

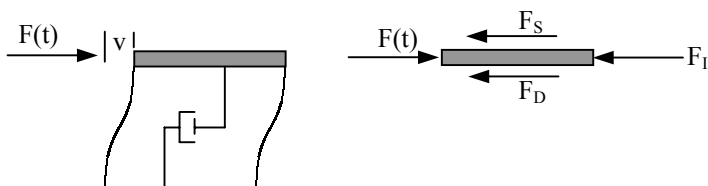
روش تحلیل دینامیکی

دکتر حسن مقدم، استاد دانشگاه صنعتی شریف

۱. مبانی دینامیک سازه

۱.۱. ارتعاش دستگاه تکدرجه

نیروهای وارد به یک سازه تکدرجه (سازه‌ای با یک درجه آزادی) بقرار زیرند:



شکل ۱.۱ مدل دینامیکی سازه تکدرجه تحت نیروی افقی

$$F_I + F_S + F_D = F(t) \quad (۱.۱)$$

F_I - نیروی ماند (اینرسی) حاصل از شتاب برابر با جرم ضربدر شتاب

F_S - نیروی حاصل از سختی قاب در مقابل حرکت افقی که نیروی فنر نامیده می‌شود

F_D - نیروی استهلاک که همواره در خلاف جهت حرکت عمل می‌کند

$F(t)$ - نیروی خارجی وارد به سازه

$$F_I = m\ddot{v} \quad ; \quad F_S = kv \quad \text{استهلاک لزج} \quad F_D = c\dot{v} \quad ; \quad \text{برای سازه خطی}$$

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = F(t) \quad (۲.۱) \quad \text{معادله عمومی حرکت یک دستگاه تکدرجه خطی با استهلاک لزج}$$

۱.۱.۱. ارتعاش آزاد

در حالتی که هیچ نیروی خارجی اعمال نشود معادله ارتعاش آزاد بصورت زیر در می‌آید:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = 0 \quad (۳.۱)$$

و اگر از استهلاک سازه چشم‌پوشیم:

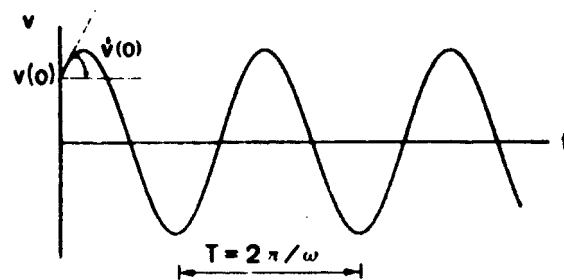
$$m\ddot{v} + kv = 0 \quad (۴.۱)$$

جواب این معادله دیفرانسیل عبارتست از:

$$v = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (۵.۱)$$

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad (۶.۱)$$

ضرایب A و B با توجه به شرایط اولیه حرکت بدست می‌آیند. ω فرکانس زاویه‌ای سازه است. فرکانس و تناوب سازه از روابط زیر بدست می‌آیند.



شکل ۱. ارتعاش آزاد بدون استهلاک

$$f = \omega / 2\pi \quad (۷.۱)$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (۸.۱)$$

اگر استهلاک وجود داشته باشد داریم:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = 0$$

و با تقسیم معادله بر m:

$$\ddot{v} + 2\xi\omega\dot{v} + \omega^2 v = 0 \quad (۹.۱)$$

که در آن

$$2\xi\omega = c/m \quad ; \quad \omega^2 = k/m$$

جواب این معادله دیفرانسیل برابر است با:

$$v = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t} \quad (۱۰.۱)$$

که در آن r_1 و r_2 ریشه‌های معادله زیرند:

$$r^2 + 2\xi\omega r + \omega^2 = 0$$

$$r = \omega(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}) \quad (۱۱.۱)$$

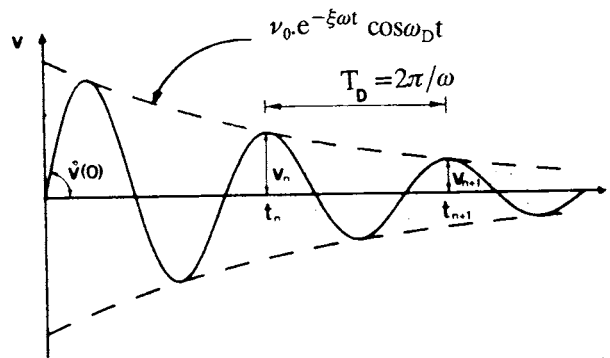
از ادوات و ماشینهای دینامیکی و ارتعاشی که بگذریم، برای سازه‌ها ضریب استهلاک ξ عدد کوچکی در محدوده ۰/۰۱ (سازه‌های فولادی سخت) تا ۰/۲ (سدهای خاکی) می‌باشد و در نتیجه r از رابطه ۱۱.۱ به شکل عدد مختلط در می‌آید. جواب معادله دیفرانسیل ۹.۱ عبارتست از:

$$v = e^{-\xi\omega t} (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t) \quad (۱۲.۱)$$

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (۱۳.۱)$$

با توجه به کوچک بودن ضریب استهلاک ξ مقدار ω_D تقریباً برابر با ω خواهد شد. ضرایب A و B بر حسب شرایط اولیه حرکت یعنی سرعت و جابجایی اولیه تعیین می‌شوند. اگر سرعت اولیه صفر باشد و فقط یک جابجایی اولیه داشته باشیم معادله حرکت دستگاه برابر است با:

$$v = v_0 e^{-\xi \omega t} \cos \omega_D t \quad (۱۴.۱)$$



شکل ۳.۱ ارتعاش آزاد با استهلاک کم

۱.۱.۱. طیف پاسخ دستگاه تکدرجه

در شکل (۱.۱) اگر نیروی محرک $F(t)$ هماهنگ (سینوسی)^۱ باشد آنگاه معادله (۲.۱) بصورت زیر در می آید:

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = p_0 \sin \bar{\omega} t \quad (۱۵.۱)$$

دیدیم که جواب عمومی این معادله دیفرانسیل از رابطه (۱۲.۱) بدست می آید که یک تابع هماهنگ با فرکانس ω_D است و به علت وجود استهلاک در طول زمان میرا می شود (شکل ۳.۱). جواب خاص معادله دیفرانسیل فوق یک تابع هماهنگ با فرکانس $\bar{\omega}$ یعنی همان فرکانس محرک است:

$$v_h = e^{-\xi \omega t} (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t) \quad \text{جواب عمومی یا گذرا} \quad (۱۶.۱)$$

$$v_p = H(\bar{\omega}) \delta_s \sin(\bar{\omega} t - \phi) \quad \text{جواب خاص یا پایدار} \quad (۱۷.۱)$$

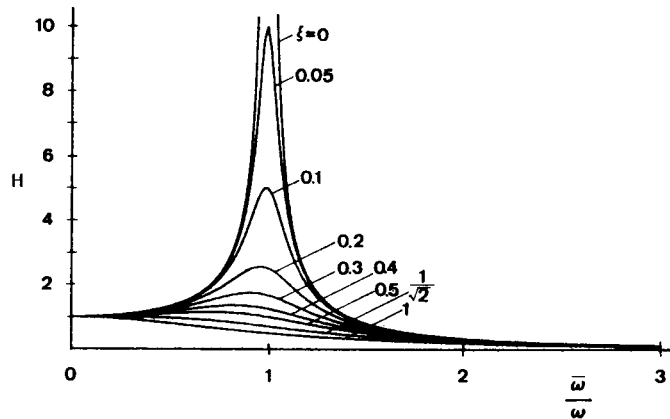
در این روابط ω و ω_D فرکانسهای طبیعی بدون استهلاک و با استهلاک می باشند که از روابط (۶.۱) و (۱۳.۱) بدست می آیند و $\bar{\omega}$ فرکانس نیروی محرک است. δ_s ، $H(\bar{\omega})$ و ϕ برابرند با:

$$\delta_s = p_0 / k \quad \text{جابجایی/استاتیکی دستگاه} \quad (۱۸.۱)$$

$$H(\bar{\omega}) = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\bar{\omega}}{\omega})^2]^2 + (2\xi \frac{\bar{\omega}}{\omega})^2}} \quad (۱۹.۱)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{2\xi(\frac{\bar{\omega}}{\omega})}{1 - (\frac{\bar{\omega}}{\omega})^2} \quad (۲۰.۱)$$

رابطه (۱۹.۱) را تابع پاسخ دستگاه می نامند و جزو خصوصیات دینامیکی دستگاه محسوب می شود. نمودار H بر حسب نسبت $\bar{\omega} / \omega$ را طیف پاسخ دستگاه می نامند. تابع پاسخ $H(\bar{\omega})$ را گاهی ضریب ازدیاد دینامیکی D ، ضریب تشدید و ضریب بازتاب نیز می گویند.



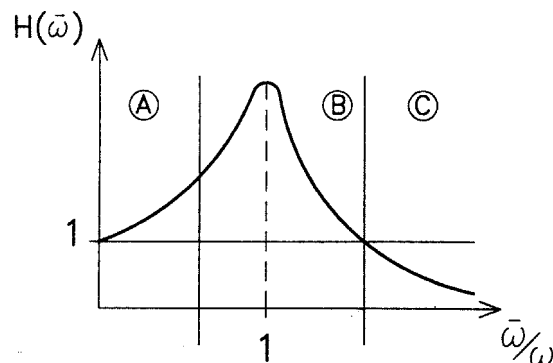
شکل ۴.۱ طیف پاسخ دستگاه تکدرجه

۳.۱.۱. خواص طیف پاسخ

درک تابع پاسخ و طیف آن کمک زیادی به شناخت مسایل دینامیکی می‌کند. این طیف دارای خواص مهمی است که برخی از آنها در زیر آمده است:

الف) تابع پاسخ در واقع نسبت جابجایی یک دستگاه تحت نیروی P_0 در حالت دینامیکی به استاتیکی می‌باشد. واضح است که اگر سرعت اعمال نیرو بسیار کم باشد یعنی $\bar{\omega}$ به صفر نزدیک شود جابجاییهای دینامیکی و استاتیکی یکسان شده و این نسبت برابر ۱ می‌شود (شکل ۴.۱).

ب) طیف پاسخ را می‌توان به سه ناحیه تقسیم نمود: ناحیه سخت (A)، ناحیه تشدید (B) و ناحیه نرم (C).



شکل ۵.۱ تقسیم طیف پاسخ به نواحی سخت، تشدید، نرم

در ناحیه سخت، فرکانس محرک کمتر از فرکانس دستگاه است و درواقع دستگاه آنچنان سخت است که اگر آنرا از یک انتها با شتاب a حرکت دهیم انتهای دیگرش نیز با همان شتاب a حرکت می‌کند. در این حالت اثر رفتار دینامیکی قابل اغماض بوده و جابجاییهای دینامیکی و استاتیکی به هم نزدیکند و تابع پاسخ اندکی بزرگتر از یک است. در ناحیه تشدید به علت نزدیک بودن فرکانس محرک و فرکانس طبیعی دستگاه حالت تشدید اتفاق می‌افتد و هنگامی که این دو کاملاً برابر شوند از رابطه (۱۹.۱) داریم:

$$H(\bar{\omega}) = 1 / \sqrt{(1-1)^2 + (2\xi \times 1)^2}$$

$$H(\bar{\omega}) = \frac{1}{2\xi}$$

پاسخ تشدید (۲۳.۱)

مثلاً برای یک سازه فولادی سخت با ضریب استهلاک 0.01 داریم:

$$H(\bar{\omega}) = 1/(2 \times 0.01) = 50$$

یعنی اگر دستگاه تحت یک نیروی معین در حالت استاتیکی یک سانتیمتر جابجا شود در حالت تشدید پنجاه سانتیمتر جابجایی دارد! بنابراین ناحیه تشدید از اهمیت خاصی برخوردار است و نقاط مجاور نقطه تشدید هم از ضرایب پاسخ بالایی برخوردارند. با افزایش فرکانس نیروی محرک، وارد ناحیه نرم میشویم؛ جایی که بارگذاری آنقدر سریع است که دستگاه آنرا حس نمی‌کند. بعبارت دیگر، همینکه دستگاه شروع به واکنش نماید و جابجایی آغاز شود، جهت نیرو عوض شده و حرکت معکوس میگردد و در نتیجه جابجایی از حالت استاتیکی کمتر می‌شود. بهمین دلیل است که سازه‌هایی که تناوب بالایی دارند شتابهای حاصل از زلزله را که مقدارشان بزرگ اما تناوبشان کم باشد حس نمی‌کنند زیرا سرعت بارگذاری آنچنان زیاد است که پاسخ در ناحیه نرم قرار می‌گیرد. (ج) اگر چه تابع پاسخ عمدتاً به نسبت فرکانسهای محرک و دستگاه ($\bar{\omega} / \omega$) بستگی دارد و در اغلب موارد استهلاک نقش چندانی را بازی نمی‌کند اما در نقطه تشدید و نقاط مجاور آن بعکس استهلاک تعیین کننده است و بیشترین نقش را در کاهش پاسخ دینامیکی دارد.

(د) با اینکه طیف پاسخ را برای محرکهای هماهنگ بدست آورده‌ایم اما خواص آن به انواع بارگذاریها قابل تعمیم است زیرا هر محرک کلی $p(t)$ را می‌توان به سری فوریه و یا انتگرال فوریه تقسیم نمود (به کتب دینامیک سازه مراجعه شود) که در این صورت گویی دستگاه به‌طور همزمان تحت اثر تعداد زیادی محرک هماهنگ با فرکانسهای متفاوت قرار گرفته است.

$$p(t) = \sum p_i \sin \omega_i t \quad (24.1)$$

آنگاه طبق رابطه (۱۷۰۲)، پاسخ پایدار دستگاه عبارتست از:

$$v = \sum H_i \cdot \frac{P_i}{k} \cdot \sin(\omega_i t - \phi_i) \quad (25.1)$$

پس شکل تابع جابجایی دستگاه به دامنه هماهنگهای فوق یعنی $H_i p_i / k$ بستگی دارد. دیدیم که در ناحیه تشدید H به حداکثر مقدار خود یعنی $1/2\xi$ می‌رسد، پس می‌توان نتیجه گرفت که دستگاه به‌طور طبیعی میزان تأثیر هماهنگهایی را که در ناحیه تشدید قرار گیرند افزایش میدهد و با توجه به شکل (۵.۱) اصولاً هماهنگهایی را که در ناحیه نرم واقع‌اند حس نمی‌کند. اینجاست که تأثیر استهلاک هویدا می‌شود زیرا اگر چه استهلاک در نواحی سخت و نرم تأثیر چندانی ندارد اما بعلاوه اثری که در ناحیه تشدید دارد می‌تواند نقش مؤثری در کاهش پاسخ دستگاه داشته باشد. بهمین جهت در مهندسی زلزله شناسایی شیوه‌های افزایش ظرفیت جذب و استهلاک انرژی ارتعاشی از اهمیت خاصی برخوردار است.

۱.۱.۴. حل کلی معادله حرکت به کمک انتگرال دوهامل

معادله حرکت آزاد دستگاه تکدرجه در رابطه (۱۲.۱) آمده است. اگر دستگاه تنها تحت سرعت اولیه v_0 قرار گیرد داریم:

$$B = 0 \quad ; \quad A = \dot{v}_0 / \omega_D$$

$$v = \frac{\dot{v}_0}{\omega_D} e^{-\xi \omega t} \sin \omega_D t \quad (26.1)$$

حال اگر دستگاهی به جرم m به مدت $d\tau$ تحت نیروی p قرار گیرد تغییر اندازه حرکت جرم m در اثر این ضربه برابر است با:

$$\Delta m\dot{v} = p d\tau$$

$$\Delta \dot{v} = p / m d\tau$$

سرعت اولیه ایجاد شده در جرم m

با جایگزینی $\Delta \dot{v}$ بجای $\dot{v}_0$ در رابطه (۲۶.۱) داریم:

$$\Delta v = \left[\frac{p}{m\omega_D} e^{-\xi\omega t} \sin \omega_D t \right] d\tau \quad (۲۷.۱)$$

معادله حرکت دستگاهی که در لحظه شروع به مدت $d\tau$ تحت نیروی p قرار گرفته باشد

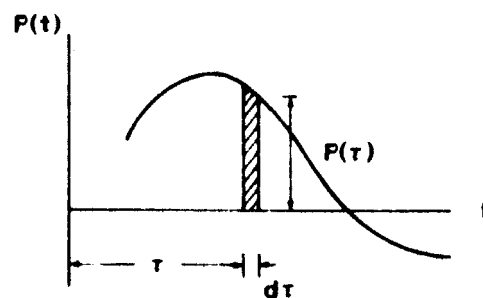
اگر نیرو بجای لحظه $t=0$ ، در لحظه $t=\tau$ اعمال شود، معادله حرکت برابر است با:

$$\Delta v = \left(\frac{p}{m\omega_D} \right) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (۲۸.۱)$$

اکنون اگر دستگاه تحت اثر نیرویی قرار گیرد که به طور پیوسته از لحظه ۰ تا t حضور داشته است، تأثیر نیرو برای هر جزء زمانی $d\tau$ در زمان τ از معادله فوق بدست می آید و چون دستگاه خطی است می توان این آثار را از لحظه ۰ تا t جمع کرد، درست مثل اینکه نیرو را مجموعه ای از ضربات متوالی و پیوسته فرض کنیم به طوریکه اثر هر ضربه از معادله (۲۸.۱) بدست آید پس:

$$v = \int_0^t \frac{p(\tau)}{m\omega_D} e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (۲۹.۱)$$

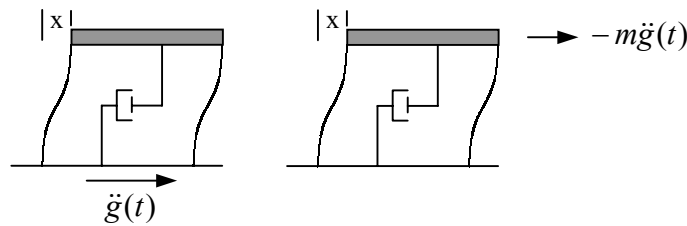
این رابطه را انتگرال دوهمال می نامند و حل آن غالباً با استفاده از روشهای عددی صورت می گیرد.



