« دسترسی به نقطه تعادل مؤثر از یک مدل MODM[1] »

دکتر محمدجواد اصغرپور
« دانشیار، دانشکده صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران »
jasgharpour@sun.iust.ac.ir
سیمین قاسم‌خانی هزاوهٔ
« کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشکده صنایع دانشگاه علم و صنعت ایران »
« کارشناس مهندسی سیستم‌ها و بهره‌وری شرکت نفت و گاز پارس »
simin_gh2001@yahoo.com

واژه‌های کلیدی

تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه، بهینه‌سازی غیرخطی با اهداف چندگانه، نقطه تعادل مؤثر، تئوری بازی

چکیده

در این مقاله، اهداف مورد نظر یک شرکت صنایع غذایی برای دست‌یابی به مقاصد تولیدی آن مورد بررسی قرار گرفته تا امکان رقابت آن را در بازار افزایش دهد. بدین‌منظور، برای دست‌یابی به وضعیتی که رضایت مدیریت شرکت را برآورده سازد، از مدل‌های تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه بصورت یک بازی N – نفره، به‌عنوان ابزار تصمیم‌گیری برای این کار استفاده گردیده است. بنابراین، یک روش پیشنهادی با استفاده از مدلی بصورت برنامه مخلوط و مشروط N– نفره (اصغرپور، محمدجواد) [۱]، ارائه گردیده است. روش مذکور بر روی یک مسئله برنامه‌ریزی از توان دوم با اهداف چندگانه مقید (به‌همراه محدودیت‌های خطی)، به‌منظور تخصیص سهم بیشتری از بازار فروش، در وضعیتی که اهداف از یک مقیاس (به ازای یک DM) و همچنین در تعارض با یکدیگرند بکار گرفته شده است. ابتدا راه‌حل‌های مؤثر با استفاده از روش محدودیت‌های b_L بدست آورده می‌شوند. سپس با استفاده از روش ارائه شده، نقطه تعادل مؤثر استخراج می‌گردد. از آنجا که روش حل مسئله مذکور بصورت گسسته است، لذا نقطه تعادل مؤثر بدست آمده، یکی از نقاط مؤثر تقلیل یافته است که این موضوع کاملاً منطبق بر نتیجه مورد انتظار از حل مسئله است.

[1] . **Multiple Objective Decision Making**

مقدمه

معمولاً فرایند بهینه‌سازی در مسائل تصمیم‌گیری دارای مجموعه‌ای از توابع هدف مغایر است که بهینه‌سازی با اهداف چندگانه یا مؤثرسازی برداری نامیده می‌شود. در این گونه مسائل هدف، پیداکردن مناسب‌ترین راه‌حل مؤثر عملی است که از مینیمم‌کردن یا ماکزیمم‌کردن چند تابع هدف با مجموعه‌ای از محدودیت‌ها بدست می‌آید. این مسائل به طور ریاضی به صورت زیر فرموله می‌شوند:

$$\text{Maximize}: \quad F(X) = [f_1(X), \ldots, f_i(X), \ldots, f_m(X)]^T$$

$$\text{Subject to}: \quad g_i(X) \begin{matrix} \le \\ \ge \\ = \end{matrix} b_i \qquad i = 1, \ldots, n$$

$$X \in E^n$$

که در آن $F(X) = [f_1(X), \ldots, f_i(X), \ldots, f_m(X)]^T$ مؤلفه‌های بردار تابع هدف می‌باشد. هر تابع هدف می‌تواند مینیمم یا ماکزیمم شود. بردار تصمیم $X = [x_1, \ldots, x_k, \ldots, x_n]^T$، شامل n متغیر تصمیم‌گیری در مسئله است که می‌بایست در فضای موجه از محدودیت‌های موجود از مسئله واقع شود. $g_i(X)$، مؤلفه‌های بردار محدودیت‌های نامساوی است که کوچکتر، بزرگتر یا مساوی صفر است[۲].

از آنجا که همه مؤلفه‌های بردار تابع هدف با یکدیگر مغایرند، در نتیجه جواب بهینه‌ای که بتواند بطور همزمان تمامی معیارها را حداقل کند معمولاً امکانپذیر نمی‌باشد. بنابراین فرآیند تعیین جواب در مسائل بهینه‌سازی با اهداف چندگانه کمی پیچیده‌تر و محدودتر می‌باشد. این جواب‌ها موسوم به راه‌حل‌های مؤثر با این ویژگی می‌باشند که نتوان هدفی را بهبود بخشید بدون آنکه حداقل به یک هدف دیگر لطمه وارد نشود ([۳] و [۴]). بنابراین، مجموعه راه‌حل‌های مؤثر، نقش مهمی را در مسائل بهینه‌سازی با اهداف چندگانه ایفا نموده و زمانی مسئله حل‌شده تلقی می‌گردد که این مجموعه جواب‌ها پیدا شود.

محققین بسیاری به بررسی روش‌هایی برای انتخاب جواب نهایی از یک مسئله MODM پرداخته‌اند که در آنها تعامل با DM به‌منظور مشخص نمودن اهمیت نسبی اهداف موجود در مسئله و انتخاب راه‌حل ارجح به‌وضوح دیده می‌شود. از جمله، Hwang & Yoon(1981) [۵]، مسائل تصمیم‌گیری را به سمت مسائل مدیریتی تغییر جهت دادند که منجر به ارائه تکنیک‌های تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه گردید. کار آنها فقط بر روی مفاهیم پیوسته بوده و دارای کاربردهای کلی است.Chankong & Haim(1983) [۵]، مفاهیمی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی با اهداف چندگانه، تئوری مطلوبیت، تئوری بهینه‌سازی برداری و روش توابع تعدیل و توابع ضمیمه (SWT) را پیشنهاد نمودند. Wierzbicki(1986) [۵]، به مقایسه روش‌های اساسی پرداخت و راه‌حل‌های بهینه پارتو را ایجاد نمود. Stadler(1988) [۵]، الگوریتم‌های مشترکی برای جواب بهینه و همچنین شرایط لازم و کافی برای جواب ارائه داد. Miettinen(1999) [۶]، مفاهیم اساسی شامل شرایط بهینگی، روش‌های تعاملی و بحث‌های مفیدی در زمینه روش‌های بهینه‌سازی با اهداف چندگانه به‌همراه درخت تصمیم ارائه نمود. B.Yun,H.Nakayama,T.Tanino&M.Arakawa(1999) [۷]، روشی را با استفاده از روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها و ژنتیک الگوریتم برای ایجاد مرزهای مؤثر در مسائل تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه توصیف نمودند. El.Ulunga, J.Teghdem & Ch(1998) [۸] یک روش تعاملی برای ایجاد تقریبی از مجموعه نقاط مؤثر مسائل بهینه‌سازی ترکیبی با اهداف چندگانه با استفاده از شبیه‌سازی تبرید[۱] ارائه نمودند.J.Teghdem, D.Tuyttens, E.L.Ulungu(2000) [۹] یک روش هیوریستیکی تعاملی برای ایجاد تقریبی از مجموعه راه‌حل‌های مؤثر ارائه نمودند، برای اینکه DM[۲] بتواند راه‌حل ارجح را از بین راه‌حل‌های مؤثر انتخاب نماید.

