مدل عبارتند از:

مدل۱ :



مدل۲:



هدف از حل مدل برای مساله فوق، انتخاب ترتیب مدل(۱و۲) یا (۲و۱) می باشد. پس از حل مدل، دومین دنباله انتخاب می شود. با سیکل زمان کلی ۲۱ ، همچنین مقادیر تخصیصی هر وظیفه برای هر عملیات معین می شود. بدین ترتیب که برای مدل ۱، عملیاتهای ۱و۲ به ایستگاه دوم و عملیات ۳ به ایستگاه ۱و عملیات ۴ به ایستگاه۳ و همچنین برای مدل ۲، عملیاتهای۱و۴ به ایستگاه ۳و عملیاتهای ۲و۳ به ایستگاه۲ تخصیص داده می شود.

مثال۲: فرض کنیم که سه مدل A و B و C برای فرآیند شدن موجود باشد. اطلاعات مربوط به مدت زمان هر عملیات بر روی هر ایستگاه در جداول ۵ ، ۶ ، ۷ و ۸ آمده است.

جدول ۵- زمان تکمیل هر فعالیت با توجه به نوع ایستگاه در مدل ۱

مدل۱	ایستگاه۱	ایستگاه۲	ایستگاه۳
عملیات۱	۴	۴	۶
عملیات۲	۳	۵	۴
عملیات۳	۳	۸	۵

جدول ۶- زمان تکمیل هر فعالیت با توجه به نوع ایستگاه در مدل ۲

مدل۲	ایستگاه۱	ایستگاه۲	ایستگاه۳
عملیات۱	۸	۶	۵
عملیات۲	۶	۴	۶
عملیات۳	۷	۶	۵

جدول ۷- زمان تکمیل هر فعالیت با توجه به نوع ایستگاه در مدل ۳

مدل۳	ایستگاه۱	ایستگاه۲	ایستگاه۳
عملیات۱	۵	۶	۶
عملیات۲	۵	۴	۴
عملیات۳	۵	۵	۶

جدول ۸- زمان در دسترس هر ایستگاه

	ایستگاه۱	ایستگاه۲	ایستگاه۳
زمان در دسترس	۲۰	۱۸	۱۹

همچنین، فرض می شود که عملیاتها هیچ اولویتی نسبت به هم ندارند.

هدف از حل مدل برای مساله فوق الذکر، انتخاب ترتیب مدل (۳و۱و۲) یا (۳و۲و۱) یا (۱و۲و۳) می باشد. پس از حل مدل، اولین دنباله انتخاب می شود. با سیکل زمان کلی ۴۰ ، همچنین مقادیر تخصیصی هر وظیفه برای هر عملیات معین می شود. بدین ترتیب که برای مدل ۱، عملیات ۱ به ایستگاه ۲ و عملیات ۲ به ایستگاه ۱و عملیات ۳ به ایستگاه ۳ و همچنین برای مدل ۲، عملیات ۱ به ایستگاه ۱ و عملیات ۲ به ایستگاه ۲ و عملیات ۳ به ایستگاه ۳ و همچنین برای مدل۳ ، عملیات ۲ و ۱ به ایستگاه ۲ و عملیات ۳ به ایستگاه ۱ تخصیص داده می شود.

نتیجه گیری

برای اینکه محصولات تولیدی با انواع مختلف در سیکل زمانی کوتاهتری تکمیل شوند لازم است که تصمیم گیری درستی در مورد تخصیص عملیاتها صورت گیرد. در مسائل بالانس خط، ترتیب قرار گرفتن مدلها بر روی خط تولید قابل توجه است. برای اینکه محصولات تولیدی با انواع مختلف در سیکل زمانی کوتاهتری تکمیل شوند لازم است که تصمیم گیری درستی در مورد تخصیص عملیاتها صورت گیرد. علاوه بر آن، ترتیب قرار گرفتن مدلها در خط تولید نیز می تواند در سیکل زمانی کل سیستم موثر باشد. بنابر این با محاسبه سیکل زمانی برای هر توالی مدلها، می توان به توالی بهینه دست پیدا کرد. در این مقاله، حالت ایستگاههای موازی و یا موجودی نیمه ساخته در بین ایستگاهها در نظر گرفته نشده است. همچنین این مدل را می توان برای مدلهایی با حالت زمان و هزینه راه اندازی برای هر ایستگاه در نظر گرفت.

مراجع

1. Becker, C., Scholl, A., this issue. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. European Journal of Operational Research. doi: 10.1016/ j.ejor.2004.07.023.
2. S. Karabati, S. Sayin, Assembly line balancing in a mixed-model sequencing environment with synchronous transfers, European Journal of Operational Research 149 (2003) 417-429.
3. S.C Graves, C.H. Redfeld, Equipment selection and task assignment for multi product assembly system design, Internat. J. Flexible Manuf. Systems 1 (1) (1998) 31-50.

4. G. Nicosia, D Pacciarelli, A.Pacifici, Optimally balancing assembly line with different workstations,Discrete Applied Mathematics 118 (2002) 99-113.
5. E. Erel, H. Gokcen, Shortest-route formulation of mixed-model assembly line balancing problem, European Journal of Operational Research 116 (1999) 194-204.
6. A.L, Gutjahr, G.L., Nemhauser, An Algorithm for the line balancing for the line balancing problem, Management Science 11 (1964) 308-315.
7. S.D, Roberts, C.D, Villa, On a Multi-product assembly line balancing problem. AIIE Transactions, 2 (1970) 361-364.
8. F.Y Ding, R. Tolani, Production planning to support mixed-model assembly, computers & Industrial Engineering 45 (2003) 375-392.
9. Scholl, A. Balancing and sequencing assembly lines, 2nd ed. Physica, Heidelberg (1999).
10. Klein, R., Scholl, A. Computing lower bounds by destructive improvement–An application to resource–constrained project scheduling. European Journal of Operational Research 112(1999) 322–346.
11. Moodie, C.L., Young, H.H. A heuristic method of assembly line balancing for assumptions of constant or variable work element times. Journal of Industrial Engineering 16 (1965) 23–29.
12. Osman, R., Shing, O. N. Assembly Line Conference Proceedings, (1986) pp. 94–99.
13. Rekiek, B., Alexandre Doigui, A., Delchambre, A., Bratcu, A. State of art of optimization methods for assembly line design, Annual Reviews in Control 26 (2002) 163-174.