شکل ۶.۱ تبدیل نیرو به یک رشته ضربات متوالی و پیوسته

۱.۱.۶ حرکت دستگاه تکدرجه تحت شتاب پی

اگر دستگاه تکدرجه شکل ۱.۱ به جای نیروی $F(t)$ تحت شتاب پی $\ddot{g}(t)$ قرار گیرد می توان طبق اصل دالامبر حرکت را در یک دستگاه شتابدار که به پی متصل است بررسی نمود، در این صورت می باید نیروی مجازی $-m\ddot{g}(t)$ را اعمال نمود و حرکت نسبی دستگاه را بدست آورد. واضح است که حرکت مطلق با افزودن حرکت دستگاه شتابدار بدست می آید.



شکل ۸.۱ نیروهای اینرسی حاصل از شتاب پی در یک دستگاه مختصات شتابدار (اصل دالامبر)

پس معادله حرکت نسبی دستگاه با جایگزینی $-m\ddot{g}(t)$ بجای $F(t)$ در رابطه (۲.۱) بدست می آید:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{g}(t)$$

و یا:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2 x = -\ddot{g}(t) \quad \text{معادله حرکت دستگاه نسبت به پی} \quad (۴۴.۱)$$

واضح است که شتاب مطلق دستگاه برابر است با:

$$\ddot{v}(t) = \ddot{x}(t) + \ddot{g}(t) \quad (۴۵.۱)$$

به عبارت دیگر شتابهای حاصل از معادله (۲۴.۱) را باید با شتاب پی جمع نمود تا شتاب مطلق در هر لحظه بدست آید. البته روش ساده تری هم وجود دارد. اگر معادله نیوتن را برای جرم m بنویسیم در هر لحظه رابطه زیر برقرار است:

$$-kx - c\dot{x} = ma \quad (۴۶.۱)$$

پس شتاب مطلق جرم m برابر است با

$$\ddot{v}(t) = [-kx(t) - c\dot{x}(t)]/m \quad (۴۷.۱)$$

برای دستگاههای کم استهلاک، در لحظه ای که شتاب به اوج می رسد سرعت بسیار کم است و چون c کوچک می باشد به طور تقریبی می توان گفت:

$$\ddot{v}(t) \cong -\omega^2 x(t) \quad (۴۸.۱)$$

یعنی با داشتن جابجایی نسبی دستگاه می توان شتاب مطلق را محاسبه نمود و قدمطلق این دو طبق رابطه زیر به هم مربوط می شوند:

$$|\ddot{v}_{\max}| = \omega^2 |x_{\max}| \quad (۴۹.۱)$$

و بالاخره با جایگزینی $-m\ddot{g}(\tau)$ بجای $p(\tau)$ در رابطه (۲۹.۱):

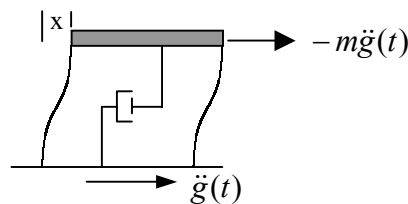
$$v = \int_0^t -\frac{1}{\omega_D} \ddot{g}(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (۵۰.۱)$$

و به همین ترتیب در روابط (۳۰.۱) تا (۴۳.۱) بجای نیروی p مقدار $-m\ddot{g}$ قرار می گیرد تا حرکت نسبی دستگاه محاسبه شود.

۱.۵. طیف پاسخ زلزله

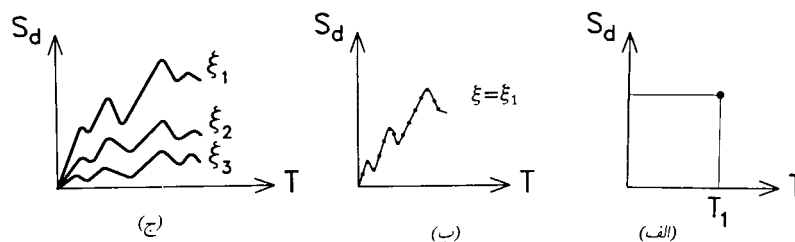
حرکت دستگاه تکدرجه را تحت شتاب پی در نظر می‌گیریم. فرض شود شتاب زلزله معین $\ddot{g}(t)$ به پی سازه وارد شده باشد. معادله حرکت چنین سازه‌ای در حالت کلی در رابطه (۱.۱) آمده است. خواه سازه خطی و یا غیرخطی باشد این رابطه برای سازه خطی به رابطه (۱.۴۴) تبدیل می‌شود که در آن با داشتن ω و ξ می‌توان پاسخ دستگاه را به شتاب $\ddot{g}(t)$ بدست آورد.

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2x = -\ddot{g}(t) \quad \text{معادله حرکت دستگاه نسبت به پی}$$



شکل ۱.۱۱ حرکت دستگاه تکدرجه تحت شتاب پی

ω و ξ را شاخص‌های دینامیکی دستگاه می‌نامند. در بخش‌های قبلی دیدیم که این معادله را می‌توان به روش‌های مختلف حل کرد. پس برای یک سازه معین با تناوب طبیعی T_1 (و یا فرکانس زاویه‌ای $\omega_1 = 2\pi/T_1$) و درصد استهلاک ξ می‌توان نمودار حرکت نسبی را بر حسب زمان بدست آورد و شتاب مطلق را از رابطه (۱.۴۵) و یا (۱.۴۹) حساب کرد. حال اگر نقطه اوج نمودار جابجایی را با جابجایی طیفی S_d نشان دهیم یک نقطه از نمودار S_d بر حسب T بدست می‌آید (شکل ۱.۱۱ الف) و چنانچه T_1 را تغییر داده و ξ را ثابت نگاه داریم، نقاط دیگری حاصل می‌شود که از وصل آنها به هم نمودار S_d برای یک استهلاک معین بدست می‌آید (شکل ۱.۱۱ ب). با تغییر ξ می‌توان طیف پاسخ جابجایی را برای ضرایب استهلاک مختلف بدست آورد (شکل ۱.۱۱ ج).



شکل ۱.۱۲ طیف پاسخ لرزه‌ای جابجایی S_d

۱.۵.۱. ارتباط میان مقدار طیفی جابجایی، سرعت و شتاب

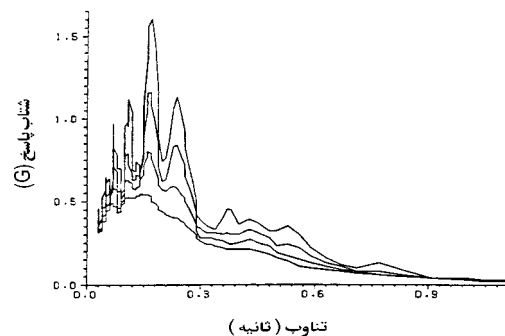
جابجایی اوج را که از حل معادله حرکت (۱.۲۴) بدست می‌آید با S_d نشان داده و جابجایی می‌نامند. شتاب طیفی را، که عبارتست از شتاب مطلق اوج که در اثر شتاب پی در جرم دستگاه ایجاد می‌شود، با S_a نشان می‌دهند و از رابطه (۱.۴۵) بدست می‌آید. اگر استهلاک نسبتاً کوچک باشد با استفاده از رابطه (۱.۴۹) داریم:

$$S_a = \omega^2 S_d \quad (۱.۸۶)$$

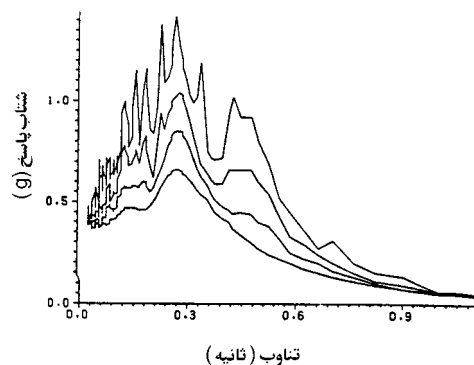
با توجه به تشابه این رابطه با رابطه شتاب و جابجایی دستگاه تحت محرک هماهنگ (سینوسی)، می‌توان سرعت اسمی زیر را تعریف کرد

$$S_v = \omega S_d = \frac{1}{\omega} S_a \quad \text{سرعت اسمی طیفی} \quad (۸۷.۱)$$

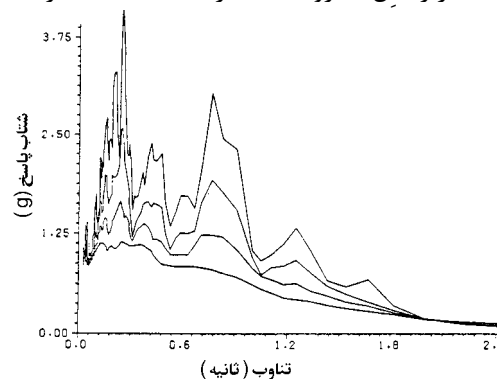
بنابراین برای هر زلزله می‌توان یک طیف جابجایی S_d بدست آورد و آنگاه با استفاده از روابط (۸۶.۱) و (۸۷.۱) طیفهای شتاب و سرعت اسمی را بدست آورده و رسم نمود. معمولاً طیف شتاب بیش از سرعت و جابجایی در محاسبات لرزه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این رو معمولاً طیف شتاب را مستقیماً بدست می‌آورند و اگر لازم شد طیف سرعت اسمی و جابجایی را به کمک روابط فوق محاسبه می‌کنند. در شکلهای زیر طیف چند زلزله مخرب با بزرگی بیش از ۷ ریشتر آمده است.



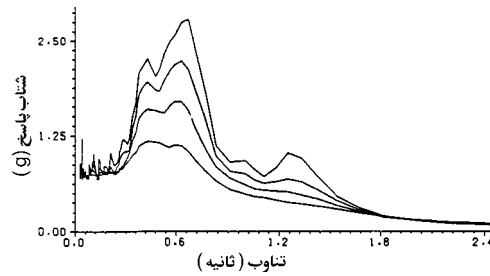
شکل ۱۳.۱ طیف شتاب مؤلفه N21E زلزله سان فرناندو ۱۹۷۱ در آمریکا با شتاب اوج ۰/۳۲g



شکل ۱۴.۱ طیف شتاب زلزله ال سنترو ۱۹۴۰ در ایالات متحده آمریکا با شتاب اوج ۰/۳۴g



شکل ۱۵.۱ طیف شتاب مؤلفه NS زلزله طیس ۱۳۵۷ با شتاب اوج ۰/۹۳g



شکل ۱. ۱۸ طیف شتاب مؤلفه N65E زلزله پارک فیلد آمریکا با شتاب اوج $0.52g$

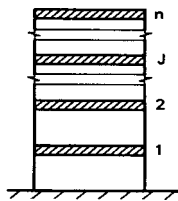
۱.۶. ارتعاش دستگاه چند درجه

۱.۶.۱. فرکانسها و اشکال مدی

معادله ارتعاش آزاد یک دستگاه چند درجه بی استهلاک

عبارتست از:

$$[M][\ddot{v}(t)] + [K][v(t)] = 0 \quad (1.90)$$



شکل ۱. ۲۲ دستگاه n درجه

ارتعاش آزاد جرم زام با فرکانس ω عبارتست از:

$$v_j(t) = \phi_j \sin(\omega t - \alpha) \quad (1.91)$$

و در قالب برداری داریم:

$$[v] = [\phi] \sin(\omega t - \alpha)$$

و با جایگزینی $[v]$ در (۱.۹۰)

$$\{[M][\phi](-\omega^2) + [K][\phi]\} \sin(\omega t - \alpha) = 0$$

و یا

$$[K] - \omega^2 [M] = 0 \quad (1.92)$$

جواب بدیهی دستگاه معادلات همگن فوق صفر است یعنی:

$$[\phi] = 0$$

شرط اینکه جواب غیر صفر بدست آید آن است که دترمینان ضرایب صفر شود:

$$[K] - \omega^2 [M] = 0 \quad (1.93)$$

این معادله را معادله مشخصه می‌نامند. اگر دستگاه دارای n درجه آزادی باشد، بُعد ماتریسهای $[K]$ و $[M]$ هم n خواهد بود، پس معادله (۱.۹۳) بر حسب ω^2 از درجه n بوده و برای ω^2 ، n جواب مثبت بدست می‌آید، و از این رو n عدد فرکانس $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ معین می‌شود. برای هر ω_i یک بردار جابجایی $[\phi_i]$ بدست خواهد آمد.

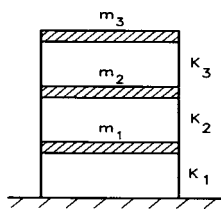
بنابراین n مد ارتعاشی داریم که هر مد دارای یک فرکانس مدی ω_i و شکل $[\phi_i]$ است. هنگامی که دستگاه در مد i ام ارتعاش می‌کند همه طبقات با فرکانس ω_i نوسان می‌کنند و با هم به اوج رسیده و به نقطه تعادل باز می‌گردند، و تنها تفاوتشان در این است که دامنه نوسانشان با هم فرق دارد. این مطلب از رابطه (۹۱.۱) نتیجه می‌شود. فرکانسهای بدست آمده را می‌توان مرتب کرد:

$$\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \dots < \omega_n$$

کمترین فرکانس یعنی ω_1 به مد پایه مربوط می‌شود. در عمل این مدهای پایین هستند که بیشترین نقش را در ارتعاش دستگاه دارند و مدهای بالاتر کمتر شرکت می‌کنند.