روش پیشنهاد شده در این مقاله، ارائه مدلی برای دسترسی به نقطه تعادل مؤثر از یک مسئله MODM می‌باشد. این مدل به کمک یکی از تکنیک‌های تئوری بازی تحت عنوان تکنیک تعادل نش استخراج گردیده است که راه‌حل توسعه آن به ازای تعدادی از راه‌حل‌های مؤثر و گسسته برای دسترسی به نقطه تعادل مؤثر ارائه گردیده است. این روش بر روی یک مسئله برنامه‌ریزی از توان دوم با اهداف چندگانه مقید در یک شرکت صنایع غذایی بکار گرفته شده است. در این مرحله ابتدا به گردآوری و طبقه‌بندی اطلاعات و داده‌ها پرداخته شده است. سپس با درنظر گرفتن اهداف مهم شرکت، معادلات پیش‌بینی توابع هدف تعیین شده‌اند. نتایج حاصل از حل مسئله با استفاده از روش پیشنهادی در صفحات آتی ارائه گردیده است.

---

[1] . **Simulated annealing**
[2] . **Decision Maker**

تکنیک تعادل Harsanyi Nash

برای دسترسی به یک نقطه تعادل چون اهداف در تعارض با یکدیگرند، از تکنیک Nash، استفاده می‌شود. Nash، یک مفهوم راه‌حل را برای بازی‌های معامله‌ای دونفره ارائه داد. Harsanyi، روش Nash را به بازی‌های N ـ نفره $(N \geq 3)$ تعمیم داد.
از دیدگاه Nash، یک راه‌حل می‌بایست دارای ویژگی‌های زیر باشد :
خاصیت ۱ : بهینگی پارتو
اگر X یک بردار مطلوبیت یک راه‌حل برای یک بازی باشد، آنگاه هیچ بردار Y ای مجزا از X در مجموعه استراتژی‌ها وجود ندارد، بطوری‌که، $Y > X$ باشد.
خاصیت ۲ : تقارن
هر بازی‌کننده در یک بازی متقارن، مطلوبیت یکسانی را دریافت می‌کند.
خاصیت ۳ : تغییرناپذیری خطی
اگر واحد اندازه‌گیری از تابع مطلوبیت تغییر کند یا آنکه مبدأ صفر تغییر کند، آنگاه راه‌حل بازی نیز از همان تبدیلات مشابه برخوردار خواهد بود.
خاصیت ۴ : مستقل بودن از گزینه‌های نامربوط
استراتژی‌های نامربوط، تأثیری در ارزش بازی نداشته باشند.
Harsanyi Nash، ثابت کرد که بطور کلی یک راه‌حل منحصربفرد دارای خصوصیات ۱ تا ۴، وجود دارد [۱۱]. وی این راه‌حل را بصورت زیر ارائه نموده است :

$$\begin{array}{lll} \text{Max :} & \prod_{i=1}^{N}(f_i - d_i) & \\ \text{S.t :} & f_i \geq d_i & i = 1,\ldots, N \\ & f_i \in F_i & \end{array}$$

که در آن، $d = \{d_1, d_2, \ldots, d_n\}^T$، نشان‌دهنده سطوح حداقل لازم از مطلوبیت (یا مطلوبیت غیرتوافقی) بوده و نقاط درونی (Interior) از این مدل به‌عنوان راه‌حل مدنظر است.

توسعه مدل Nash به ازای تعدادی از راه‌حل‌های مؤثر و گسسته موجود (اصغرپور،محمدجواد) [۱]

با استفاده از روش Harsanyi Nash، q راه‌حل مؤثر معقول و مفروض از بردار معلوم F^l $(F^l = \{f_1^l, f_2^l, \ldots, f_N^l\}; l = 1,2,\ldots, q)$ را مورد توجه قرار می‌دهیم. این مدل، به صورت یک برنامه مخلوط و مشروط N - نفره به منظور دسترسی به راه حل مورد توافق از q راه حل معلوم، به قرار زیر است :

$$\begin{array}{llll} \text{Max :} & \prod_{i=1}^{N}(f_i - d_i) & & (۱) \\ \text{S.t:} & f_i \geq d_i & i = 1,\ldots, N & \\ & f_i - M_l . t_l \leq f_i^l & i = 1,\ldots, N \quad\quad l = 1,\ldots, q & \\ & \sum_{l=1}^{q} t_l = (q-1) & t_l = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} & \end{array}$$

f_i^l، نشان دهنده ارزش معلوم از هدف iام در راه‌حل معلوم F^l است، M_l، برابر با یک عدد بزرگ (نسبت به ضرایب موجود از مسئله) خواهد بود و d_i نشان‌دهندهٔ حداقل سطح لازم از مطلوبیت برای بازی‌کننده iام است. (d_i به گونه‌ای انتخاب خواهد شد که موجب غیرعملی شدن مسئله نگردد). برای مطالعه بیشتر می‌توان به مأخذ [۱] مراجعه نمود.

خطی نمودن مدل توسعه یافته (اصغرپور، محمدجواد) [۱]

مدل (۱) را به منظور خطی نمودن آن می‌توان به صورت زیر تبدیل نمود :

$$
\begin{aligned}
&\text{Max :} && \sum_{i=1}^{N} \mathrm{Ln}(f_i - d_i) && (۲)\\
&\text{S.t:} && (f_i - d_i) \geq \varepsilon_i = 1 && \\
& && (f_i - d_i) - M_l.t_l \leq (f_i^l - d_i) && i = 1,\dots,N \\
& && && l = 1,\dots,q \\
& && \sum_{l=1}^{q} t_l = (q-1) && \\
& && t_l = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} &&
\end{aligned}
$$

مدل (۲) را به شرط $(f_i^l - d_i) \geq 1$، می‌توان با استفاده از تغییر متغیر $\mathrm{Ln}(f_i - d_i) = X_i$، به یک مدل برنامه ریزی خطی و مخلوط به صورت زیر تبدیل نمود :

$$
\begin{aligned}
&\text{Max :} && X_1 + X_2 + \dots + X_N && (۳)\\
&\text{S.t :} && X_I \geq 0 && i = 1,\dots,N \\
& && X_i - M_l.t_l \leq b_i = \mathrm{Ln}(f_i^l - d_i) && i = 1,\dots,N \\
& && && l = 1,\dots,q \\
& && \sum_{l=1}^{q} t_l = (q-1) && \\
& && t_l = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} &&
\end{aligned}
$$

الگوریتم روش پیشنهادی

الگوریتم ذیل برای جستجوی جواب‌های بهینه مؤثر است به‌گونه‌ای که مرز مؤثر مطلوب را به راحتی برای مسائل توأم با محدودیت‌های محدب و غیرمحدب بدست می‌دهد. یک مسئله MODM را می‌توان به‌عنوان یک بازی N- نفره در نظر گرفت، بطوری‌که توافق برای دسترسی به یک «راه‌حل تعادل» توسط بازی‌کنندگان حاصل شود.

قدم ۱ : بهینه کردن هر تابع هدف به تنهایی بر روی فضای موجه.

k مسئله تک هدفه برنامه‌ریزی غیرخطی (خطی) را حل نموده و راه‌حل‌های ایده‌آل را برای هر $f_i^*(x)$ بدست می‌آوریم.

قدم ۲ : بدست آوردن راه‌حل‌های مؤثر (مرز مؤثر).

راه‌حل‌های مؤثر (مرز مؤثر) را با بکارگیری روش موجود از محدودیت‌های b_L (سطح تمایل) برای حداقل مجاز از سطوح تماس (b_L) که حداقل برای $k-1$ از k هدف موجود مشخص شده باشد بدست می‌آوریم.

قدم ۳ : حذف راه‌حل‌های مشابه.

راه‌حل‌های مشابه از k راه‌حل معلوم را با استفاده از روش گروه‌بندی[1] [۲] حذف نموده و تلاش می‌شود که راه‌حل‌های مؤثر باقیمانده، مستقل و در حد معقولی کاهش یافته و در دسترس واقع شوند (بعنوان مثال، به تعداد q راه‌حل مؤثر).

قدم ۴ : استفاده از راه‌حل تعادل Harsanyi Nash برای یک مسئله MODM.

یک مسئله MODM را بصورت $Max : f_1, f_2, ..., f_n$ در نظر گرفته و آن را به مسئله زیر تبدیل می‌نماییم :

$$\text{Max :} \quad \prod_{i=1}^{N} (f_i - d_i) \tag{۴}$$

$$\text{S.t. :} \quad f_i \geq d_i$$

$$f_i \leq f_i^*$$

قدم ۵ : تبدیل مسئله به مدل برنامه‌ریزی مخلوط و مشروط N– نفره.

پس از بدست آوردن q راه‌حل مؤثر و معقول، مدل برنامه‌ریزی (۴) را به ازای q راه‌حل مؤثر موجود توسعه داده و به منظور دسترسی به مناسب‌ترین راه‌حل مورد توافق، آن را به مدل برنامه‌ریزی مخلوط و مشروط (۱) تبدیل می‌نماییم.

قدم ۶ : خطی نمودن مدل برنامه‌ریزی مخلوط و مشروط N - نفره.

ابتدا، مدل برنامه‌ریزی (۱) را به مدل برنامه‌ریزی (۲) تبدیل می‌نماییم. سپس به شرط آنکه $(f_i^l - d_i) \geq 1$، با در نظر گرفتن تغییر متغیر $Ln(f_i - d_i) = X_i$، آن را مطابق مدل برنامه‌ریزی (۳) خطی می‌نماییم.

قدم ۷ : بدست آوردن نقطه تعادل مؤثر.

پس از حل مدل برنامه‌ریزی خطی (۳)، دسترسی به بهینه $\overline{X}_i$، با گرفتن آنتی لگاریتم از $Ln(f_i - d_i) = \overline{X}_i$ حاصل خواهد شد، و مقدار بهینه $\overline{f}_i$ مشخص خواهد شد (توجه شود که d_i نیز معلوم است).

مطالعه موردی

جهت انجام یک مطالعه موردی، مسئله‌ای با دو تابع هدف غیرخطی، ۴۴محدودیت خطی، ۶ متغیر تصمیم‌گیری و یک شرکت تولیدی در نظر گرفته شده است. این مسئله مربوط به برنامه‌ریزی یک شرکت صنایع غذایی است که با توجه به سوابق عملکردی و توانائی شرکت و نیاز مشتری، تمایل به برنامه‌ریزی برای ماه‌های آتی جهت تخصیص سهم بیشتری از بازار فروش به خود را دارد. بدین معنا که چه محصولاتی و به چه مقدار جهت حصول هدف می‌بایست برنامه‌ریزی شوند.

از آنجا که برنامه‌ریزی بر حسب ارتباط بین بازار با قسمت فروش و تولید است، لذا با بررسی بر روی سوابق فروش محصولات شرکت، تصمیم به برنامه‌ریزی در قسمت فروش گرفته شد. برای برنامه‌ریزی، دو تابع هدف شامل سود خالص حاصل از فروش هر کیلوگرم از انواع محصولات و مجموع هزینه ضایعات محصولات بازگشتی پس از فروش در نظر گرفته شد. به دلیل تنوع زیاد محصولات، پس از بررسی و با توافق نظر مدیریت، ۶ نوع محصول که دارای فروش بیشتری نسبت به بقیه بود، به عنوان متغیرهای تصمیم انتخاب گردید.

---

[1] **. Clustering Method**

متغیرهای تصمیم‌گیری

متغیرهای تصمیم شامل x_1 الی x_6 بوده و عبارتند از میزان حجم حاصل از فروش محصولاتی که برای دوره‌های آتی شرکت برنامه‌ریزی می‌شوند.

x_1 : میزان حجم حاصل از فروش سس مایونز بر حسب کیلوگرم

x_2 : میزان حجم حاصل از فروش کچاپ بر حسب کیلوگرم

x_3 : میزان حجم حاصل از فروش کنسرو عدسی بر حسب کیلوگرم

x_4 : میزان حجم حاصل از فروش کنسرو لوبیا بر حسب کیلوگرم

x_5 : میزان حجم حاصل از فروش کنسرو بادمجان بر حسب کیلوگرم

x_6 : میزان حجم حاصل از فروش کنسرو قارچ بر حسب کیلوگرم

اهداف

هدف ۱ : سود خالص حاصل از فروش هر کیلوگرم از انواع محصولات

اولین هدف اصلی شرکت را برای برنامه‌ریزی، سودآوری در نظر می‌گیریم. با این فرض مقدار سود خالص از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

حجم فروش × (قیمت تمام‌شده – قیمت فروش) = سود خالص

هزینه سربار + دستمزد + هزینه‌های موادخام = قیمت تمام‌شده

که در آن قیمت تمام‌شده شامل مجموع هزینه‌های مواد خام، دستمزد و سربار برای هر کیلوگرم از انواع محصولات می‌باشد. هزینه سربار شامل هزینه‌های مالی و تبلیغات، آب، برق، تلفن، پذیرائی، تعمیرات، مالیات و ... می‌باشد. بطور کلی هر هزینه‌ای بجز هزینه‌های دستمزد و موادخام، شامل هزینه‌های سربار می‌شود. از آنجا که هزینه سربار دارای مقداری ثابت است، لذا به میزان محصولات تولید شده در هر سال بر روی محصولات مختلف سرشکن می‌شود.