مثال ۳.۱ اشکال مدی و فرکانسهای سازه سه درجه زیر را بدست آورید

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_0 \quad \text{و} \quad k_1 = k_2 = k_3 = k_0$$



شکل ۳.۱ سازه سه درجه

حل. در این مثال معادله (۹۳.۱) مستقیماً حل خواهد شد. برای اینکار ابتدا باید ماتریسهای جرم و سختی را تشکیل داد.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = m_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} = k_0 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

با جایگزینی ماتریسهای $[M]$ و $[K]$ در معادله مشخصه (۹۳.۱):

$$\left| k_0 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} - m_0 \omega^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

اگر $\lambda = \omega^2 / (k_0 / m_0)$ آنگاه

$$\left| \begin{bmatrix} 2 - \lambda & -1 & 0 \\ -1 & 2 - \lambda & -1 \\ 0 & -1 & 1 - \lambda \end{bmatrix} \right| = 0 \quad \therefore \lambda^3 - 5\lambda^2 + 6\lambda - 1 = 0$$

پس:

$$\lambda_1 = 0.198; \quad \lambda_2 = 1.555; \quad \lambda_3 = 3.247$$

و یا:

$$\omega_1 = \sqrt{\lambda_1 \frac{k_0}{m_0}} = 0.445 \sqrt{\frac{k_0}{m_0}}; \omega_2 = 1.247 \sqrt{\frac{k_0}{m_0}}; \omega_3 = 1.802 \sqrt{\frac{k_0}{m_0}}$$

برای بدست آوردن اشکال مدی از رابطه (۱. ۹۲) استفاده می‌کنیم. اگر در این رابطه برای بدست آوردن شکل مد i ام، ω_i را قرار دهیم:

$$[[k] - \omega_i^2 [M]] \begin{bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \phi_{3i} \end{bmatrix} = 0 \quad \therefore \begin{bmatrix} 2 - \lambda_i & -1 & 0 \\ -1 & 2 - \lambda_i & -1 \\ 0 & -1 & 1 - \lambda_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \phi_{3i} \end{bmatrix} = 0$$

باید توجه داشت که دستگاه معادلات فوق بدلیل همگن بودن نمی‌تواند تمام مقادیر ϕ را بدست دهد زیرا یکی از معادلات تکراری است (چون قبلاً دترمینان ضرایب صفر شده است) پس مقدار یکی از ϕ ها برابر ۱ فرض می‌شود، مثلاً:

$$\phi_{1i} = 1 \quad \text{یا} \quad \phi_{11} = \phi_{12} = \phi_{13} = 1$$

از خط اول معادلات فوق:

$$(2 - \lambda_i)\phi_{1i} - \phi_{2i} = 0 \quad \therefore \phi_{2i} = 2 - \lambda_i$$

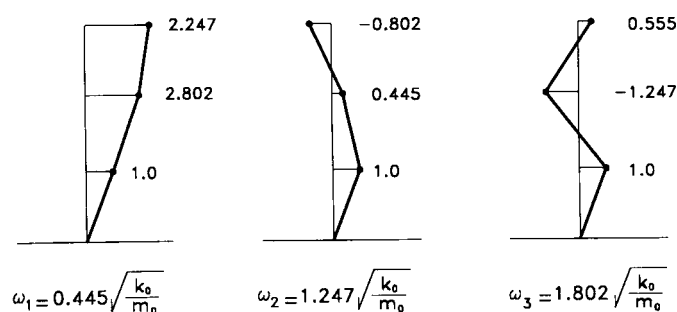
و از خط دوم:

$$-\phi_{1i} + (2 - \lambda_i)\phi_{2i} - \phi_{3i} = 0 \quad \therefore \phi_{3i} = (2 - \lambda_i)^2 - 1$$

با نهادن λ_i در رابطه فوق داریم:

$$\begin{array}{lll} \phi_{21} = 2 - 0.198 = 1.802 & \phi_{22} = 0.445 & \phi_{23} = -1.247 \\ \phi_{31} = 2.247 & \phi_{32} = -0.802 & \phi_{33} = 0.555 \end{array}$$

$$[\phi_1] = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.802 \\ 2.247 \end{bmatrix} \quad [\phi_2] = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.445 \\ -0.802 \end{bmatrix} \quad [\phi_3] = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -1.247 \\ 0.555 \end{bmatrix}$$



شکل ۱. ۲۴ فرکانس و اشکال مدی یک سازه سه درجه

۱.۳.۶.۱. خاصیت تعامد مدها

برای دو مد مختلف $\omega_i \neq \omega_j$ میباشد. میتوان ثابت نمود که:

$$\overline{\phi_j}^T [M] \overline{\phi_i} = 0 \quad (۹۶.۱)$$

بنابراین مدهای مختلف نسبت به ماتریس جرم متعامدند. به طور مشابه رابطه تعامد نسبت به ماتریس سختی هم برقرار است یعنی:

$$\overline{\phi_j}^T [K] \overline{\phi_i} = 0 \quad (۹۷.۱)$$

۱.۳.۶.۲. معادله حرکت دستگاه چند درجه

معادله حرکت بی استهلاک جرم m_j زام دستگاه برابر است با:

$$m_j \ddot{v}_j(t) + [k_{1j} v_1(t) + k_{2j} v_2(t) + \dots + k_{mj} v_n(t)] = F_j(t) \quad (۹۸.۱)$$

که $F_j(t)$ نیروی خارجی وارد به جرم m_j است. معادلات حرکت کلیه جرمها را می توان به شکل ماتریسی نشان داد:

$$[M][\ddot{v}] + [K][v] = [F] \quad (۹۹.۱)$$

۱.۳.۶.۳. مختصات مدی

اگر فرض کنیم که بتوان حرکت هر نقطه از دستگاه را بصورت ترکیبی از حرکت مدهای مختلف نشان داد آنگاه:

$$v_j(t) = \phi_{j1} y_1(t) + \phi_{j2} y_2(t) + \dots + \phi_{jn} y_n(t) \quad (۱۰۰.۱)$$

و یا:

$$[v(t)] = [\Phi][y(t)] \quad (۱۰۱.۱)$$

که در آن:

$$[\Phi] = [\overline{\phi_1} \overline{\phi_2} \dots \overline{\phi_n}]$$

با جایگزینی $[v]$ در رابطه (۹۹.۱) داریم:

$$[M][\Phi][\ddot{y}(t)] + [K][\Phi][y(t)] = [F]$$

اگر طرفین معادله را در $\overline{\phi_i}^T$ پیش ضرب کنیم

$$\left\{ \overline{\phi_i}^T [M] \overline{\phi_1} + \overline{\phi_i}^T [M] \overline{\phi_2} + \dots \right\} [\ddot{y}(t)] + \left\{ \overline{\phi_i}^T [K] \overline{\phi_1} + \overline{\phi_i}^T [K] \overline{\phi_2} + \dots \right\} [y(t)] = \overline{\phi_i}^T [F]$$

با استفاده از روابط تعامد (۹۷.۱) و (۹۶.۱) کلیه جملات غیر همنام صفر شده و داریم:

$$M_i \ddot{y}_i(t) + K_i y_i(t) = P_i \quad (۱۰۲.۱)$$

که در آن جرم مد i ام M_i برابر است با

$$M_i = \overline{\phi_i}^T [M] \overline{\phi_i} \quad (۱۰۳.۱)$$

و سختی مد نام K_i

$$K_i = \overline{\phi_i}^T [K] \phi_i \quad (۱۰۴.۱)$$

و نیروی خارجی در مد i ام

$$P_i = \overline{\phi_i}^T [F] \quad (۱۰۵.۱)$$

با استفاده از (۱.۹۳):

$$[K] = \omega^2 [M]$$

پس

$$K_i = \omega_i^2 M_i \quad (۱۰۶.۱)$$

و با جایگزینی در معادله حرکت

$$\ddot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \frac{P_i}{M_i} \quad (۱۰۷.۱)$$

و اگر اثر استهلاک در هر مد را بصورت زیر نشان دهیم:

$$C_i = 2\xi_i \omega_i M_i \quad (۱۰۸.۱)$$

که در آن ξ_i درصد استهلاک مد نام است، آنگاه معادله حرکت مد i ام عبارت است از:

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \frac{P_i}{M_i} \quad (۱۰۹.۱)$$

ملاحظه می شود که هر مد در زمان، حرکتی مستقل از مد دیگر دارد که با استفاده از معادله (۱.۱۰۹) بدست می آید. این معادله کاملاً مشابه دستگاه تکدرجه است با این تفاوت که نیرو، جرم و فرکانس مدی به جای مقادیر معمولی نشسته اند.

تحلیل مدی دستگاه چند درجه تحت نیروهای زلزله

معادله حرکت یک دستگاه چنددرجه تحت شتاب زلزله با استفاده از رابطه (۱.۱۰۹) بدست می آید. برای اینکار باید نیروی مدی P_i را محاسبه نمود. از رابطه (۱.۱۰۵) داریم:

$$P_i = \overline{\phi_i}^T . [F]$$

هنگامی که سازه ای تحت شتاب پی $\ddot{g}(t)$ قرار گیرد می توان حرکت را در یک دستگاه شتابدار که با شتاب $\ddot{g}(t)$ حرکت می کند بررسی کرد یعنی جابجاییها را نسبت به پی بدست آورد. در این صورت باید روی جرم m_j نیروی دالامبر $-m_j \ddot{g}(t)$ را قرار داد پس:

$$[F] = - \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_m \end{bmatrix} \ddot{g}(t) \quad P_i = -\overline{\phi_i}^T . [\overline{M}] \ddot{g}(t) \quad \therefore$$

$$P_i = -L_i \ddot{g}(t) \quad (۷۹.۳)$$

که در آن:

$$L_i = \sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji} \quad \text{ضریب شرکت مد } i \text{ م} \quad (۸۰.۳)$$

با استفاده از رابطه (۱. ۱۰۹) معادله حرکت نسبت به پی برابر است با:

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = -\frac{L_i}{M_i} \ddot{g}(t) \quad (۸۱.۳)$$

در این معادله $y_i(t)$ حرکت مد i نسبت به زمان، ω_i فرکانس زاویه‌ای مد i م، ξ_i استهلاک مد i م، M_i جرم مد i م و $\ddot{g}(t)$ شتاب پی ناشی از زلزله است. با استفاده از رابطه (۱. ۱۰۳)

$$M_i = \overline{\phi}_i^T [\overline{M}] \overline{\phi}_i \quad \therefore M_i = \sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji}^2 \quad (۸۲.۳)$$

معادله (۸۱.۳) را می‌توان به روشهای مختلف حل کرد. یک راه حل نسبتاً ساده این است که با استفاده از طیف پاسخ زلزله و با توجه به خطی بودن معادله دیفرانسیل فوق مقادیر $(y_i)_{\max}$ و $(\ddot{y}_i)_{\max}$ از روابط زیر محاسبه شوند:

$$(y_i)_{\max} = \frac{L_i}{M_i} (S_d)_i \text{ م/} i \text{ جابجایی اوج مد } i \text{ م} \quad (۸۳.۳)$$

$$(\ddot{y}_i)_{\max} = \frac{L_i}{M_i} (S_a)_i \text{ م/} i \text{ شتاب اوج مد } i \text{ م} \quad (۸۴.۳)$$

که $(S_d)_i$ و $(S_a)_i$ شتاب مطلق و جابجایی اوج دستگاه تکدرجه ω_i, ξ_i تحت زلزله $\ddot{g}(t)$ ، و L_i و M_i ضریب شرکت و جرم مد i م از رابطه‌های (۸۰.۳) و (۸۲.۳) می‌باشند. گفتنی آنکه $(\ddot{y}_i)_{\max}$ شتاب مطلق است (نه نسبی) و از رابطه زیر بدست می‌آید

$$(\ddot{y}_i)_{\max} = \omega_i^2 (y_i)_{\max} \quad (۸۵.۳)$$

اکنون با استفاده از رابطه (۲. ۱۰۰) برای مد i م، حرکت جرم j م برابر است با:

$$v_{ji}(t) = \phi_{ji} y_i(t) \quad (۸۶.۳)$$

و

$$\ddot{v}_{ji}(t) = \phi_{ji} \ddot{y}_i(t) \quad (۸۷.۳)$$

پس شتاب اوج جرم m_j برابر است با

$$(\ddot{v}_{ji})_{\max} = \phi_{ji} (\ddot{y}_i)_{\max}$$

با جایگزینی $\ddot{y}_{\max}$ از (۸۴.۳)

$$(\ddot{v}_{ji})_{\max} = (\phi_{ji}) \frac{L_i}{M_i} (S_a)_i$$

ام برابر است با $\ddot{a}_i$ در مد $\mathbf{j}$ و نیروی اینرسی وارد به جرم

$$q_{ji} = m_j (\ddot{v}_j)_{\max}$$

$$q_{ji} = m_j \phi_{ji} \frac{L_i}{M_i} (S_a)_i \quad (۸۸.۳)$$

یا

$$q_{ji} = m_j \phi_{ji} \frac{\sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji}}{\sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji}^2} (S_a)_i \quad (۸۹.۳)$$

q_{ji} نیروی اینرسی وارد به جرم $\mathbf{j}$ ام در مد $\mathbf{i}$ ام است. بدین ترتیب تلاش برشی وارد بر پی در مد $\mathbf{i}$ ام برابر است با

$$Q_i = \sum_{j=1}^n q_{ji} = \frac{(\sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji})^2}{\sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji}^2} (S_a)_i \quad (۹۰.۳)$$

و یا

$$Q_i = \frac{(L_i)^2}{M_i} (S_a)_i \quad (۹۱.۳) \quad \text{تلاش برشی پی در مد } \mathbf{i} \text{ ام}$$

با جایگزینی Q_i در رابطه (۸۹.۳) داریم

$$q_{ji} = \frac{m_j \phi_{ji}}{\sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji}} Q_i \quad (۹۲.۳)$$

رابطه فوق در واقع توزیع نیروی Q_i را نشان می‌دهد. برای محاسبه جابجاییها با استفاده از رابطه (۸۶.۳)

$$(v_{ji})_{\max} = \phi_{ji} (y_i)_{\max} \quad \therefore \quad (v_{ji})_{\max} = \frac{1}{\omega_i^2} \phi_{ji} \frac{L_i}{M_i} (S_a)_i \quad (۹۳.۳)$$

و یا

$$(v_{ji})_{\max} = \frac{1}{\omega_i^2} \cdot \frac{q_{ji}}{m_j} \quad \text{جابجایی جرم } \mathbf{j} \text{ ام در مد } \mathbf{i} \text{ ام} \quad (۹۴.۳)$$

اکنون که نحوه محاسبه پارامترهای مورد نظر مانند جابجایی، نیروی اینرسی، شتاب و تلاش برشی پی را در مد $\mathbf{i}$ ام بررسی کردیم باید توجه نمود که مدهای مختلف با هم به نقطه اوج نمی‌رسند. از این رو برای ترکیب اثر مدها

از روشهای تقریبی مانند جذر مجموع مربعات (رابطه ۳. ۹۵) و یا ترکیب مربعی کامل (رابطه ۳. ۹۷-۱) استفاده می‌شود.

$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + \dots} \quad \text{جذر مجموع مربعات} \quad (۳. ۹۵)$$

r_i پارامتر مورد نظر در مد i ام است. مثلاً جابجایی جرم j ام برابر است با

$$v_j = \sqrt{v_{1j}^2 + v_{2j}^2 + \dots} \quad (۳. ۹۶)$$

و یا تلاش برشی پی

$$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 + \dots} \quad (۳. ۹۷)$$

$$r = \sqrt{\sum_{n=1}^N r_n^2 + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N \rho_{nm} r_n r_m} \quad \text{ترکیب مربعی کامل} \quad (۳. ۹۷-۱)$$

که در آن r_i پارامتر مورد نظر در مد i ام است (مثل برش پی، جابجایی طبقه، ...)، N تعداد مدهای تحت بررسی، m و n شاخص مدهای انتخاب شده است و ρ_{nm} .

$$\rho_{nm} = \frac{8\xi^2(1+k)k^{1.5}}{(1-k^2)^2 + 4\xi^2k(1+k)^2} \quad ; \quad k = \frac{T_m}{T_n} \quad (T_m < T_n) \quad (۳. ۹۷-۲)$$

بسیار استهلاك سازه است که به توصیه آیین‌نامه ۲۸۰۰ برابر ۰/۰۵ اختیار می‌شود.

ملاک انتخاب روش ترکیب مدی

اگر زمان تناوب مدهای انتخاب شده بقدر کافی ازهم دور باشند، تداخل اثر مدها کاهش یافته و رابطه ۳. ۹۵ از دقت قابل قبولی برخوردار است. بنابه توصیه آیین‌نامه ۲۸۰۰ چنانچه نسبت تناوب دو مد، $k=T_m/T_n$ از ۰/۶۷ تجاوز نکند، می‌توان از رابطه ۳. ۹۵ استفاده نمود و اگر این نسبت از ۰/۶۷ بیشتر باشد لازم است برای ترکیب مدها از رابطه ۳. ۹۷-۱ استفاده شود.

خلاصه روش مدی

تناوب و اشکال مدی مطابق با بخش ۱. ۶. ۱ محاسبه می‌شود. معمولاً محاسبه سه یا چهار مد اولیه کافی است. برای زلزله مورد نظر طیف شتاب را به صورت تابعی از تناوب و استهلاك محاسبه می‌کنیم. با در نظر گرفتن یک ضریب استهلاك (مثلاً ۰/۵٪)، برای هر مد شتاب پاسخ $(S_a)_i$ بر حسب تناوب آن مد T_i بدست خواهد آمد.

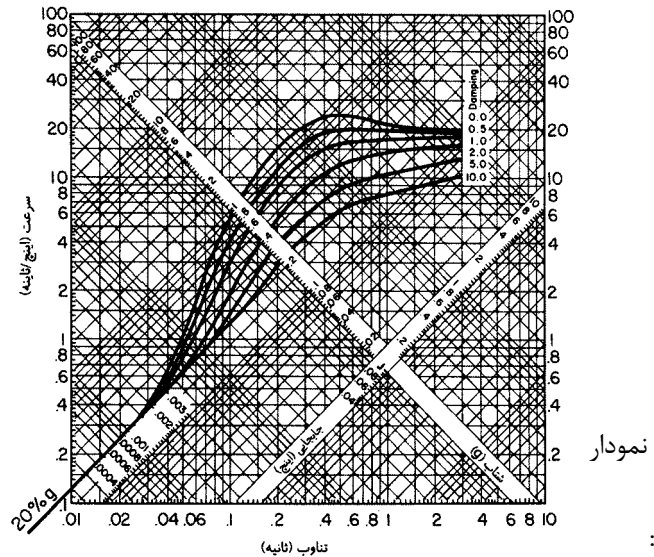
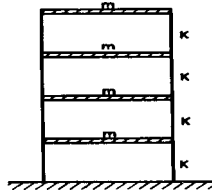
تلاش برشی پی در هر مد Q_i با استفاده از رابطه (۳. ۹۰) محاسبه می‌شود.