اگر قیمت فروش منهای قیمت تمام‌شده را u بنامیم، اولین تابع هدف بصورت ذیل فرموله می‌گردد:

$$\text{Max}: \quad \sum_{i=1}^{6} \overline{p_i}.x_i - x^T.|\text{cov}(u)|.x$$

که در آن $\overline{p_i}$، میانگین سود خالص حجم حاصل از فروش هر کیلوگرم محصول نوع iام در طی ۳۰ دوره می‌باشد.

x_i : میزان حجم حاصل از فروش محصول نوع iام بر حسب کیلوگرم است.

$x^T.|\text{cov}(u)|.x$، نشان‌دهنده کوواریانس و واریانس سود خالص حاصل از فروش یک کیلوگرم از انواع محصولات است که در آن :

x : بردار میزان حجم حاصل از فروش انواع محصولات است.

$|\text{cov}(u)|$: ماتریس کواریانس حاصل از سود خالص یک کیلوگرم از انواع محصولات در دوره‌های مختلف است.

هدف ۲ : هزینه ضایعات انواع محصولات بازگشتی پس از فروش

دومین هدف را مینیمم کردن مجموع هزینه ضایعات هر کیلوگرم از انواع محصولات بازگشتی پس از فروش در نظر می‌گیریم که

بصورت زیر بدست می‌آید:

قیمت تمام‌شده = هزینه ضایعات محصولات بازگشتی پس از فروش

$$\text{Min}: \quad \sum_{i=1}^{6} \overline{w}_i . x_i + x^T . |\operatorname{cov}(z)| . x$$

که در آن $\overline{w_i}$ ، میانگین هزینه ضایعات محصولات بازگشتی پس از فروش برای یک کیلوگرم محصول نوع iام در طی ۳۰ دوره می‌باشد.

x_i : میزان حجم فروش حاصل از یک کیلوگرم محصول نوع iام است.

$x^T . |\operatorname{cov}(z)| . x$ ، واریانس مجموع هزینه ضایعات محصولات بازگشتی پس از فروش برای هر کیلوگرم محصول است که در آن:

x : بردار میزان حجم حاصل از فروش انواع محصولات است.

$|\operatorname{cov}(z)|$: ماتریس کواریانس حاصل از هزینه ضایعات محصولات بازگشتی پس از فروش برای هر کیلوگرم از انواع محصولات در دوره‌های مختلف است.

محدودیت‌ها :

این شرکت با ۴۴ محدودیت و خواسته درگیر می‌باشد که به ترتیب عبارتند از:

۱- تقاضا :

که بصورت $L \le x_i \le U$ قابل بیان است.

که در آن U بیانگر حداکثر میزان تقاضای درخواستی حاصل از یک کیلوگرم محصول نوع iام در طی ۳۰ دوره (از شهریور ماه سال ۷۹ تا بهمن ماه سال ۸۱) و L بیانگر حداقل میزان تقاضای درخواستی محصول نوع iام در طی ۳۰ دوره (از شهریور ماه سال ۷۹ تا بهمن ماه سال ۸۱) می‌باشد.

x_i ، میزان حجم حاصل از فروش محصول نوع iام می‌باشد.

۲- میانگین سود :

که بصورت $\sum_{i=1}^{6} \overline{P_i} . x_i \ge \overline{P}$ بیان می‌شود.

که در آن $\overline{P_i}$، میانگین سود خالص حجم حاصل از فروش هر کیلوگرم از محصول نوع iام در طی ۳۰ دوره می‌باشد.

$\overline{P}$ ، بیانگر میانگین سود خالص حجم حاصل از فروش هر کیلوگرم از کل محصولات در طی ۳۰ دوره می‌باشد.

۳- مواد خام :

که بصورت $\sum_{i=1}^{6} \sum_{j=1}^{n} M_{ij} . x_i \le N$ بیان می‌شود.

M_{ij} ، نشان‌دهنده مقدار ماده خام نوع jام است که برای تهیه یک کیلوگرم محصول نوع iام بکار می‌رود.

n، تعداد کل محصولاتی است که دارای ماده خام نوع j ام می‌باشند.

N، حداکثر مقداری است که می‌توان از ماده خام نوع j ام برای تهیه کل محصولات بکار می‌رود.

۴- انرژی :

که بصورت $$LE \le \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{4} E_{ij}.x_i \le UE$$ قابل بیان است.

E_{ij}، میزان انرژی دریافتی نوع j ام (کالری، پروتئین، چربی، ...) که از تولید یک کیلوگرم محصول نوع i ام بدست می‌آید.

LE، بیانگر حداقل کل انرژی دریافتی نوع j ام است که در کل محصولات موجود می‌باشد.

UE، بیانگر حداکثر کل انرژی دریافتی نوع j ام است که در کل محصولات می‌باشد.

۵- نیروی انسانی :

که بصورت $$LS \le \sum_{i=1}^{6} S_i.x_i \le US$$ بیان می‌شود.

S_i، بیانگر میزان مطلوب نفر ساعت است که مدیریت تمایل دارد جهت تولید محصول نوع i ام در یک شیفت ۸ ساعته تولید، صرف نماید.

LS، بیانگر حداقل میزان مطلوب نفر ساعت است که مدیریت تمایل دارد جهت تولید کل مقادیر وزنی محصولات صرف نماید.

US، بیانگر حداکثر میزان مطلوب نفر ساعت است که مدیریت تمایل دارد جهت تولید کل مقادیر وزنی محصولات صرف نماید.

۶- ظرفیت :

که بصورت $$LZ \le \sum_{i=1}^{6} Z_i.x_i \le UZ$$ بیان می‌شود.

Z_i، بیانگرمیزان ظرفیت دستگاههای تولیدی محصول نوع i ام بر حسب کیلوگرم در یک شیفت ۸ ساعته تولید می‌باشد.

LZ، بیانگر حداقل میزان ظرفیت کل دستگاههای تولیدی کل محصولات بر حسب کیلوگرم می‌باشد.

UZ، بیانگر حداکثر میزان ظرفیت کل دستگاههای تولیدی کل محصولات بر حسب کیلوگرم می‌باشد.

۷- دستمزد :

که بصورت $$\sum_{i=1}^{6} C_i.x_i \le LC$$ بیان می‌شود.

C_i، بیانگر هزینه دستمزد به ازای تولید یک کیلوگرم محصول نوع i ام می‌باشد.

LC، بیانگر حداکثر کل هزینه دستمزدی است که به ازای تولید یک کیلوگرم از کل محصولات پرداخت می‌شود.

۸- هزینه مواد خام :

که بصورت $$\sum_{i=1}^{6} CM_i.x_i \le LCM$$ بیان می‌شود.

CM_i، هزینه کل مواد خامی است که برای تولید یک کیلوگرم محصول نوع i ام خرج می‌شود.

LCM، بیانگر حداکثر هزینه کل مواد خامی است که برای تولید کل محصولات خرج می‌شود.

۹- میانگین هزینه ضایعات :

که بصورت $\sum_{i=1}^{6} \overline{W_i}.x_i \leq \overline{W}$ بیان می‌شود.

$\overline{W_i}$، میانگین هزینه ضایعات بازگشتی حجم حاصل از فروش یک کیلوگرم از محصول نوع iام در طی ۳۰ دوره می‌باشد.

$\overline{W}$ ، بیانگر میانگین هزینه ضایعات بازگشتی حاصل از فروش مقادیر وزنی کل محصولات در طی ۳۰ دوره می‌باشد.

۱۰- درصد ضایعات :

که بصورت $\sum_{i=1}^{6} \bar{y}_i.x_i \leq \bar{y}$ بیان می‌شود.

$\bar{y}_i$، میانگین درصد ضایعات بازگشتی حجم حاصل از فروش محصول نوع iام در طی ۳۰ دوره است.

$\bar{y}$، بیانگر میانگین درصد ضایعات بازگشتی حاصل از فروش مقادیر وزنی کل محصولات در طی ۳۰ دوره می‌باشد.

مدل :

Max :

$$
\begin{aligned}
&986x_1 - 163x_2 + 681x_3 + 856x_4 - 35x_5 + 22x_6 \\
&-829116x_1^2 - 842444x_1x_2 - 885958x_1x_3 - 758026x_1x_4 - 368108x_1x_5 - 2313268x_1x_6 \\
&-633943x_2^2 - 721624x_2x_3 - 822758x_2x_4 - 487060x_2x_5 - 2679516x_2x_6 \\
&-295671x_3^2 - 580510x_3x_4 - 322814x_3x_5 - 1849796x_3x_6 \\
&-345600x_4^2 - 389094x_4x_5 - 2000250x_4x_6 \\
&-143591x_5^2 - 1298444x_5x_6 \\
&-3467485x_6^2
\end{aligned}
$$

Min :

$$
\begin{aligned}
&10090x_1 + 7153x_2 + 4333x_3 + 4298x_4 + 4511x_5 + 14961x_6 \\
&+2036062x_1^2 + 3497314x_1x_2 + 1747702x_1x_3 + 1989314x_1x_4 + 2099964x_1x_5 + 7074700x_1x_6 \\
&+1809235x_2^2 + 1573836x_2x_3 + 1902694x_2x_4 + 2024986x_2x_5 + 6868396x_2x_6 \\
&+383214x_3^2 + 890836x_3x_4 + 935010x_3x_5 + 3190890x_3x_6 \\
&+531178x_4^2 + 552483x_4x_5 + 1915561x_4x_6 \\
&+587813x_5^2 + 3985024x_5x_6 \\
&+6922783x_6^2
\end{aligned}
$$

S.t. :

$$
\begin{aligned}
&44720 \leq x_1 \leq 130000 \\
&5700 \leq x_2 \leq 48800 \\
&2500 \leq x_3 \leq 23000 \\
&9500 \leq x_4 \leq 61500 \\
&400 \leq x_5 \leq 14000 \\
&0 \leq x_6 \leq 2000 \\
&986x_1 - 163x_2 + 681x_3 + 856x_4 - 35x_5 + 22x_6 \geq 85392822 \\
&0.65x_1 + 0.04x_3 + 0.018x_4 + 0.12x_5 \leq 86487 \\
&0.15x_1 \leq 18954
\end{aligned}
$$

$$0.07x_1 + 0.10x_2 \le 12980$$
$$0.03x_1 + 0.08x_2 \le 6832$$
$$0.45x_2 + 0.05x_4 + 0.10x_5 \le 23900$$
$$0.22x_3 \le 10900$$
$$0.25x_4 \le 14560$$
$$0.7x_5 \le 8863$$
$$0.5x_6 \le 875$$
$$0.02x_1 + 0.02x_2 + 0.02x_3 + 0.012x_4 + 0.025x_5 + 0.02x_6 \le 5400$$
$$0.08x_1 + 0.35x_2 + 0.72x_3 + 0.67x_4 + 0.055x_5 + 0.48x_6 \le 112860$$
$$0 \le 11.5x_1 + 24.25x_2 + 21.6x_3 + 48.6x_4 + 9.2x_5 + 10.24x_6 \le 6106980$$
$$0 \le 258.6x_1 + 8.8x_3 + 9x_4 + 12x_5 \le 30823500$$
$$0 \le 7.6x_1 + 7.5x_2 + 10.4x_3 + 14.8x_4 + 2x_5 + 3.84x_6 \le 2705960$$
$$0 \le 2484.6x_1 + 135x_2 + 2.04x_3 + 340x_4 + 152x_5 + 44.8x_6 \le 342273800$$
$$9324780 \le 64x_1 + 80x_2 + 120x_3 + 88x_4 + 216x_5 + 104x_6 \le 12553890$$
$$390288260 \le 3780x_1 + 3360x_2 + 6000x_3 + 7000x_4 + 5500x_5 + 3000x_6 \le 499036650$$
$$476x_1 + 580x_2 + 464x_3 + 398x_4 + 740x_5 + 810x_6 \le 148261000$$
$$576x_1 + 720x_2 + 580x_3 + 492x_4 + 926x_5 + 1016x_6 \le 167330000$$
$$728x_1 + 908x_2 + 724x_3 + 616x_4 + 1156x_5 + 1270x_6 \le 230078400$$
$$6236x_1 + 4125x_2 + 2284x_3 + 2216x_4 + 2290x_5 + 8180x_6 \le 1370068000$$
$$7768x_1 + 5125x_2 + 2850x_3 + 2760x_4 + 2860x_5 + 10227x_6 \le 1649158000$$
$$9708x_1 + 6418x_2 + 3568x_3 + 3464x_4 + 3582x_5 + 12780x_6 \le 2078491400$$
$$10090x_1 + 7153x_2 + 4333x_3 + 4298x_4 + 4511x_5 + 14961x_6 \le 865593439$$
$$0.22x_1 + 0.12x_2 + 0.09x_3 + 0.02x_4 + 0.10x_5 + 0.20x_6 \le 38436$$

حال به ترتیب، تمامی قدم‌های الگوریتم پیشنهادی را در رابطه با مدل برنامه‌ریزی از توان دوم فوق، پیاده می‌کنیم :

قدم ۱ : بهینه کردن هر تابع هدف به تنهایی بر روی فضای موجه.