نیروی اینرسی طبقات در مد i ام q_{ji} از رابطه (۳. ۹۲) حساب می‌شود.

جابجایی طبقات در هر مد از رابطه (۳. ۹۴) بدست می‌آید.

برآیند اثر مدها بکمک رابطه (۳. ۹۵) تعیین می‌گردد.

مثال ۶.۳ با استفاده از طیف طرح ارتجاعی هاووزنر در شکل زیر نیروهای اینرسی و جابجایی اوج طبقات را برای شتاب اوج زمین $0.5g$ حساب کنید. استهلاک را 5% فرض نمایید. جرم و سختی هر طبقه، m و k به ترتیب برابر 10 تن و 2 تن بر سانتیمتر است.



حل:

ابتدا باید اشکال مدی و فرکانسهای مربوطه را حساب کرد. ماتریس سختی سازه برابر است با

$$\bar{K} = k_0 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \bar{M} = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

که k_0 برابر $9/8 * 10^5 * 2$ و m برابر 10000 کیلوگرم است. از رابطه (۹۳.۱) می توان فرکانسهای سازه را محاسبه نمود:

$$|\bar{K} - \omega^2 \bar{M}| = 0 \quad \therefore \begin{vmatrix} 1-r & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2-r & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2-r & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2-r \end{vmatrix} = 0 \quad ; \quad r = \frac{m\omega^2}{k_0}$$

$$\therefore f(r) = (1-r)(2-r)^3 - (2-r)^3 - 2(1-r)(2-r) + 1 = 0$$

ریشه های معادله فوق را می توان بروشهای عددی تعیین نمود که برابرند با

$$r = 0.1205, 1.0, 2.35, 3.53 \quad \therefore \omega = \sqrt{r \frac{k_0}{m}} = 4.85, 14.0, 21.5, 26.3$$

و تناوب های مدی:

$$T_1 = 1.30s \quad T_2 = 0.45s \quad T_3 = 0.29s \quad T_4 = .24s$$

با داشتن ω می توان از رابطه (۹۲.۱) اشکال مدی را حساب کرد.

$$[\bar{K} - \omega^2 \bar{M}][\phi] = 0 \quad \therefore \begin{bmatrix} 1-r_i & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2-r_i & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2-r_i & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2-r_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{1i} \\ \phi_{2i} \\ \phi_{3i} \\ \phi_{4i} \end{bmatrix} = 0$$

چنانچه فرض کنیم در هر مد، $\phi_{1i} = 1$ آنگاه با نهادن مقادیر r برای مدهای مختلف در دستگاه معادلات فوق، شکلهای مدی بدست می‌آید:

$$\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ .88 \\ .65 \\ .35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1.35 \\ -0.53 \\ 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2.54 \\ 2.91 \\ -1.89 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

شتاب پاسخ هر مد با فرض استهلاک ۰.۵٪ و با استفاده از طیف طرح هاوزنر قابل محاسبه است. البته چون طیف برای شتاب اوج $0.2g$ تنظیم شده است برای شتاب اوج $0.5g$ باید مقادیر حاصل از طیف در نسبت $2/5$ ($0.2/0.5$) ضرب شوند.

$$S_{a1} = .14 \times 2.5 = .35 \quad \text{شتاب پاسخ مد اول}$$

و به همین ترتیب

$$S_{a2} = .28 \times 2.5 = .70 \quad S_{a3} = .30 \times 2.5 = .75 \quad S_{a4} = .30 \times 2.5 = .75$$

آنگاه تلاش برشی در هر مد با استفاده از رابطه (۳.۹۰) محاسبه می‌شود:

$$Q_1 = \frac{\left(\sum_{j=1}^4 m_j \phi_{j1} \right)^2}{\sum_{j=1}^4 m_j \phi_{j1}^2} \times S_{a1} = \frac{(10 \times 1 + 10 \times .88 + 10 \times .65 + 10 \times .35)^2}{(10 \times 1^2 + 10 \times .88^2 + 10 \times .65^2 + 10 \times .35^2)} \times .35 = 12.52 \text{ ton}$$

و به همین ترتیب:

$$Q_2 = 2.33t \quad Q_3 = .54t \quad Q_4 = 0.10t$$

و نیروهای اینرسی طبقات در هر مد از رابطه (۳.۹۲) بدست می‌آید.

$$q_{j1} = \frac{m_j \phi_{j1}}{\sum_{j=1}^4 m_j \phi_{j1}} \cdot Q_1 \quad \text{نیروی اینرسی طبقه } j \text{م در مد اول}$$

$$q_{11} = \frac{10 \times 1}{(10 \times 1 + 10 \times .88 + 10 \times .65 + 10 \times .35)} \times 12.52 = 4.3 \text{ ton}$$

و با استفاده از همین روش می‌توان نیروی اینرسی کلیه طبقات را در هر مد دلخواه حساب کرد. همچنین برای محاسبه جابجایی طبقات می‌توان از رابطه (۳.۹۴) استفاده نمود:

$$v_{ji} = \frac{1}{\omega_i^2} \frac{q_{ji}}{m_j} \quad \therefore v_{11} = \frac{1}{(4.85)^2} \cdot \frac{4.3 \times 10^3 \times 9.8}{10000} = 0.179 \text{ m}$$

نتایج این محاسبات در جدول زیر گردآوری شده است.

مد	q_{1i} ton	q_{2i} ton	q_{3i} ton	q_{4i} ton	v_{1i} cm	v_{2i} cm	v_{3i} cm	v_{4i} cm
۱	۴/۳	۳/۷۸	۲/۸	۱/۵	۱۸	۱۵/۷	۱۱/۷	۶/۳
۲	۲/۳	۰	۲/۳	۲/۳	۱/۰۳	۰	۱/۰۳	۱/۰۳
۳	۰/۸۷	۱/۱۷	۰/۴۶	۱/۳	۰/۱۸	۰/۲۵	۰/۰۹۷	۰/۲۷
۴	۰/۲	۰/۵۱	۰/۵۸	۰/۳۸	۰/۰۲۸	۰/۰۷۱	۰/۰۸۱	۰/۰۵۳

اکنون با استفاده از رابطه (۳.۹۵) می‌توان اثر ترکیبی مدها را روی هر مؤلفه دلخواه تعیین نمود. مثلاً نیروی اینرسی طبقات برابر است با:

$$q_1 = \sqrt{q_{11}^2 + q_{12}^2 + q_{13}^2 + q_{14}^2} = 4.96t \quad q_2 = \sqrt{q_{21}^2 + q_{22}^2 + q_{23}^2 + q_{24}^2} = 3.99$$

$$q_3 = 3.70t \quad q_4 = 3.06t \quad \therefore Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 + \dots} = 12.74t$$

$$v_1 = \sqrt{v_{11}^2 + v_{12}^2 + v_{13}^2 + v_{14}^2} = 18cm \quad v_2 = 15.7 \quad v_3 = 11.7 \quad v_4 = 6.38$$

تحلیل مدی با استفاده از روابط تقریبی

ساختمانهای با جرم و سختی یکنواخت

بر اساس مطالعات انجام شده می‌توان از روابط تقریبی زیر استفاده کرد

$$T_i = \lambda_i T_0 \quad \text{تناوب مد } i\text{ام} \quad (۳.۱۰۲)$$

که در آن T_0 همان تناوب ویژه سازه از رابطه ۳.۹۹ است و λ_i از روابط زیر بدست می‌آید.

$$\lambda_1 = 0.636N + 0.334 \quad \lambda_2 = 0.211N + 0.142$$

$$\lambda_3 = 0.127N + 0.097 \quad \lambda_4 = \begin{cases} 0.07N + 0.25 & N \leq 14 \\ 0.09N + 0.09 & N > 14 \end{cases}$$

N تعداد طبقات است. بررسیها نشان میدهد که خطای این روابط در اغلب موارد کمتر از ۱٪ است. وزن مد i ام را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$W_i = \gamma_i W_0 \quad (۳.۱۰۳)$$

که در آن W_0 وزن کل سازه و γ_i از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\gamma_1 = 0.255N^{-0.5} + 0.767$$

$$\gamma_2 = [9.058 + 2.476/N - 20.34/N^2]/100$$

$$\gamma_3 = [3.28 - 0.047/N - 19.9/N^2]/100$$

مثال. تناوب و وزن سه مد اول یک سازه ۶ طبقه (مدل ساختمان برشی) را بدست آورید. وزن هر طبقه ۲۰۰ تن و سختی هر طبقه ۴۰۰ t/cm است.

حل. تناوب ویژه قاب برابر با

$$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.14$$

$$T_o = 0.14 \quad W_o = 1200t$$

N = 6، پس

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 4.15 & \lambda_2 &= 1.41 & \lambda_3 &= 0.86 \\ \gamma_1 &= .871 & \gamma_2 &= 0.089 & \gamma_3 &= 0.0271 \end{aligned}$$

پس تناوب مدهای ۱ تا ۳ برابرند با

$$\begin{aligned} T_1 &= (0.14)(4.15) = 0.58 \quad ; \quad T_2 = (0.14)(1.41) = 0.20; \\ T_3 &= (0.14)(0.86) = 0.12 \end{aligned}$$

و وزن مدهای ۱ تا ۳:

$$\begin{aligned} W_1 &= (.87)(1200) = 1045t; \quad W_2 = (.089)(1200) = 107t; \\ W_3 &= (.0271)(1200) = 32t \end{aligned}$$

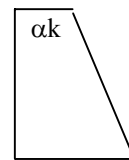
ساختمانهای نامنظم

۱. تغییرات خطی سختی

تغییرات خطی سختی را می توان چنین نمایش داد:

$$k_n = \left[\alpha + (1 - \alpha) \left(1 - \frac{n-1}{N-1} \right) \right] k$$

(۳.۳-۱۰) سختی طبقه n/m



k سختی طبقه اول، αk سختی طبقه آخر و N تعداد طبقات است.

تناوب

تناوب مد i از رابطه ای مشابه رابطه ۳.۱۰۰ بدست می آید:

$$T_i = T_o \cdot T'_i \quad \text{تناوب مد } i/m \text{ سازه با تغییرات سختی خطی} \quad (۳.۳-۱۰)$$

تناوب ویژه T_o از رابطه ۳.۹۹ بدست می آید و

$$T'_i = a + bN \quad (۳.۳-۱۰)$$

N تعداد طبقه است و ضرایب a و b از جدول ۳.۲۷-۱ بدست می آیند.

جدول ۳.۲۷-۱ ضرایب رابطه ۳.۳-۱۰

شیب سختی α	۱		۰/۸		۰/۶		۰/۴		۰/۲		۰/۱	
	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a
مد ۱	.329	.636	.393	.657	.477	.681	.601	.711	.851	.751	.1190	.774
مد ۲	.140	.211	.169	.222	.214	.236	.285	.255	.498	.282	.846	.299

مد ۳	.122	.125	.143	.132	.175	.141	.221	.152	.361	.170	.518	.186
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

وزن مدی

وزن مد i از رابطه‌ای مشابه رابطه ۳-۱۰۱ بدست می‌آید:

$$W_i = \beta_i W_0 \quad \text{وزن مد } i \text{ م سازه با تغییرات سختی خطی} \quad (۳-۱۰۳-۴)$$

W_0 وزن کل است و

$$\beta_i = a / N + b \quad (۳-۱۰۳-۵)$$

ضرایب a و b از جدول ۳-۲۷-۲ بدست می‌آیند.

جدول ۳-۲۷-۲ ضرایب رابطه ۳-۱۰۳-۳

شیب سختی α	۱		۰/۸		۰/۶		۰/۴		۰/۲		۰/۱	
	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a
مد ۱	0.35	0.81	0.34	0.80	0.32	0.79	0.28	0.77	0.15	0.75	-0.11	0.74
مد ۲	-0.01	0.09	0	0.10	0.01	0.10	.03	0.11	.08	0.12	0.22	0.12
مد ۳	-0.04	0.03	-0.03	0.04	-0.03	0.04	-0.02	0.04	0.02	0.04	0.10	0.05

شکل مدی

برای یک سازه با توزیع یکنواخت جرم، شکل مدی عمدتاً تابعی از میزان کاهش سختی است. تغییرات شکل مد اول یک سازه ۱۰ طبقه نسبت به شیب کاهش سختی α در شکل ۳-۸۱-۱ و جدول ۳-۲۷-۳ نشان داده شده است. می‌توان نتیجه گرفت که در حالت سختی ثابت ($\alpha = 1$) شکل مد اول حالت خم‌های داشته و با کاهش α به خط راست نزدیک می‌گردد و بالاخره به حالت طره‌ای (خمشی) می‌رسد.

بر اساس نتایج بدست آمده می‌توان روابط تقریبی زیر را برای محاسبه شکل و وزن مد اول سازه‌های نامنظم ارائه نمود:

$$\phi_{j1} = \left(\frac{h_j}{H} \right)^k \quad \text{شکل مد ۱ سازه با تغییرات خطی سختی} \quad (۳-۱۰۳-۶)$$

h_j ارتفاع طبقه j ام و H ارتفاع کل سازه است و

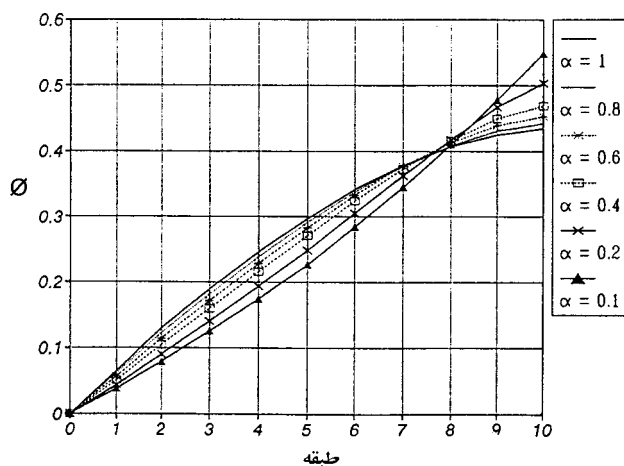
$$k = 0.86\alpha^{-0.15} \quad (۳-۱۰۳-۷)$$

α نسبت سختی طبقه آخر به اول است.

$$W_1 = \frac{\left(\sum_{j=1}^N w_j \phi_{j1} \right)^2}{\sum_{j=1}^N w_j \phi_{j1}^2} = \frac{\left(\sum_{j=1}^N w_j h_j^k \right)^2}{\sum_{j=1}^N w_j h_j^{2k}} \quad \text{وزن مد ۱} \quad (۳-۱۰۳-۸)$$

w_j و h_j وزن و ارتفاع طبقه j ام می‌باشند. پس توزیع نسبی نیرو در ارتفاع (نسبت نیرو در تراز h_j به برش پایه) برابر است با

$$\frac{F_j}{V} = \frac{m_j \phi_{j1}}{\sum_{j=1}^n m_j \phi_{j1}} = \frac{m_j h_j^k}{\sum_{j=1}^n m_j h_j^k} \quad \text{نیرو در تراز } h_j \quad (۹-۱۰۳.۳)$$



شکل ۳-۸۱-۱ شکل مد ۱ سازه‌های ۱۰ طبقه با تغییرات خطی سختی

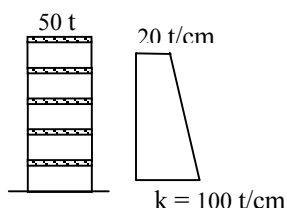
جدول ۳-۲۷-۳ شکل مد ۱ سازه‌های ۱۰ طبقه با تغییرات خطی سختی

شیب سختی α						جابجایی مدی	h_j/H
۰/۱	۰/۲	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱		
۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۱۱	۰/۱۲	۰/۱۴	۰/۱۵	ϕ_{11}	۰/۱
۰/۱۴	۰/۱۷	۰/۲۲	۰/۲۵	۰/۲۷	۰/۳۰	ϕ_{21}	۰/۲
۰/۲۲	۰/۲۷	۰/۳۳	۰/۳۷	۰/۴۱	۰/۴۴	ϕ_{31}	۰/۳
۰/۳۱	۰/۳۷	۰/۴۵	۰/۵۰	۰/۵۴	۰/۵۶	ϕ_{41}	۰/۴
۰/۴۰	۰/۴۸	۰/۵۷	۰/۶۲	۰/۶۵	۰/۶۸	ϕ_{51}	۰/۵
۰/۵۰	۰/۵۹	۰/۶۸	۰/۷۳	۰/۷۶	۰/۷۸	ϕ_{61}	۰/۶
۰/۶۱	۰/۷۱	۰/۷۹	۰/۸۳	۰/۸۵	۰/۸۷	ϕ_{71}	۰/۷
۰/۷۳	۰/۸۲	۰/۸۸	۰/۹۱	۰/۹۲	۰/۹۳	ϕ_{81}	۰/۸
۰/۸۶	۰/۹۲	۰/۹۶	۰/۹۷	۰/۹۷	۰/۹۸	ϕ_{91}	۰/۹
۱	۱	۱	۱	۱	۱	ϕ_{101}	۱

مثال ۱۰-۳- یک در یک سازه ۵ طبقه سختی به‌طور خطی از ۱۰۰ t/cm در طبقه اول به ۲۰ t/cm در طبقه پنجم کاهش می‌یابد. اگر جرم همه طبقات یکسان و برابر ۵۰ تن باشد، مطلوب است: تناوب و وزن مدهای ۱ تا ۳

مقایسه شکل مدی با استفاده از جدول ۳-۲۷-۳ و رابطه ۹-۱۰۳.۳-

محاسبه وزن مد ۱ از رابطه ۸-۱۰۳.۳ و مقایسه با مقدار بدست آمده در بند ۱



حل. ضریب تغییر سختی α برابر است با $0.2 (= 20 \div 100)$.

۱. برای سازه‌های با تغییرات خطی سختی، تناوب مدها از رابطه ۳-۱۰۳ برابر است با

$$T_i = T_0 \cdot T'_i$$

تناوب ویژه T_0 از رابطه ۳-۹۹ و T'_i از ۳-۱۰۳ بدست می‌آید:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{m/k} = 6.28\sqrt{50/(100 \times 9.81 \times 100)} = 0.14s \quad ; \quad T'_i = a + bN$$

از جدول ۳-۲۷ برای $\alpha = 0.2$ ضرایب a و b تعیین شده و تناوب ۳ مد اول:

مد	a	b	T'_i	T_i
۱	۰/۸۵	۰/۷۵	۴/۶	۰/۶۴۴
۲	۰/۵۰	۰/۲۸	۱/۹	۰/۲۶۶
۳	۰/۳۶	۰/۱۷	۱/۲۱	۰/۱۵۷

وزن مدی از رابطه ۳-۱۰۳ بدست می‌آید:

$$W_i = \beta_i W_0$$

W_0 وزن کل برابر ۲۵۰ تن است و $\beta_i = a/N + b$ ضرایب a و b از جدول ۳-۲۷ بدست می‌آیند. پس:

مد	a	b	β_i	تن W_i
۱	۰/۱۵	۰/۷۵	۰/۷۸	۱۹۵
۲	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۱۴	۳۵
۳	۰/۰۲	۰/۰۴	۰/۰۴۴	۱۱

۲. شکل مد ۱ از جدول ۳-۲۷ برای ضریب کاهش سختی 0.2 و h_i/H های $0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ و ۱ برابر با $\Phi = \langle 0.17 \quad 0.37 \quad 0.59 \quad 0.82 \quad 1 \rangle$

و برای استفاده از رابطه تقریبی ۳-۱۰۳:

$$\phi_{j1} = \left(\frac{h_j}{H} \right)^k \quad ; \quad k = 0.86\alpha^{-0.15} = 0.86(0.2)^{-0.15} = 1.095$$

$$\Phi = \langle 0.17 (= 0.2^{1.095}) \quad 0.37 \quad 0.57 \quad 0.78 \quad 1 \rangle$$

ملاحظه می‌شود که جوابها خیلی بهم نزدیکند.

۳. وزن مد ۱ را از رابطه ۳-۱۰۳ برابر است با

$$W_1 = \left(\sum_{j=1}^n w_j h_j^k \right)^2 / \sum_{j=1}^n w_j h_j^{2k} = \frac{50(0.17 + 0.37 + 0.57 + 0.78 + 1)^2}{0.17^2 + 0.37^2 + 0.57^2 + 0.78^2 + 1^2} = 199t$$

که در مقایسه با آنچه قبلاً بدست آمد (۱۹۵ تن) از دقت بسیار خوبی برخوردار است.

۲. تغییر ناگهانی سختی

در یک ساختمان با توزیع سختی یکنواخت سه حالت برای تغییر ناگهانی سختی در نظر می‌گیریم:

۱. مدل ۱: تغییر سختی طبقه اول به میزان ۵ برابر^۱
۲. مدل ۲: تغییر سختی طبقه وسط به میزان ۵ برابر^۲
۳. مدل ۳: تغییر سختی طبقات اول و وسط به میزان ۵ برابر

تناوب

تناوب مد i از رابطه‌ای مشابه رابطه ۳-۱۰۳-۲ بدست می‌آید:

$$T_i = T_0 \cdot T'_i \quad \text{تناوب مد } i \text{ م سازه با کاهش ناگهانی سختی} \quad (۱۰-۱۰۳-۳)$$

تناوب ویژه T_0 از رابطه ۳-۹۹ بدست می‌آید و

$$T'_i = a + bN \quad (۱۱-۱۰۳-۳)$$

ضرایب a و b از جدول ۳-۲۷-۴ بدست می‌آیند.

جدول ۳-۲۷-۴ ضرایب رابطه ۱۱-۱۰۳-۳

شیب سختی α	کاهش ناگهانی						افزایش ناگهانی					
	طبقه اول		طبقه وسط		طبقات اول و وسط		طبقه اول		طبقه وسط		طبقات اول و وسط	
	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a
مد ۱	2.46	0.651	1.72	0.635	3.26	0.663	-0.18	0.636	0.23	0.638	-0.03	0.211
مد ۲	1.48	0.191	1.37	0.181	2.12	0.187	-0.03	0.211	0.102	0.210	-0.02	0.209
مد ۳							0.025	0.125	0.030	0.126	-0.06	0.125

وزن مدی

درصد وزن مدی β_i مدلهای فوق در جدول ۳-۲۷-۵ نشان داده شده است.

جدول ۳-۲۷-۵ درصد وزن مدی سازه‌های با تغییر ناگهانی سختی

تعداد طبقه	مد	کاهش سختی			افزایش سختی			سازه منظم
		مدل ۱	مدل ۲	مدل ۳	مدل ۱	مدل ۲	مدل ۳	
۵	۱	۹۸/۴	۷۵/۷	۹۲/۹	۷۶/۲	۹۱/۴	۷۹	۸۸
	۲	۱/۴	۲۲	۷	۸/۳	۵/۴	۷/۲	۸/۷
	۳	۰/۱	۰/۴	۰	۲/۷	۲/۹	۰/۴	۲/۴
۱۰	۱	۹۵/۹	۷۷/۷	۹۱/۱	۷۸/۶	۸۶/۵	۸۰/۱	۸۴/۸
	۲	۳/۵	۱۶/۹	۸/۵	۸/۷	۷/۶	۷/۸	۹/۱
	۳	۰/۴	۱/۶	۰/۱	۳/۱	۳/۲	۲/۳	۳/۱
۱۵	۱	۹۳/۷	۷۷/۹	۸۹/۶	۷۹/۴	۸۴/۸	۸۰/۶	۸۳/۶
	۲	۵/۱	۵/۴	۹/۳	۸/۸	۷/۸	۷/۶	۹/۲

^۱ یعنی در حالت کاهش، سختی طبقه اول برابر $\frac{1}{5}$ سختی سایر طبقات، و در حالت افزایش، سختی این طبقه ۵ برابر سختی سایر طبقات است.

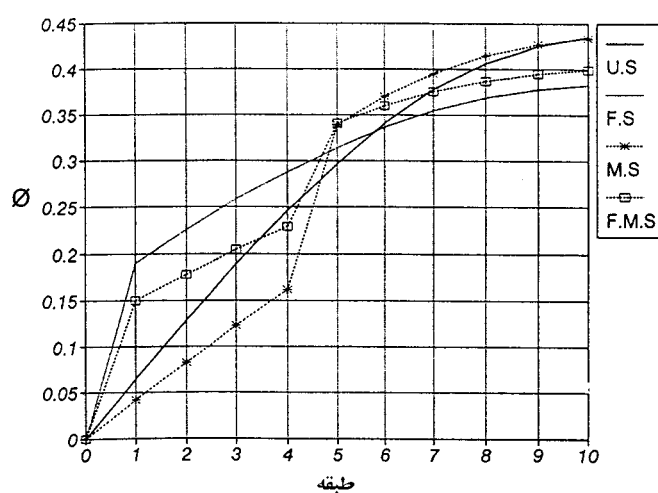
^۲ طبقه وسط در ساختمانهای با تعداد طبقات زوج و فرد بترتیب برابر $N/2$ و $(N+1)/2$ تعریف شد. مثلاً طبقه پنجم به عنوان طبقه وسط ساختمانهای ۱۰ طبقه، و طبقه ششم به عنوان طبقه وسط ساختمانهای ۱۱ طبقه در نظر گرفته شده است.

^۳ درصد وزن مد پنجم این مدل برابر ۱۲٪ است. ملاحظه می‌شود که در مدلهایی که سختی زیاد می‌شود مشارکت مدهای بالاتر افزایش می‌یابد.

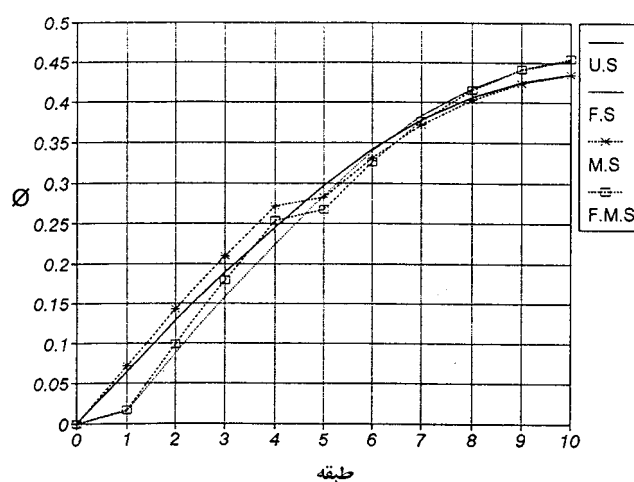
۳/۲	۳/۶	۳/۷	۳/۲	۰/۴	۱/۲	۰/۸	۳	
۸۳	۸۰/۷	۸۳/۹	۷۹/۸	۸۸/۵	۷۸/۷	۹۲	۱	۲۰
۹/۱	۸	۸/۲	۸/۹	۹/۹	۱۳/۹	۶/۲	۲	
۳/۲	۳/۴	۰	۳/۲	۰/۶	۱/۸	۱/۲	۳	
۸۲/۶	۸۰/۸	۸۳/۴	۸۰/۱	۸۷/۷	۷۹	۹۰/۷	۱	۲۵
۹/۱	۸/۱	۸/۳	۸/۹	۱۰/۱	۱۳/۱	۷	۲	
۳/۳	۳/۵	۳/۶	۳/۲	۱	۱/۸	۱/۵	۳	
۸۲/۴	۸۰/۹	۸۳	۸۰/۲	۸۷	۷۹/۴	۸۹/۶	۱	۳۰
۹/۱	۸/۳	۸/۴	۸/۹	۱۰/۳	۱۲/۴	۷/۵	۲	
۳/۳	۰	۳/۵	۳/۲	۱/۲	۲/۱	۱/۸	۳	

شکل مدی

شکل مد اول یک سازه ۱۰ طبقه با تغییر ناگهانی سختی در شکل ۳-۸۱-۲ با سازه منظم مقایسه شده است.



الف. کاهش سختی



ب. افزایش سختی

شکل ۳-۸۱-۲ مد اول سازه ۱۰ طبقه با تغییرات ناگهانی سختی در طبقات اول و وسط

۳. تغییر ناگهانی جرم

در یک ساختمان با توزیع جرم یکنواخت سه حالت برای تغییر ناگهانی جرم در نظر می‌گیریم:

مدل ۱: تغییر جرم طبقه اول به میزان ۵ برابر^۱

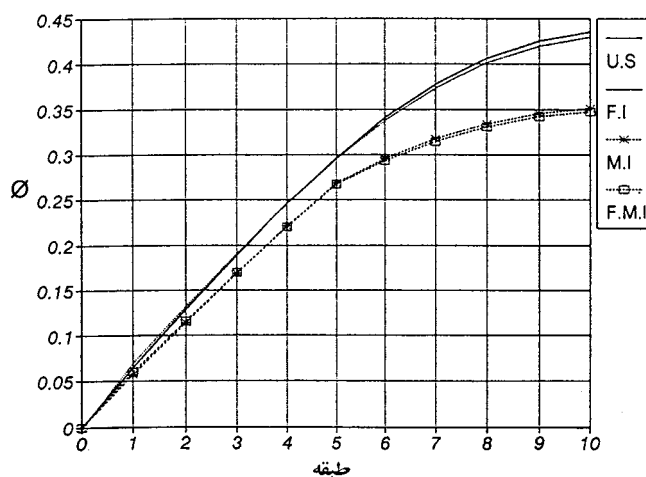
مدل ۲: تغییر جرم طبقه وسط به میزان ۵ برابر^۲

مدل ۳: تغییر جرم طبقات اول و وسط به میزان ۵ برابر

بررسیها نشان داد که تغییر جرم تغییراتی مشابه تغییر سختی ایجاد می‌کند (۱۸۶). تأثیر تغییر جرم بر تناوب، وزن و شکل مدی سازه در جداول ۳-۲۷ و ۳-۲۷ و ۳-۲۷ و شکل ۳-۸۱ نشان داده شده است.

جدول ۳-۲۷ تناوب سازه‌های با تغییرات ناگهانی جرم

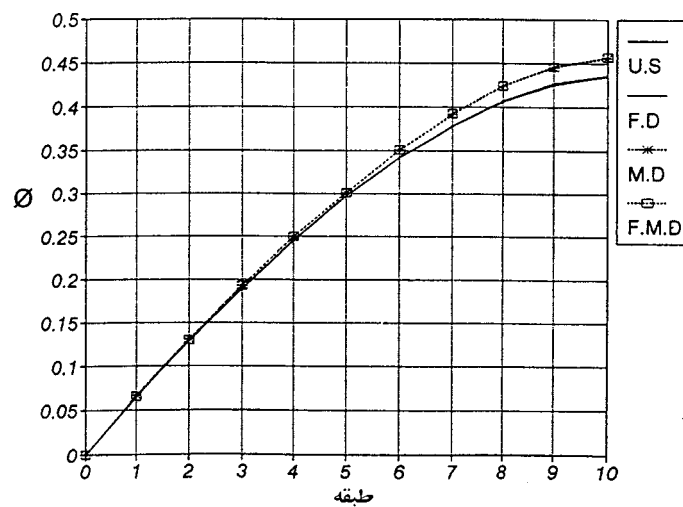
سازه منظم	کاهش جرم			افزایش جرم			تعداد طبقه	مد
	مدل ۳	مدل ۲	مدل ۱	مدل ۳	مدل ۲	مدل ۱		
۰/۳۵۱	۰/۳۱۸	۰/۳۲۲	۰/۳۴۷	۰/۵۰۰	۰/۴۸۴	۰/۳۷۶	۵	۱
۰/۶۶۹	۰/۶۴۴	۰/۶۴۶	۰/۶۶۸	۰/۷۹۱	۰/۷۸۶	۰/۶۷۵	۱۰	
۱/۳۰۵	۰/۹۶۰	۱/۲۸۱	۰/۳۰۵	۱/۴۲۹	۱/۴۲۷	۱/۳۰۷	۲۰	
۰/۱۲۰	۰/۱۰۴	۰/۱۱۶	۰/۱۱۳	۰/۱۸۲	۰/۱۴۰	۰/۱۸۱	۵	۲
۰/۲۲۵	۰/۲۱۱	۰/۲۱۴	۰/۲۲۲	۰/۲۷۶	۰/۲۶۸	۰/۲۵۲	۱۰	
۰/۴۳۶	۰/۴۲۶	۰/۴۲۷	۰/۴۳۵	۰/۴۸۳	۰/۴۸۰	۰/۴۴۱	۲۰	
۰/۰۷۶	۰/۰۶۵	۰/۰۶۸	۰/۰۶۹	۰/۱۳۳	۰/۰۹۴	۰/۰۹۶	۵	۳
۰/۱۳۷	۰/۱۳۱	۰/۱۳۴	۰/۱۳۳	۰/۲۰۴	۰/۱۴۹	۰/۱۷۳	۱۰	
۰/۲۶۳	۰/۲۵۷	۰/۲۵۹	۰/۲۶۱	۰/۲۹۷	۰/۲۸۱	۰/۲۷۵	۲۰	



^۱ یعنی در حالت کاهش، جرم طبقه اول برابر $\frac{1}{5}$ جرم سایر طبقات، و در حالت افزایش، جرم این طبقه ۵ برابر جرم سایر طبقات است.