برای این منظور، دو مسئله تک هدفه برنامه‌ریزی از توان دوم[1] را با استفاده از نرم‌افزار Lingo8 حل نموده و راه‌حل‌های ایده‌آل را برای هر $f_i^*(x)$ بدست می‌آوریم :

$$\begin{cases} f_1^* = -0.54874772E+16 \\ x_1 = 55889.69 \\ x_2 = 5700 \\ x_3 = 23000 \\ x_4 = 18341 \\ x_5 = 4248.980 \\ x_6 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} f_2^* = 0.1367400E+17 \\ x_1 = 56203.54 \\ x_2 = 5700 \\ x_3 = 2500 \\ x_4 = 34482.07 \\ x_5 = 8969.126 \\ x_6 = 0 \end{cases}$$

[1]. Quadratic Programming

قدم ۲ : بدست آوردن راه‌حل‌های مؤثر (مرز مؤثر).

راه‌حل‌های مؤثر بدست آمده در قدم ۱ را با بکارگیری روش موجود از محدودیت‌های b_L (سطح تمایل) برای حداقل مجاز از سطوح تمایل (که برای یک تابع هدف از دو تابع هدف موجود مشخص نموده‌ایم) بدست می‌آوریم. ابتدا، تابع هدف اول را به‌عنوان مهم‌ترین هدف در نظر می‌گیریم. تابع هدف دوم را به داخل مجموعه محدودیت‌ها انتقال می‌دهیم. سپس یک مسئله تک هدفه پارامتری، حل می‌نماییم.

مسئله از توان دوم مفروض را با دادن ارزش‌های مختلف به ε_2 با نرم‌افزار Lingo8 حل نموده که منجر به ایجاد ۳۶ راه‌حل مؤثر شده‌است. جدول ۱، نمایش دهنده راه‌حل‌های مؤثر به ازای مقادیر مختلف ε_2 است.

ردیف	f_1^*	f_2	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	-0.5487472E+16	0.1367400E+17	56203.54	5700	2500	34482.07	8969.126	0
2	-0.5505784E+16	0.1428652E+17	56521.98	5700	2500	34119.87	9081.750	0
3	-0.5660386E+16	0.1435825E+17	59155.66	5700	2500	31124.30	10013.23	0
4	-0.5660343E+16	0.1449604E+17	59154.95	5700	2500	31125.11	10012.9	0
5	-0.5664165E+16	0.1485798E+17	59218.86	5700	2500	31052.42	10035.58	0
6	-0.5694662E+16	0.1496735E+17	59726.91	5700	2500	30474.56	10215.26	0
7	-0.5756809E+16	0.1518960E+17	60751.61	5700	2500	29309.06	10577.68	0
8	-0.5774868E+16	0.1525403E+17	61046.77	5700	2500	28973.34	10682.07	0
9	-0.5806830E+16	0.1536789E+17	61566.34	5700	2500	28382.38	10865.83	0
10	-0.5869529E+16	0.1559065E+17	62575.41	5700	2500	27234.65	11222.72	0
11	-0.6053094E+16	0.1565860E+17	65456.52	5700	2500	23957.66	12241.70	0
12	-0.5921470E+16	0.1577460E+17	63401.44	5700	2500	26295.12	11514.86	0
13	-0.5949473E+16	0.1587356E+17	63843.17	5700	2500	25792.69	11671.09	0
14	-0.5958494E+16	0.1590541E+17	63984.95	5700	2500	25631.43	11721.24	0
15	-0.6009469E+16	0.1608509E+17	64781.29	5700	2500	24725.67	12002.88	0
16	-0.6055220E+16	0.1624596E+17	65489.29	5700	2500	23920.39	12253.29	0
17	-0.6117701E+16	0.1646506E+17	66446.16	5700	2500	22832.03	12591.71	0
18	-0.6318305E+16	0.1658631E+17	68317.22	6670.522	2500	20864.48	12661.43	0
19	-0.6290520E+16	0.1700465E+17	69752.87	5857.639	2500	19039.74	12263.59	0
20	-0.6298899E+16	0.1707450E+17	68145.52	6570.974	2500	21043.29	12661.43	0
21	-0.6416345E+16	0.1736843E+17	70605.24	7202.512	2500	18257.02	10869.62	0
22	-0.6484723E+16	0.1759605E+1	71271.01	7484.169	2500	17546.30	10931.40	0
23	-0.6794956E+16	0.1799805E+17	72437.53	9059.404	2500	16573.31	12661.43	0
24	-0.6770517E+16	0.1865465E+17	72230.60	8939.428	2500	16788.81	12661.43	0

ردیف	f_1^*	f_2	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
25	-0.7172549E+16	0.1886790E+17	75579.41	10881.01	2500	13301.14	12661.43	0
26	-0.6922893E+16	0.1916486E+17	73513.53	9683.245	2500	15452.69	12661.43	0
27	-0.7099065E+16	0.1935630E+17	74975.86	10531.08	2500	13929.72	12661.43	0
28	-0.7018614E+16	0.1948529E+17	74310.80	10145.49	2500	14622.36	12661.43	0
29	-0.7073322E+16	0.1966840E+17	74763.54	10407.98	2500	14150.84	12661.43	0
30	-0.7111254E+16	0.1979535E+17	75076.23	10589.27	2500	13825.19	12661.43	0
31	-0.7160036E+16	0.1995860E+17	75476.90	10821.58	2500	13407.91	12661.43	0
32	-0.7230544E+16	0.2014785E+17	74137.67	12807.32	2500	15259.76	10976.43	0
33	-0.7279445E+16	0.2026740E+17	72992.80	14329.40	2500	16813.81	9643.023	0
34	-0.7313979E+16	0.2034985E+17	72224.76	15350.49	2500	17856.36	8748.494	0
35	-0.7458335E+16	0.2068067E+17	69297.32	19242.45	2500	21830.08	5338.959	0
36	-0.7522308E+16	0.2072510E+17	68254.02	19009.25	2500	22951.45	4860.037	637.3721

جدول۱- جدول راه‌حل‌های مؤثر

قدم ۳ : حذف راه‌حل‌های مشابه.

راه‌حل‌های مشابه از ۳۶ راه‌حل معلوم را با استفاده از روش گروه‌بندی حذف می‌نماییم. در نتیجه، تعداد ۵ راه‌حل مؤثر، از نظر انتخاب توسط DM، معقول به نظر می‌رسد. لذا رئوس {5,13,21,29,36} را به عنوان راه‌حل‌های مؤثر جدید برای ادامه حل مسئله در نظر می‌گیریم :

ردیف	f_1^*	f_2	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	-0.5664165E+16	0.1485798E+17	59218.86	5700	2500	31052.42	10035.58	0
2	-0.5949473E+16	0.1587356E+17	63843.17	5700	2500	25792.69	11671.09	0
3	-0.6416345E+16	0.1736843E+17	70605.24	7202.512	2500	18257.02	10869.62	0
4	-0.7073322E+16	0.1966840E+17	74763.54	10407.98	2500	14150.84	12661.43	0
5	-0.7522308E+16	0.2072510E+17	68254.02	19009.25	2500	22951.45	4860.037	637.3721

جدول۲- جدول راه‌حل‌های مؤثر

قدم ۴ : استفاده از راه‌حل تعادل Harsanyi Nash برای یک مسئله MODM.