^۲ طبقه وسط در ساختمانهای با تعداد طبقات زوج و فرد به ترتیب برابر $N/2$ و $(N+1)/2$ تعریف شد. مثلاً طبقه پنجم به عنوان طبقه وسط ساختمانهای ۱۰ طبقه، و طبقه ششم به عنوان طبقه وسط ساختمانهای ۱۱ طبقه در نظر گرفته شده است.

الف. افزایش جرم



ب. کاهش جرم

شکل ۳-۸۱. مد ۱ سازه ۱۰ طبقه با تغییرات ناگهانی جرم

جدول ۳-۲۷. درصد وزن مدی سازه‌های با تغییرات ناگهانی جرم

سازه منظم	کاهش جرم			افزایش جرم			مد	تعداد طبقه
	مدل ۳	مدل ۲	مدل ۱	مدل ۳	مدل ۲	مدل ۱		
۸۸	۹۱/۳	۸۴/۹	۹۳/۴	۸۶/۳	۹۴	۸۳/۶	۱	۵
۸/۷	۷/۲	۱۲/۷	۴/۸	۱۳/۴	۱/۲	۱۶/۲	۲	
۲/۴	۰/۲	۱/۱	۰/۷	۰/۳	۴/۲	۰/۲	۳	
۸۴/۸	۸۷/۸	۸۳/۲	۸۹/۱	۷۹/۱	۹۰/۲	۷۱/۹	۱	۱۰
۹/۱	۹/۳	۱۱/۳	۷/۶	۸/۴	۳/۲	۲۲/۵	۲	
۳/۱	۱/۴	۲/۳	۱/۸	۱۲/۱	۴/۸	۵/۲	۳	
۸۳	۸۴/۹	۸۲/۱	۸۵/۷	۷۷	۸۶/۵	۷۲/۴	۱	۲۰
۹/۱	۹/۸	۱۰/۲	۸/۸	۶/۴	۵/۲	۱۱/۶۸	۲	
۳/۲	۲/۴	۲/۸	۲/۸	۱۰/۲	۴/۷	۸/۴	۳	

روش تحلیل دینامیکی - ضوابط آیین نامه ۲۸۰۰

در آیین نامه ۲۸۰۰ تحلیل دینامیکی به دو روش تحلیل طیفی و تحلیل تاریخچه زمانی صورت می گیرد. تحلیل دینامیکی باید با توجه به حرکت زمین که در زیر مشخص شده است، انجام شود. آیین نامه روش تحلیل دینامیکی طیفی را برای طراحی ساختمانهایی که مشمول این آیین نامه هستند کافی دانسته است و در مورد سازه های نامنظم در پلان که مشمول تحلیل دینامیکی می باشند الزام نموده است که از تحلیل سه بعدی دینامیکی استفاده شود.

حرکت زمین

اثرات حرکت زمین می تواند به یکی از صور طیف بازتاب طرح و یا تاریخچه زمانی تغییرات شتاب مشخص شود. در آیین نامه ۲۸۰۰ حرکت زمین به حرکت زلزله ای اطلاق شده که احتمال وقوع آن در مدت ۵۰ سال طول عمر مفید ساختمان کمتر از ۱۰٪ باشد. این زلزله زلزله طرح و طیف بازتاب شتاب آن طیف طرح نامیده شده است. مشخصات زلزله به یکی از سه روش زیر تعریف می شود:

الف. طیف طرح استاندارد

این طیف از حاصل ضرب بازتاب ساختمان B، در پارامترهای شتاب مبنا A، ضریب اهمیت ساختمان I، و عکس ضریب رفتار، $1/R$ بدست می آید. طیف طرح استاندارد با فرض میرایی ۵٪ تعیین شده است.

ب. طیف طرح ویژه ساختگاه

این طیف با توجه به ویژگیهای زمین شناسی، زمین ساختی، لرزه شناسی، میزان ریسک و مشخصات خاک در لایه های مختلف در ساختگاه و با در نظر گرفتن نسبت میرایی ۵٪ تعیین می شود. در صورتی که نوع ساختمان و سطح زلزله مورد نظر، منظور نمودن نسبت میرایی متفاوتی را ایجاب نماید، می توان آن را مبنای تهیه طیف قرار داد. مقادیر محاسبه شده طیفی باید در ضریب اهمیت ساختمان، I، و عکس ضریب رفتار ساختمان، R، ضرب گردد. مقادیر طیف حاصل قبل از اعمال ضرایب I و $1/R$ نباید از دوسوم مقادیر نظیر طیف طرح استاندارد کمتر باشد.

پ. تاریخچه زمانی تغییرات شتاب (شتابنگاشت)

شتابنگاشت باید تا حد امکان نمایانگر حرکت واقعی زمین در محل احداث بنا در اثر زلزله باشد. بدین منظور باید در تحلیل حداقل از سه شتابنگاشت با ویژگیهای زیر استفاده شود.

در صورتی که شتابنگاشتها مربوط به زلزله های واقعی در مناطق دیگر باشند باید سعی شود ویژگیهای زمین شناسی، زمین ساختی، لرزه شناسی و بخصوص مشخصات لایه های خاک در محل شتابنگار با محل ساختمان مورد نظر مشابه باشند. حداقل مدت حرکت شدید در شتابنگاشت باید برابر ۱۰ ثانیه و یا ۳ برابر زمان تناوب اصلی سازه مورد نظر، هر کدام که بیشتر است، باشد.

شتابنگاشتهای انتخاب شده باید همپایه شوند (به مقیاس در آیند). همپایگی باید به گونه ای باشد که طیف بدست آمده از هر یک از شتابنگاشتها با نسبت میرایی ۵٪ در محدوده زمان تناوبی $T_{m-0.5}$ تا $T_{m+0.5}$ ثانیه

با طیف طرح استاندارد بند الف یا طیف طرح ویژه ساختگاه بند ب تقریباً مطابقت نماید. m شامل شماره کلیه مدهایی است که به میزان حداقل ۱۰٪ در جرم مؤثر سازه مشارکت دارند. در همپایه کردن شتابنگاشتها در تحلیل دینامیکی خطی باید اثر شتاب مبنا A ، ضریب اهمیت ساختمان I ، و عکس ضریب رفتار $1/R$ ، منظور شود. همپایه کردن شتابنگاشتها در صورت غیرخطی بودن روش تحلیل باید با استفاده از روشهای تحقیقاتی قابل قبول انجام گیرد.

روش تحلیل دینامیکی طیفی

در این روش، تحلیل دینامیکی با فرض رفتار خطی سازه و با استفاده از حداکثر پاسخ کلیه مدهای نوسانی سازه که در بازتاب کل سازه اثر قابل توجهی دارند، انجام می‌گیرد. حداکثر پاسخ در هر مد با توجه به زمان تناوب آن مد از طیف طرح استاندارد یا طیف طرح ویژه ساختگاه بدست می‌آید. سپس پاسخ کلی سازه از ترکیب آماری پاسخهای حداکثر هر مد تخمین زده می‌شود. در تحلیل دینامیکی طیفی باید نکات زیر مورد توجه قرار گیرد:

۱. تعداد مدهای نوسان

در هر یک از دو امتداد متعامد ساختمان باید حداقل سه مد اول نوسان، یا تمام مدهای نوسان با زمان تناوب بیشتر از 0.4 ثانیه و یا تمام مدهای نوسان که مجموع جرمهای مؤثر ساختمان در آنها حداقل برابر ۹۰٪ جرم کل سازه باشد، هر کدام که تعدادشان بیشتر است، در نظر گرفته شود.

۲. ترکیب اثر مدها

حداکثر پاسخ دینامیکی سازه از قبیل نیروهای داخلی اعضا، جابجاییها، نیروی طبقات، برش طبقات و برش پایه در هر مد را باید با روشهای آماری شناخته شده، مانند روش جذر مجموع مربعات^۱ و یا روش ترکیب مربعی کامل تعیین کرد. ترکیب اثر مدها در ساختمانهای نامنظم در پلان و یا در مواردی که زمان تناوب دو یا چند مد سازه با یکدیگر نزدیک باشند باید صرفاً با روشهایی که اندرکنش مدهای ارتعاشی را در نظر می‌گیرند، مانند روش ترکیب مربعی کامل انجام شود (رابطه ۳-۹۷).

۳. اصلاح مقادیر پاسخ

در مواردی که برش پایه بدست آمده برای کل سازه از روش تحلیل دینامیکی طیفی با برش پایه استاتیکی معادل بدست آمده متفاوت باشد، باید مقادیر پاسخ مطابق زیر اصلاح شوند:

اگر برش پایه حاصل از تحلیل دینامیکی کمتر از برش پایه استاتیکی معادل باشد:

الف. در سازه‌های نامنظم، مقادیر پاسخ باید در نسبت برش پایه استاتیکی معادل به برش پایه بدست آمده از تحلیل دینامیکی طیفی ضرب شوند.

ب. در سازه‌های منظم، مقادیر پاسخ باید در ۸۰٪ نسبت برش پایه استاتیکی معادل به برش پایه دینامیکی ضرب شوند، به شرطی که نتیجه از برش دینامیکی کمتر نشود.

در صورتی که برش پایه بدست آمده از تحلیل دینامیکی طیفی بیشتر از برش پایه استاتیکی معادل باشد، باید مقدار برش پایه دینامیکی و کلیه پاسخهای سازه و اعضای آن به نسبت برش پایه استاتیکی به دینامیکی کاهش یابند.

^۱ SRSS یا Square Root of Sum of Squares

۴. اثر پیچش

در تحلیل دینامیکی طیفی باید اثر پیچش، شامل پیچش اتفاقی، را نیز منظور نمود. در صورتی که از مدل سه بعدی برای تحلیل سازه استفاده شود، اثر پیچش اتفاقی را می‌توان با جابجا کردن مرکز جرم طبقه به اندازه برون مرکزی اتفاقی منظور کرد.

روش تحلیل دینامیکی زمانی (تاریخچه زمانی)

تحلیل دینامیکی زمانی (یا تاریخچه زمانی) برای تعیین پاسخ لحظه‌ای سازه تحت شتاب پی (شتابنگاشت) بکار می‌رود و شامل دو روش کاملاً متفاوت ارتجاعی-خطی و غیرارتجاعی (غیرخطی) است. آیین‌نامه ضمن به رسمیت شناختن روش تحلیل دینامیکی زمانی، رعایت موارد زیر را توصیه می‌کند:

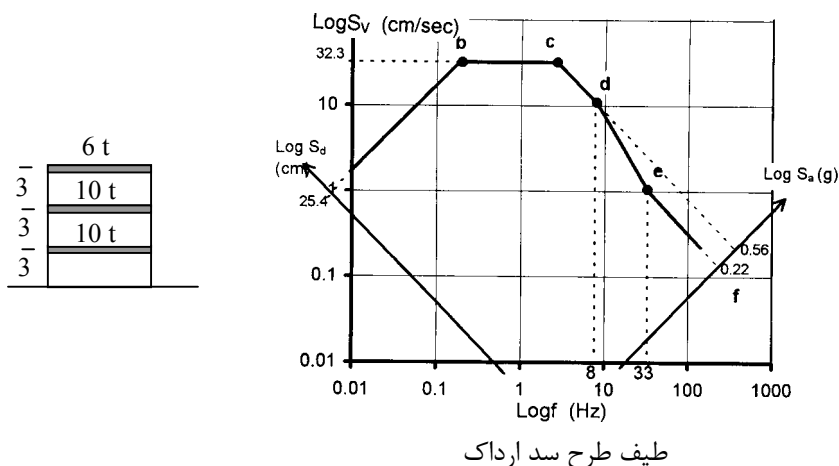
- مقایسه بین نتایج تحلیل ارتجاعی با استفاده از طیف طرح استاندارد و یا طیف طرح ویژه ساختگاه با آنچه از تحلیل دینامیکی زمانی ارتجاعی بدست می‌آید الزامی بوده و دلایل اختلاف احتمالی بین آنها باید طی یک گزارش فنی جامع توجیه گردد. در هر حال مقادیر پاسخ باید مطابق آنچه گفته شد اصلاح گردد.
- نسبت میرایی (استهلاک) در محاسبات ارتجاعی-خطی برابر ۵٪ و در محاسبات غیرخطی با توجه به توصیه‌های تخصصی و میزان غیرخطی بودن رفتار اجزای سازه منظور شود.

۵. ۴. ۶. تشریح و نقد روش تحلیل دینامیکی آیین‌نامه ۲۸۰۰

در ویرایش جدید آیین‌نامه ۲۸۰۰، بسیاری از ابهامات پیشین در باره تحلیل دینامیکی بر طرف شده است. روش پیشنهادی برای انجام تحلیل دینامیکی در واقع عمدتاً برای بررسی نحوه توزیع نیروها کارایی دارد و نتایج آن بهیچوجه بیانگر پاسخ واقعی سازه در زلزله نیست زیرا طبق تحقیقات انجام شده تفاوت زیادی بین نیروهای ایجاد شده در سازه در تحلیل‌های استاتیکی، دینامیکی خطی و دینامیکی غیرخطی وجود دارد. در ضوابط فعلی آیین‌نامه، روش تحلیل دینامیکی به صورت ارتجاعی-خطی در نظر گرفته شده است، و با همپایه کردن برش پایه، عملاً نیروها و جابجاییهای سازه به میزان بسیار زیادی نسبت به حالت ارتجاعی واقعی کاهش یافته و با پاسخ سازه در حوزه غیرارتجاعی نیز تفاوت زیادی خواهد داشت و از این رو، چنین پاسخی بیانگر هیچ حالتی از رفتار واقعی سازه نیست^۱. روشهای تحلیل دینامیکی آیین‌نامه در مثال زیر تشریح و نقد گردیده‌اند.

مثال ۵. ۳ برش طبقات سازه سه طبقه زیر را به روشهای استاتیکی و دینامیکی آیین‌نامه ۲۸۰۰- ویرایش ۲ محاسبه و مقایسه کنید. زمین نوع ۲، ساختمان مسکونی و منطقه شدیداً لرزه خیز و سیستم لرزه‌بر از نوع قاب خمشی معمولی است. سختی کلیه طبقات یکسان و برابر ۵ تن بر سانتیمتر است. در روش دینامیکی از طیف ساختگاه زیر و شتابنگاشت زلزله طبس استفاده شود. پاسخها نیز به دو روش جذر مجموع مربعات و ترکیب مربعی کامل ترکیب و مقایسه شوند. در تحلیل دینامیکی با زلزله طبس، یکبار از روش مدی تقریبی و یکبار هم از روش مدی دقیق استفاده و جوابها با هم مقایسه گردند.

^۱ در واقع، برای انجام یک تحلیل دینامیکی واقعی، لازم است که ترازهای مقاومت نهایی سازه مشخص شده و در مدل تحلیلی وارد شود، آنگاه سازه در معرض زلزله‌های قوی و مخرب مورد نظر قرار گرفته و جابجاییها و ضرایب نرمی (شکل پذیری) محاسبه شوند. ارزیابی عملکرد سازه در این حالت، نه بر پایه تنشهای ایجاد شده، بلکه بر اساس جابجاییها و تغییرشکلها می‌باشد بطوریکه جابجاییها و ضرایب نرمی از نباید از میزان تعیین شده فراتر روند (طراحی بر اساس عملکرد).



حل. با توجه به داده‌های مسأله:

$$T_0 = 0.5 \quad R = 6 \quad I = 1 \quad A = 0.35$$

زمان تناوب قاب خمشی بدون مانع جانبی طبق آیین‌نامه برابر است با

$$T = 0.08H^{3/4} = 0.416 \text{ s}$$

زمان تناوب به روش تحلیلی برابر ۰/۵۷ ثانیه بدست می‌آید که طبق آیین‌نامه نباید از ۱/۲۵ برابر مقدار فوق (۵۲) بیشتر باشد، پس زمان تناوب محاسباتی برابر ۰/۵۲ ثانیه است. ضریب بازتاب برابر است با

$$B = 2.5 \left(\frac{T_0}{T} \right)^{2/3} = 2.435 < 2.5 \quad \text{ok}$$

محاسبه برش پایه به روش استاتیکی

$$V = \frac{ABI}{R} W = \frac{0.35 \times 2.435 \times 1}{6} \times 26 = 3.69 \text{ t}$$

و توزیع نیرو در طبقات از

$$F_j = (V - F_t) \frac{w_j h_j}{\sum w_j h_j}$$

چون زمان تناوب سازه از ۰/۷ ثانیه کمتر است، نیروی رأس F_t برابر صفر است و نیروی طبقات

$$F_1 = 0.77 \text{ t} \quad F_2 = 1.54 \text{ t} \quad F_3 = 1.38 \text{ t}$$

محاسبه مشخصات مدی سازه

از رابطه ۹۳.۱، برای محاسبه زمانهای تناوب باید $|k - \omega^2 M| = 0$ پس

$$T = 0.57, 0.21, 0.15 \text{ s}$$

برای محاسبه شکل‌های مدی از رابطه ۱. ۹۲ باید $|\mathbf{k} - \omega^2 \mathbf{M}| \boldsymbol{\varphi} = 0$ پس بردارهای شکل مدی

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1.75 \\ 2.06 \end{Bmatrix} \quad \boldsymbol{\varphi}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.13 \\ -1 \end{Bmatrix} \quad \boldsymbol{\varphi}_3 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.54 \\ 1.37 \end{Bmatrix}$$

با داشتن تناوب هر مد می‌توان ضریب بازتاب مد را حساب کرد (طیف استاندارد طرح آیین‌نامه).

$$B_1 = 2.5 \left(\frac{0.5}{0.57} \right)^{2/3} = 2.29 < 2.5; \quad B_2 = 2.5 \left(\frac{0.5}{0.21} \right)^{2/3} = 4.45 > 2.5;$$

$$B_3 = 2.5 \left(\frac{0.5}{0.15} \right)^{2/3} = 5.57 > 2.5$$

پس مؤلفه شتاب پاسخ سه مد سازه عبارتند از

$$S_{a_1} = \frac{AB_1 I}{R} = 0.133 \quad S_{a_2} = S_{a_3} = 0.146$$

وزن مدی برابر است با

$$W_i = \frac{(\sum w_j \phi_{ji})^2}{\sum w_j \phi_{ji}^2} \quad \therefore W_1 = 24.04 \text{ t}; W_2 = 1.74 \text{ t}; \quad W_3 = 0.177 \text{ t}$$

بدین ترتیب درصد وزن مدهای مزبور برابر ۹۲/۴٪، ۶/۷٪ و ۰/۷٪ می‌باشد. برش پایه در هر مد از رابطه $Q_i = S_{a_i} W_i$ بدست می‌آید. پس نیروی برش پایه مدها برابر است با ۳/۱۹۷، ۰/۲۵۴ و ۰/۰۲۶ تن. برش پایه کل از ترکیب برش پایه سه مد به روش SRSS برابر خواهد بود با

$$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2} = 3.027 \text{ t}$$

یا به روش CQC^۱ از رابطه ۳. ۹۷-۱ برابر است با

$$r = \sqrt{\sum_{n=1}^N r_n^2 + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N \rho_{mn} r_n r_m}$$

$$\rho_{mn} = \frac{8\xi^2 (1 + \alpha_{mn}) \alpha_{mn}^{2/3}}{(1 - \alpha_{mn}^2)^2 + 4\xi^2 \alpha_{mn} (1 + \alpha_{mn})^2} \quad ; \quad \alpha_{mn} = \frac{T_m}{T_n} \quad ; \quad T_m \leq T \quad ; \quad \xi = 0.05$$

با توجه به زمانهای تناوب سازه که برابر ۰/۵۷، ۰/۲۱ و ۰/۱۵ ثانیه است، داریم:

$$\rho_{23} = ۰/۰۷۹۳ \text{ و } \rho_{13} = ۰/۰۰۳۹, \rho_{12} = ۰/۰۰۸۱ \text{ تعداد مدها برابر است با } N = ۳, \text{ پس}$$

$$r = \sqrt{\sum_{n=1}^N r_n^2 + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N \rho_{mn} r_n r_m} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + 2(\rho_{12} r_1 r_2 + \rho_{13} r_1 r_3 + \rho_{23} r_2 r_3)}$$

$$Q = \sqrt{3.197^2 + 0.254^2 + 0.026^2 + 2(0.0081 \times 3.197 \times 0.254 + 0.0039 \times 3.197 \times 0.026 + 0.0793 \times 0.254 \times 0.026)} \\ = 3.209 \text{ t}$$

^۱ ترکیب مربعی کامل یا complete quadratic combination

می بینیم که تفاوت نتایج دو روش جمع مربعات (SRSS) و (CQC) بسیار ناچیز است.

چون برش پایه بدست آمده از برش پایه استاتیکی کمتر است ($3/69$ تن)، طبق بند ۲-۵-۳ آیین نامه ۲۸۰۰، در سازه های منظم^۱، کلیه مقادیر بازتاب باید در یک ضریب افزایش برابر $0/8$ * نسبت برش پایه استاتیکی به دینامیکی^۲ ضرب شوند. چون این ضریب برابر $0/92$ ($3/69 \div 3/207 = 0/92$) است، طبق توضیح پانوش، نیازی به اصلاح نیروهای و جابجاییهای حاصل از تحلیل دینامیکی نیست. نیرو و جابجایی طبقات در هر مد از روابط ۳.۹۲ و ۳.۹۴ محاسبه و طبق روش فوق ترکیب می گردند. نتایج محاسبات در مورد نیرو و برش طبقات در جدول ۳.۵ و در مورد جابجایی در جدول ۴.۵ درج شده است.

جدول ۳.۵ نیرو و برش طبقات حاصل از تحلیلهای استاتیکی و دینامیکی طیفی

طبقه	نیروی طبقات از روش دینامیکی طیفی (تن)			برش طبقات از روش دینامیکی طیفی (تن)			نیروی طبقات از روش استاتیکی (تن)			برش طبقات از روش استاتیکی (تن)		
	مد ۱			مد ۲			مد ۱			مد ۲		
	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳
۳	۰/۹۹	-۰/۲۹	۰/۰۸	۰/۹۹۱	-۰/۲۸۷	۰/۰۷۶	۱/۰۳۸	۱/۰۳۴	۱/۰۳۵	۱	۱/۰۳۴	۱/۰۳۵
۲	۱/۴۰	۰/۰۶	-۰/۱۴	۰/۱۳۳۵	-۰/۲۲۵	۰/۰۶۶	۱/۵۴	۱/۴۱۷	۱/۴۰۸	۱	۲/۳۴۶	۲/۳۴۸
۱	۰/۸۰	۰/۴۸	۰/۰۹	۳/۱۹۷	۰/۲۵۴	۰/۰۲۶	۰/۷۷	۰/۹۳۹	۱/۹۷۴	۳/۶۹	۲/۰۷	۳/۲۰۹

I-استاتیکی II-دینامیکی طیفی جمع شده به روش SRSS III-دینامیکی طیفی جمع شده به روش CQC

جدول ۴.۵ جابجایی طبقات حاصل از تحلیلهای استاتیکی و دینامیکی طیفی

طبقه	دینامیکی (جابجایی مدی) سانتیمتر			استاتیک سانتیمتر	دینامیک ی (برآیند) ^۳
	مد ۱	مد ۲	مد ۳		
۱	۰/۷۴۵	۰/۰۶۰	۰/۰۰۶	۰/۷۳۸	۰/۷۴۷
۲	۱/۳۰۵	۰/۰۰۸	-۰/۰۰۹	۱/۳۲۲	۱/۳۰۵
۳	۱/۵۳۵	-۰/۰۶۰	۰/۰۰۸	۱/۵۹۸	۱/۵۳۶

تحلیل دینامیکی با استفاده از طیف ساختگاه

^۱ سازه مزبور طبق ضوابط ویرایش ۲ منظم شناخته می شود (درحالی که طبق ضوابط قبلی نامنظم محسوب می شد)

^۲ مشروط به آنکه مقدار حاصل از برش پایه دینامیکی کمتر نشود. به نظر می رسد که منظور آیین نامه این است که ضریب مزبور از یک کوچکتر نشود (واضح است زیرا غرض افزایش نیروها می باشد) و چنانچه این ضریب از یک کوچکتر شد، باید آن را برابر یک فرض کرد و به عبارت بهتر، در این صورت نیازی به تغییر و اصلاح نتایج تحلیل دینامیکی نیست.

^۳ نتیجه دو روش SRSS و CQC تا سه رقم اعشار کاملاً یکسان بوده است.

زمان تناوب مدهای سازه برابر ۰/۵۷، ۰/۲۱ و ۰/۱۵ ثانیه محاسبه شد. فرکانس مد اول برابر ۱/۷۵ هرتز است. از شکل ۵۳.۳، ملاحظه می‌شود که این فرکانس در ناحیه سرعت ثابت قرار دارد. پس

$$S_v = 32.3 \text{ cm/sec} \quad S_a = \omega S_v = 11.02 \times 32.3 = 356 \text{ cm/s}^2 = 0.363g$$

طبق آیین‌نامه ۲۸۰۰، شتاب محاسبه شده از طیف ساختگاه قبل از اعمال ضرایب I و R نباید از دو سوم شتاب حاصل از طیف استاندارد طرح کمتر باشد، یعنی از ۰/۵۳g (= ۰/۶۷*۰/۳۵*۲/۲۹g) کمتر نباشد. از این رو

$$S_a = 0.53g \quad S_{a1} = S_a I / R = 0.089g$$

فرکانس مد دوم برابر ۴/۷۶ هرتز است که با توجه به طیف ساختگاه در منطقه شتاب ثابت قرار دارد و شتاب پاسخ با توجه به شکل مزبور برابر ۰/۵۶g است که کمتر از دو سوم شتاب حاصل از طیف طرح است (۰/۵۸g = ۰/۶۷*۰/۳۵*۲/۲۹g)، پس

$$S_a = 0.58g ; S_{a2} = S_a I / R = 0.097g$$

فرکانس مد سوم برابر ۶/۶۶ هرتز است و مثل مد دوم در منطقه شتاب ثابت قرار دارد بنابراین به‌طور مشابه S_{a3} برابر ۰/۰۹۷g است. وزن مدها قبلاً با استفاده از رابطه ۳۷.۴ محاسبه شد.

$$W_1 = 24.04 \text{ t} ; \quad W_2 = 1.74 \text{ t} ; \quad W_3 = 0.177 \text{ t}$$

پس برش پایه از رابطه ۳.۹۰ برابر ۲/۱۳۲، ۰/۱۶۹ و ۰/۰۱۷۲ تن بدست می‌آید. برش کل از ترکیب برشهای مدی با استفاده از روشهای جذر مجموع مربعات و ترکیب مربعی کامل برابر ۲/۱۳۹ می‌باشد که کمتر از مقدار حاصل از تحلیل استاتیکی است (۳/۶۹ تن)، بنابراین طبق توصیه آیین‌نامه کلیه نیروها و جابجاییهای محاسبه شده در ضریب افزایش زیر ضرب می‌شوند.

$$\gamma = 1/38 = 0.8(3/69 \div 2/139) = \text{ضریب افزایش}$$

نیرو و جابجایی طبقات در هر مد از روابط ۳.۹۲ و ۳.۹۴ محاسبه و طبق روش فوق ترکیب می‌گردند. برش طبقات در جدول زیر درج شده است.

برش طبقات حاصل از تحلیلهای استاتیکی و دینامیکی طیف ساختگاه

ردیف	برش طبقات در هر مد (اصلاح نشده) به تن			برش طبقات (تن)	
	مد ۱	مد ۲	مد ۳	استاتیکی	دینامیکی طیف ساختگاه
	اصلاح شده	اصلاح نشده	اصلاح شده		
۳	۰/۶۶	-۰/۱۹	۰/۰۵۰	۱/۳۸	۰/۹۵
۲	۱/۶۰	-۰/۱۵	-۰/۰۴۴	۲/۹۲	۱/۶۱

۲/۹۵	۲/۱۴	۳/۶۹	۰/۰۱۷	۰/۱۷	۲/۱۳	۱
------	------	------	-------	------	------	---

از مقایسه نتایج تحلیل استاتیکی و دینامیکی ملاحظه می‌شود که همچون حالت قبلی نتایج دینامیکی از استاتیکی کوچکترند، حتی پس از اعمال ضریب افزایش و اصلاح نتایج تحلیل دینامیکی.

تحلیل دینامیکی با استفاده از شتابنگاشت زلزله طبس

گفتیم که طبق بند ۲-۵-۲-۳ آیین‌نامه، شتابنگاشت‌های انتخاب شده باید همپایه شوند. همانطور که دیدیم، درصد وزن مد اول سازه برابر ۹۲/۴٪ است. چون درصد مشارکت این مد بیش از ۹۰٪ است، طبق آیین‌نامه در نظر گرفتن مد اول برای تطابق و همپایه کردن^۱ شتابنگاشت انتخاب شده کافی است و از این رو، طیف شتابنگاشت انتخاب شده باید در حوالی مد اول با طیف استاندارد طرح مطابقت داده شود. طیف زلزله طبس برای استهلاک ۵٪ در شکل ۳. ۷۴ و جدول ۳. ۲۴ در بخش ۳. ۴. ۱. ۴ کتاب مهندسی زلزله^۲ ارائه شده است. با تقسیم آن به شتاب اوج زلزله طبس (۰/۹۳g) و اعمال ضرایب I ، A و $1/R$ ، این طیف را با طیف استاندارد طرح یعنی ABI/R ، همپایه نموده و در شکل زیر نشان داده‌ایم. محدوده انتخاب شده از ۰/۰۷ تا ۱ ثانیه است که تقریباً با محدوده توصیه شده آیین‌نامه برای مد ۱، یعنی (۰/۵-۰/۵۷) تا (۰/۵۷+۰/۵) برابر می‌باشد. با نگاهی به شکل می‌توان دریافت که علیرغم اعمال عوامل همپایگی، طیف مقیاس شده طبس بهیچوجه با طیف طرح استاندارد آیین‌نامه تطابق ندارد و در اکثر نقاط از این طیف بیشتر است. آیین‌نامه ۲۸۰۰ مشخص ننموده است که منظور از عبارت تقریباً مطابقت نماید چیست؟ اگر منظور این باشد که طیف زلزله انتخاب شده پس از همپایه نمودن، در هیچ نقطه از طیف طرح استاندارد کمتر نباشد، در این صورت باید با اعمال یک ضریب بزرگتر از یک به طیف طبس، نقاط سمت چپ نمودار این طیف را از زیر نمودار طیف استاندارد به بالای آن منتقل ساخت. به عکس ممکن است منظور آیین‌نامه تطابق میانگین این دو طیف باشد. در این صورت باید میانگین آنها را در محدوده مزبور محاسبه نمود. محاسبات نشان می‌دهد که میانگین‌های طیف مقیاس شده طبس و طیف استاندارد در محدوده فوق برابر ۰/۱۲۶ و ۰/۰۸۱ می‌باشد. در این صورت برای تطابق این دو، باید طیف طبس در ضریب کاهش ۰/۶۴ ضرب شود. ملاحظه می‌شود که نحوه تعبیر و تفسیر عبارت تقریباً مطابقت نماید به نتایج کاملاً متفاوتی منجر می‌شود.

اشکال دیگر این است که اگر فرضاً لازم بود طیف زلزله انتخاب شده در حوالی مدهای دیگر نیز مطابقت داده شود، در این صورت ضرایب مقیاس متفاوتی برای هر منطقه بدست می‌آید که مشخص نیست سرانجام کدامیک باید اعمال شود، زیرا طیف انتخاب شده را فقط در یک ضریب می‌توان ضرب کرد، مگر اینکه تصور شود منظور آیین‌نامه از تطابق، تغییر محتوای فرکانسی زلزله انتخاب شده بمنظور منطبق ساختن طیف آن با طیف طرح استاندارد بوده است. باید دانست که در این صورت، طیف حاصل دیگر بیانگر زلزله انتخاب شده نیست بلکه نوعی زلزله مصنوعی است که طیف آن مطابق طیف طرح استاندارد می‌باشد. در اینجا این سؤال پیش می‌آید که اصولاً

^۱ شتابنگاشت‌های انتخاب شده باید همپایه شوند (به مقیاس در آیند). همپایگی باید به گونه ای باشد که طیف بدست آمده از هر یک از شتابنگاشت‌ها با نسبت میرایی ۵٪ در محدوده زمان تناوبی $T_{m+0.5}$ تا $T_{m-0.5}$ ثانیه با طیف طرح استاندارد بند الف یا طیف طرح ویژه ساختگاه بند ب تقریباً مطابقت نماید. m شامل شماره کلیه مدهایی است که به میزان حداقل ۱۰٪ در جرم مؤثر سازه مشارکت دارند. در همپایه کردن شتابنگاشت‌ها در تحلیل دینامیکی خطی باید اثر شتاب مبنا، A ، ضریب اهمیت ساختمان، I ، و عکس ضریب رفتار، $1/R$ ، منظور شود.

^۲ حسن مقدم، مهندسی زلزله - مبانی و کاربرد، انتشارات فراهنگ، ۱۳۸۱.