ابتدا، مدل مسئله MODM را بصورت زیر در نظر می‌گیریم :

Max :

$$
\begin{aligned}
f_1 \ = \ & 986x_1 - 163x_2 + 681x_3 + 856x_4 - 35x_5 + 22x_6 \\
& - 829116x_1^2 - 842444x_1x_2 - 885958x_1x_3 - 758026x_1x_4 - 368108x_1x_5 - 2313268x_1x_6 \\
& - 633943x_2^2 - 721624x_2x_3 - 822758x_2x_4 - 487060x_2x_5 - 2679516x_2x_6 \\
& - 295671x_3^2 - 580510x_3x_4 - 322814x_3x_5 - 1849796x_3x_6 \\
& - 345600x_4^2 - 389094x_4x_5 - 2000250x_4x_6 \\
& - 143591x_5^2 - 1298444x_5x_6 \\
& - 3467485x_6^2
\end{aligned}
$$

Max :

$$
\begin{aligned}
f_2 \ = \ & -10090x_1 - 7153x_2 - 4333x_3 - 4298x_4 - 4511x_5 - 14961x_6 \\
& - 2036062x_1^2 - 3497314x_1x_2 - 1747702x_1x_3 - 1989314x_1x_4 - 2099964x_1x_5 - 7074700x_1x_6 \\
& - 1809235x_2^2 - 1573836x_2x_3 - 1902694x_2x_4 - 2024986x_2x_5 - 6868396x_2x_6 \\
& - 383214x_3^2 - 890836x_3x_4 - 935010x_3x_5 - 3190890x_3x_6 \\
& - 531178x_4^2 - 552483x_4x_5 - 1915561x_4x_6 \\
& - 587813x_5^2 - 3985024x_5x_6 \\
& - 6922783x_6^2
\end{aligned}
$$

S.t : $\quad x \in S$

سپس، برای بدست آوردن یک راه‌حل متعادل از نوع Bargaining، آن را تبدیل به راه‌حل Harsanyi Nash به صورت زیر می‌نماییم:

$$
\begin{aligned}
\text{Max :} \quad & (f_1 - d_1).(-f_2 - d_2) \\
\text{S.t :} \quad & f_1 \le d_1 \\
& f_2 \ge d_2 \\
& f_1 \ge f_1^* \\
& f_2 \le f_2^* \\
& x \in S
\end{aligned}
$$

که در آن :

$d_1 = 192555758$، نشان دهنده حداکثر سود ممکن یا مطلوبیت برای تابع هدف اول است. (در اینجا مقدار d_1 را حداکثر در نظر گرفته، چون مقدار تابع سود منفی است و کمترین مطلوبیت از مقدار منفی وجود ندارد. لذا مقدار حداکثر آن را در نظر می‌گیریم.)

$d_2 = 0$، نشان دهنده حداقل هزینه ضایعات برای تابع هدف دوم است.

در نهایت با جایگذاری حداقل سطوح لازم مطلوبیت در معادلات بالا داریم :

$$
\begin{aligned}
\text{Max :} \quad & (192555758 - f_1).(f_2) \\
\text{S.t :} \quad & f_1 \le 192555752 \\
& f_2 \ge 0 \\
& f_1 \ge -0.54874772E+16 \\
& f_2 \le 0.1367400E+17 \\
& x \in S
\end{aligned}
$$

قدم ۵ : تبدیل مسئله به مدل برنامه‌ریزی مخلوط و مشروط N- نفره.

پس از بدست آوردن ۵ راه‌حل مؤثر و معقول، مدل برنامه‌ریزی بالا را به ازای ۵ راه‌حل موجود توسعه داده و به منظور دسترسی به مناسب‌ترین راه‌حل مورد توافق، آن را به مدل برنامه‌ریزی مخلوط و مشروط N - نفره تبدیل می‌نماییم :

$$
\begin{aligned}
\text{Max :}\quad & (d_1 - f_1).(f_2) \\
\text{S.t :}\quad & (d_1 - f_1) \geq 0 \quad \rightarrow \quad \varepsilon_1 = 1 \\
& f_2 \geq d_2 \quad \rightarrow \quad \varepsilon_2 = 1 \\
& f_1 \geq f_1^l \quad \rightarrow \quad (d_1 - f_1) - Mt_l \leq (d_1 - f_1^l) \\
& f_2 \leq f_2^l \quad \rightarrow \quad f_2 - Mt_l \leq f_2^l \qquad l = 1,\dots,5 \\
& \sum_{l=1}^{5} t_l = 4 \\
& t_l = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$

قدم ۶ : خطی نمودن مدل برنامه‌ریزی مخلوط و مشروط N- نفره.

جهت خطی نمودن مدل برنامه‌ریزی قدم ۵، از تابع هدف آن لگاریتم گرفته و آن را به مدل برنامه‌ریزی زیر تبدیل می‌نماییم :

$$
\begin{aligned}
\text{Max :}\quad & \mathrm{Ln}(d_1 - f_1) \quad + \quad \mathrm{Ln}(f_2) \\
\text{S.t :}\quad & (d_1 - f_1) \geq \varepsilon_1 = 1 \\
& (f_2 - d_2) \geq \varepsilon_2 = 1 \\
& (d_1 - f_1) - Mt_l \leq (d_1 - f_1^l) \\
& f_2 - Mt_l \leq f_2^l \qquad l = 1,\dots,5 \\
& \sum_{l=1}^{5} t_l = 4 \\
& t_l = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$

به شرط آنکه $(d_1 - f_1^l) \geq 1$ و $f_2^l \geq 1$ باشد، تغییر متغیر زیر را انجام می‌دهیم :

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Ln}(d_1 - f_1) &= X_1 \\
\mathrm{Ln}(f_2) &= X_2
\end{aligned}
$$

آنگاه داریم :

$$
\begin{aligned}
\text{Max :}\quad & X_1 \quad + \quad X_2 \\
\text{S.t :}\quad & X_i \geq 0 \qquad i = 1,2 \\
& X_1 - M_l t_l \leq \mathrm{Ln}(d_1 - f_1^l) \\
& X_2 - M_l t_l \leq \mathrm{Ln}(f_2^l) \qquad l = 1,\dots,5 \\
& \sum_{l=1}^{5} t_l = 4 \qquad t_l = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}
\end{aligned}
$$

فرض می‌کنیم $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = 375000000$.

در نهایت مدل بصورت زیر خواهد شد :

$$
\begin{aligned}
\text{Max :}\quad & X_1 \quad + \quad X_2 \\
\text{S.t :}\quad & X_1 \geq 0 \\
& X_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

$$X_1 - M_1 t_1 \le Ln(d_1 - f_1^1)$$
$$X_2 - M_2 t_2 \le Ln(d_1 - f_1^2)$$
$$X_1 - M_3 t_3 \le Ln(d_1 - f_1^3)$$
$$X_1 - M_4 t_4 \le Ln(d_1 - f_1^4)$$
$$X_1 - M_5 t_5 \le Ln(d_1 - f_1^5)$$
$$X_2 - M_1 t_1 \le Ln(f_2^1)$$
$$X_2 - M_2 t_2 \le Ln(f_2^2)$$
$$X_2 - M_3 t_3 \le Ln(f_2^3)$$
$$X_2 - M_4 t_4 \le Ln(f_2^4)$$
$$X_2 - M_5 t_5 \le Ln(f_2^5)$$
$$\sum_{l=1}^{5} t_l = 4$$
$$t_l = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

سپس ضرایب را در مدل جایگذاری می‌نماییم و وارد مرحله بعد می‌شویم.

قدم ۷ : بدست آوردن نقطه تعادل مؤثر.

پس از حل مدل برنامه‌ریزی نهایی راه‌حل‌های بهینه زیر حاصل می‌شود :

$$\overline{X}_1 = 360556649 = Ln(d_1 - f_1^5)$$
$$\overline{X}_2 = 370570122 = Ln(f_2^5 - d_2)$$

در نتیجه :

$$f_1^* = -0.7522308E+16$$
$$f_2^* = 0.2072510E+17$$

که این راه‌حل منطبق بر راه‌حل ردیف ۵ از جدول ۲ می‌باشد.

نتیجه‌گیری

همانطور که قبلاً نیز عنوان گردید، هدف ما به دست آوردن مقادیر فروش در ماه‌های آتی با بیشترین هزینه سود خالص و کمترین هزینه ضایعات برای شرکت بود. پس از بررسی داده‌های دریافت شده، از آنجا که کوواریانس و ضریب همبستگی مقادیر وزنی فروش و مقادیر وزنی ضایعات زیاد بود، لذا این موضوع، وابستگی متغیرها را نسبت به‌هم نشان می‌داد. بنابراین، برای ساخت معادله پیش‌بینی تابع هدف نمی‌توانستیم از طریق رگرسیون عمل نماییم. لذا معادلات پیش‌بینی توابع هدف با فرض وابستگی متغیرها تعیین شد.

پس از مدل‌سازی و حل مسئله مذکور، با توجه به نتایج بدست آمده، مشاهده می‌گردد که ماکزیمم مقدار سود خالص بهینه، به علت واریانس بسیار زیاد سود حاصل برای محصولات در نظر گرفته شده، منفی است. لذا به علت واریانس بسیار زیاد سود حاصل است که هزینه‌های استهلاک و قیمت تمام‌شده باید کاهش یابد و می‌بایست تولیدات شرکت در حدی باشد که بتواند در دوره‌های آتی، محصولات خود را با ماکزیمم مقدار سود خالص بهینه به فروش برساند.

یکی از مسائلی که در اینجا مطرح است آن است که چرا شرکت با توجه به این مقادیر به دست آمده هنوز پابرجاست و به کار خود ادامه می‌دهد که پس از تحلیل و بررسی آن نتایج زیر بدست آمد:

۱- کارخانه ۵۶ نوع محصول دارد و در این مطالعه فقط ۶ نوع از محصولات آن را که از نظر مدیریت مهم‌تر از سایر محصولات

بوده، مورد بررسی قرار داده است.

۲- همیشه به علت وجود رقبا در بازار، اجازه افزایش قیمت فروش بعضی از محصولات داده نمی‌شود. لذا، در بعضی مواقع به علت باقی ماندن اسم شرکت در بازار و متزلزل نمودن رقبا، شرکت می‌بایست در بعضی مواقع ضررهایی را متحمل شود تا بتواند در بازار باقی بماند و به کار خود ادامه دهد.

۳- در بعضی مواقع ضرر خواباندن خط تولید خیلی بیشتر از تولید کردن و به فروش رساندن آن است. لذا برای بیرون آمدن از این مهلکه، شرکت ضرر حاصل از فروش محصولات را متقبل نموده و با توجه به نیاز بازار آنها را تولید و به فروش می‌رساند.

۴- شرکت به موضوع منفی بودن سود برای این شش نوع محصول کاملاً واقف است. لذا برای جلوگیری از این موضوع در جهت صرفه‌جویی هزینه‌های سربار اقدامات متقضی را شروع نموده است.

با توجه به موارد مذکور، شرکت اخیراً، قیمت فروش محصولاتی مانند سس مایونز، کنسرو لوبیا، کنسرو عدس و کنسرو قارچ را افزایش داده است.

مراجع

[۱] اصغرپور ـ محمدجواد (۱۳۸۲) « تصمیم‌گیری گروهی و نظریه تئوری بازی‌ها با نگرش تحقیق در عملیات » (چاپ اول) تهران : انتشارات دانشگاه تهران.

[۲] Zezhong Chen & Stan Burns (November 3, 1999) “Multiple-Objective Optimization Methods”, Department of Mechanical Engineering, University of Victoria.

[۳] اصغرپور_ محمدجواد (۱۳۷۷) « تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره » (چاپ اول) تهران : انتشارات انشگاه تهران.

[۴] قصیری ـ کیوان (۱۳۷۶) « تصمیم‌گیری گروهی با اهداف چندگانه» پایان‌نامه تحصیلی کارشناسی ارشد (چاپ نشده). دانشگاه علم و صنعت ایران.

[۵] R. Timothy Marler & Jasbir S. Arora (21 January 2003) “Reiew Of Multi-Objective Optimization Concepts and Algorithms for Engineering”, Technical Report Number: ODL-01.03, Optimal Design Laboratory, College of Engineering , The university of Iowa

[۶] Kaisa Miettinen (1999) “Nonlinear Multiobjective Optimization”, United State of America, Kluwer Academic Publishers.

[۷] Y.B.Yun, H.Nakayama, T.Tanino & M.Arakawa (1999) “A Multi-Objective Optimization Method Combining Generalized Data Envelopment Analysis”, IEEE , 0-7803-5731-0, PP. I-671-I-676

[۸] El. Ulungu, J Teghem and Ch. Ost(1998) “ Efficiency of interactive multi-objective simulated annealing through a case study”, Journal of the Operational Research Society, Vol. 49, No. 10, PP. 1044-1050

[۹] J. Teghem, D. Tuyttens, E.L. Ulungu (2000) “An interactive heuristic method for multi-objective combinatorial optimization”, Computers & Operation Research, Vol. 27, PP. 621-634

[۱۰] صحرانورد ـ لیلا (۱۳۸۱) « بررسی عملکرد و رقابت شرکت‌های بیمه ایران با استفاده از تصمیم‌گیری گروهی و تئوری بازی‌ها » پایان‌نامه تحصیلی کارشناسی ارشد (چاپ‌نشده). دانشگاه علم و صنعت ایران.

[۱۱] Hwang ching_Lai & Lin Min_Leng (1987) “ Group Decision making under Multiple-Criteria”, Stringer, Verlag Berlin, Heidlberg, Newyork.