چه نیازی به انتخاب زلزله مزبور وجود دارد زیرا آیین نامه از همان ابتدا بسادگی می توانست با استفاده از تبدیل فوریه، طیف طرح استاندارد را از قلمرو فرکانس به قلمرو زمان برده و شتابنگاشت زلزله ای را بدست آورد که طیفش منطبق با طیف استاندارد باشد، و از مهندسان طراح بخواهد که صرفاً از این شتابنگاشت برای مطالعات دینامیکی زمانی^۱ استفاده نمایند؟! و نیازی به این همه سردرگمی نبود.

یک اشکال دیگر این است که پس از مقیاس نمودن زلزله انتخاب شده و تطابق آن با زلزله طرح استاندارد، آیین نامه در بند ۲-۵-۳ ملزم می سازد که کلیه مقادیر بازتاب (نیروها و جابجاییهای سازه) به گونه ای اصلاح شوند که شتاب پایه ناشی از تحلیل استاتیکی با دینامیکی یکسان شود^۲. در این صورت این پرسش پیش می آید که آن مقیاس کردنهای اولیه برای چه بود زیرا بدین ترتیب مقیاس کردن زلزله انتخاب شده تأثیری بر نتیجه ندارد و حتی باید گفت، نوع زلزله انتخاب شده هم تأثیر چندانی بر نتیجه کار نخواهد داشت. این مطلب براحتی در نتایج جدول زیر قابل مشاهده است زیرا نتایج اصلاح شده تحلیل دینامیکی تحت زلزله طبس با نتایج تحلیل دینامیکی تحت طیف استاندارد طرح اختلاف بسیار ناچیزی دارد و عملاً یکی است.

بدین ترتیب می بینیم که ضوابط آیین نامه در این بخش با ناهماهنگیها و ابهاماتی مواجه است که موجب سردرگمی و نامشخص ماندن هدف آیین نامه از ضوابط تحلیل دینامیکی گردیده است. به نظر می رسد، ضوابط بند ۲-۵-۳ آیین نامه در باره اصلاح بازتاب سازه برای مقیاس کردن زلزله انتخاب شده کافی باشد، و ضوابط مربوط به اصلاح و مقیاس کردن حرکت زمین در بند ۲-۵-۱ اضافی است و بهتر است حذف شود. در این صورت، تأثیر و نقش تحلیل دینامیکی صرفاً تدقیق وضعیت توزیع نیروها در سازه است و تأثیری بر نیروی زلزله کل ندارد.

تحلیل طیفی تحت زلزله طبس

قبلاً زمان تناوب مدهای سازه برابر ۰/۵۷، ۰/۲۱ و ۰/۱۵ ثانیه محاسبه شد. از طیف مقیاس شده طبس در شکل ۵. ۳، شتاب پاسخ مدهای اول تا سوم سازه برابر خواهد بود با: ۰/۱۱۴، ۰/۲۱۸ و ۰/۱۷۲. پس از ضرب این مقادیر در وزنهای مدی ۲۴/۰۴، ۱/۷۴ و ۰/۱۷۷ تن، برش پایه مدی برابر است با: ۲/۷۴، ۰/۳۸ و ۰/۰۳ تن. برش کل از ترکیب برشهای مدی با استفاده از روشهای جذر مجموع مربعات و ترکیب مربعی کامل برابر ۲/۷۷ تن می باشد که کمتر از مقدار حاصل از تحلیل استاتیکی است (۳/۶۹ تن)، بنابراین طبق توصیه آیین نامه کلیه نیروها و جابجاییهای محاسبه شده در ضریب افزایش زیر ضرب می شوند.

$$۱/۰۶۶ > ۰/۸(۳/۶۹ \div ۲/۷۷) = \text{ضریب افزایش}$$

برش طبقات در هر مد از روابط ۳. ۹۲ و ۳. ۹۴ محاسبه و طبق روش فوق ترکیب، و با اعمال ضریب ۱/۰۶۶ اصلاح می گردند. برش طبقات در جدول زیر با مقادیر نظیر حاصل از تحلیل دینامیکی تحت طیف استاندارد طرح و طیف ساختگاه مقایسه شده اند.

از مقایسه نتایج تحلیل دینامیکی تحت سه طیف مختلف، می توان نتیجه گرفت که پاسخ اصلاح شده تحت طیفهای طبس و ساختگاه کاملاً یکی است و به یک نسبت با نتایج تحلیل دینامیکی تحت زلزله استاندارد طرح

^۱ تاریخچه زمانی

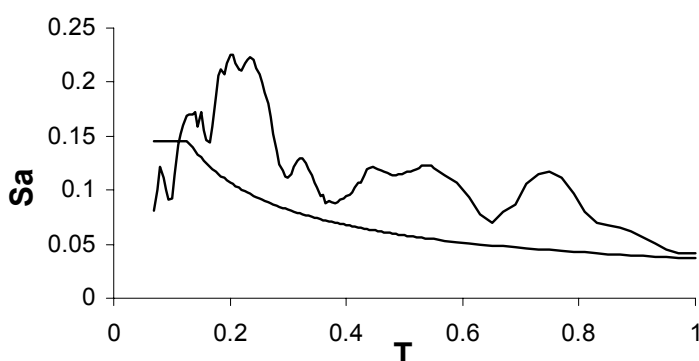
^۲ این برای سازه های نامنظم است، برای سازه های منظم شتاب پایه باید برابر ۰/۸۰ مقدار حاصل از تحلیل استاتیکی شود (و بهر حال کمتر از برش پایه اولیه بدست آمده از تحلیل دینامیکی نباشد).

اختلاف دارد. این اختلاف در اثر اعمال ضریب مقیاس متفاوت برای اصلاح برش پایه بوجود آمده است و به عبارت دیگر، اگر برش پایه برای تحلیل

برش طبقات حاصل از تحلیلهای استاتیکی و دینامیکی با طیف استاندارد طرح،
طیف ساختگاه و طیف زلزله طیس

طبقه	برش طبقات (تن)			استاتیکی
	مقادیر حاصل از تحلیل دینامیکی طیفی پس از اصلاح			
	طیف آیین نامه	طیف ساختگاه	طیف طبس	
۳	۱/۳۸	۱/۰۳۴	۰/۹۵	۱/۰۱
۲	۲/۹۲	۲/۳۴۶	۲/۲۱	۲/۲۲
۱	۳/۶۹	۳/۲۰۷	۲/۹۵	۲/۹۵

دینامیکی کاملاً ثابت گردد، برش طبقات و سایر پاسخهای سازه تثبیت شده و تقریباً وابستگی خود را به نوع زلزله انتخاب شده از دست می دهند؛ و بنابراین اصولاً با ضوابط فعلی آیین نامه، انجام تحلیل دینامیکی طیفی تحت زلزله های مختلف کاری بیهوده می نماید.



طیف مقیاس شده زلزله طیس و طیف طرح استاندارد آیین نامه ۲۸۰۰

تحلیل دینامیکی زمانی تحت زلزله طیس

طبق ضوابط ۲-۵-۳ آیین نامه، برای تحلیل دینامیکی باید از یک شتابنگاشت مقیاس شده^۱ استفاده کرد و پس از انجام تحلیل دینامیکی، کلیه بازتابها را طبق بند ۲-۵-۳ اصلاح نمود^۲. همانطور که گفتیم، در این صورت عیناً

^۱ روش مقیاس کردن یا همپایه کردن شتابنگاشت بر اساس بند ۲-۵-۱. پ است و عیناً مشابه همان است که برای تهیه طیف زلزله بکار بردیم.

^۲ به طوریکه در سازه های نامنظم، برش پایه برابر برش پایه استاتیکی شود، و در سازه های منظم شتاب پایه باید برابر ۸۰٪ مقدار حاصل از تحلیل استاتیکی شود (و در هر حال کمتر از برش پایه اولیه بدست آمده از تحلیل دینامیکی نباشد).

همان نتایج حاصل می‌شود که در روش تحلیل دینامیکی با طیف استاندارد طرح بدست آمد (مشروط به یکی بودن برشهای پایه) و در نتیجه نیازی به انجام چنین تحلیلی نیست.

مبانی تحلیل دینامیکی برای طراحی بر اساس عملکرد (دستور العمل بهسازی)

روش تحلیل

آیین نامه بهسازی اصولاً دو روش تحلیل را مشخص نموده است: خطی و غیرخطی. هریک از این دو روش به دو صورت استاتیکی و دینامیکی میتوانند اجرا شوند. روش خطی کم و بیش مشابه آیین نامه ۲۸۰۰ است و با شرایطی که آیین نامه بهسازی تعیین کرده تقریباً در شرایط خیلی محدودی قابل بکارگیری است و در واقع هدف آیین نامه بهسازی این است که طراحان عمدتاً برای تحلیل سازه از روش غیرخطی (استاتیکی یا دینامیکی) استفاده کنند. از این رو، وجه تمایز اصلی این آیین نامه با آیین نامه‌های قبلی همچون آیین نامه ۲۸۰۰ در استفاده از روش غیرخطی است. علت اصلی انتخاب روش غیرخطی، جایگزینی فلسفه طراحی بر اساس عملکرد بجای طراحی بر اساس مقاومت است که روش نگرش به طراحی لرزه‌ای و نحوه تحلیل و طراحی سازه را بطور بنیادی دگرگون ساخته است. در بخشهای زیر سعی شده است مبانی نگرش جدید بطور اجمال بیان شود.

مبانی طراحی بر اساس عملکرد

ایراد اصلی روشهای خطی

مهمترین اشکالی که در این روشها بنظر می‌رسد القاء این تلقی است که نیروی زلزله همانند بارهای مرده، زنده، باد، ... واقعاً نیرو است. درحالی‌که چنین نیست و آنچنانکه خواهیم دید بارهای لرزه‌ای ماهیتی قراردادی و اعتباری دارند و بیشتر از جنس تغییرمکان هستند و چندان تفاوت نمی‌کند که یک سازه را تحت نیروی زلزله‌ای برابر یکدهم وزن سازه طرح کنیم یا 0.2 وزن و یا 0.3 آن. نه دست بالا گرفتن نیرو همیشه موجب بالا رفتن ضریب اطمینان در برابر تسلیم می‌شود (چه ضریب اطمینان به‌رحال کوچکتر از یک خواهد بود) و نه دست پایین گرفتن نیروی زلزله الزماً موجب انهدام سازه می‌گردد. برخی بنا به عادت، بمحض مشاهده ساختمانی که در اثر زلزله فرو ریخته است آنرا به کمبود مقاومت نسبت داده و اصطلاحاً بیان می‌دارند که آن ساختمان در برابر زلزله محاسبه نشده است. بررسیها نشان می‌دهد که این درست نیست زیرا پایداری یا ناپایداری لرزه‌ای صرفاً تابع مقاومت سازه نیست و بستگی زیادی به توانایی سازه برای تحمل جابجایی دارد.

تفاوتهای بنیادی بارهای لرزه‌ای و بار استاتیکی معادل

پذیرش چارچوب تحلیل استاتیکی معادل توسط جامعه مهندسی در قرن سال گذشته ابداً بدین معنا نیست که بارهای استاتیکی برآورد دقیق و نزدیکی از نیروهای زلزله را بدست می‌دهند. بعکس نتایج اندازه‌گیری‌ها و تحقیقات علمی مؤید آن است که نیروهای زلزله بسیار بزرگتر از نیروهای استاتیکی معادل می‌باشند.

برای روشن شدن مطلب نتایج برخی از آزمایشهای نگارنده روی میز زلزله در جدول زیر آمده و مورد بحث قرار می‌گیرد. در این آزمایشها یک قاب فلزی با سربار 900 kg ، و سختی و مقاومت متغیر تحت اثر زلزله‌های مختلف قرار گرفت و شتاب پاسخ در رأس قاب اندازه‌گیری شد. با ضرب این شتاب در وزن سربار، نیروی اینرسی حاصل از زلزله بدست می‌آید.

مشخصات قابهای آزمایش شده

قاب	وزن کیلوگرم kg	سختی کیلوگرم میلیمتر kg/mm	تناوب طبیعی (ثانیه)	مقاومت تسلیم (کیلوگرم) kg	حد تغییر مکان ارتجاعی میلیمتر mm	نیروی زلزله (استاتیکی) معادل کیلوگرم kg
F ₁	۹۰۰	۱۷	۰/۴۶	۶۰۰	۳۵	۹۰
F ₂	۹۰۰	۴۲	۰/۳۹	۲۲۰۰	۵۲	۹۰
F ₃	۹۰۰	۷۰۰	۰/۰۷۲	۲۸۰۰	۴	۹۰

حداکثر نیروی زلزله که اغلب آیین‌نامه‌ها برای قابهای فوق بدست می‌دهند حدود یکدهم وزن یعنی ۹۰ کیلوگرم است. بنابراین طبق نظر متعارف چنانچه مقاومت افقی این قابها حدود ۱۲۶ کیلوگرم (۱/۴*۹۰) باشد مقاومت سازه بیش از نیروی پیش‌بینی شده در آیین‌نامه است و سازه باید تاب زلزله‌های مخرب را داشته باشد. حال نظری به رفتار قابهای فوق تحت چند زلزله مخرب با بزرگی بالای ۷ ریشتر بیفکنیم. نتایج این آزمایشها در جدول زیر آمده است.

مقایسه پاسخ لرزه‌های قابهای F₁، F₂ و F₃ با سختیها و مقاومت‌های مختلف^۱

زلزله	شتاب اوج زلزله g	پاسخ ارتجاعی قاب F ₁		پاسخ ارتجاعی قاب F ₂		پاسخ ارتجاعی قاب F ₃	
		شتاب پاسخ g	نیروی زلزله kg	شتاب پاسخ g	نیروی زلزله kg	شتاب پاسخ g	نیروی زلزله kg
مونتنگرو ^۱	۰/۴۶	۲/۹۲	۲۶۲۸	۱/۶۰	۱۴۴۴	۰/۴۲	۳۷۶
طیس ^۲	۰/۹۳	۲/۰۸	۱۸۷۲	۲/۴۸	۲۲۳۳	۰/۸۴	۷۵۳
پارک‌فیلد ^۳	۰/۵۲	۱/۴۸	۱۳۳۲	۱/۱۲	۱۰۲۰	۰/۵۷	۵۱۲
گازلی ^۴	۰/۷۶	۱/۱۲	۱۰۰۸	۲/۲۰	۱۹۸۸	—	—
ال‌سنترو ^۵	۰/۳۴	۱/۴۰	۱۲۶۰	۰/۷۲	۶۶۰	—	—

۱. زلزله مونتنگرو در سال ۱۹۷۹ در یوگوسلاوی سابق، ۲. زلزله طیس در سال ۱۳۵۷، ۳. زلزله پارک‌فیلد در سال ۱۹۶۶ در آمریکا، ۴. زلزله گازلی در سال ۱۹۷۶ در یوگوسلاوی سابق، ۵. زلزله ال‌سنترو در سال ۱۹۴۰ در آمریکا

از جدول فوق این نتایج بدست می‌آید:

۱. فزونی چشمگیر نیروهای زلزله بر مقادیر آیین‌نامه‌ای

دیدیم که نیروی طراحی زلزله برای قابهای مورد آزمایش ۹۰ کیلوگرم است درحالی‌که نیرویی که زلزله‌های مورد بررسی ایجاد می‌کنند خیلی بیشتر می‌باشد. مثلاً زلزله مونتنگرو در قاب F₁ نیرویی برابر ۲۶۲۸ کیلوگرم را بوجود می‌آورد که حدود ۲۹ برابر نیروی آیین‌نامه است. در میان پنج زلزله منتخب، کمترین نیرو را زلزله مونتنگرو در قاب F₃ ایجاد می‌کند که برابر ۳۷۶ کیلوگرم است و حدود ۴ برابر نیروی آیین‌نامه می‌باشد.

^۱ در جدول ۳.۳ نیروی زلزله از ضرب شتاب پاسخ در وزن سر بار قاب (۹۰۰ کیلوگرم) بدست آمده است. از آنجا که اعمال زلزله با شدت ۱۰۰٪ می‌توانست قابها را از حدود ارتجاعی خارج کند، این قابها ابتدا تحت شدتهای کم (مثلاً ۲۵٪) قرار گرفتند تا پاسخ ارتجاعی بدست آید. آنگاه برای تخمین پاسخ قاب به شدت ۱۰۰٪، پاسخ در نسبت ۴ (= ۱۰۰٪ ÷ ۲۵٪) ضرب شد. ذکر این نکته ضروریست که درموردی مشاهده می‌گردد که نیروی زلزله قابهای ... از حد مقاومت ارتجاعی این قابها تجاوز نموده است در عمل چنین چیزی ممکن نیست و این صرفاً پدیده ایست عددی که از تعمیم رفتار خطی در شدتهای بالا حاصل گشته است.

۲. عدم قطعیت در نیروهای زلزله

در آیین‌نامه معمولاً یک چارچوب جزمی برای بارگذاری لرزه‌ای در نظر گرفته شده است. این چارچوب جزمی موجب القاء این شبهه به مهندسان طراح است که نیروی زلزله واقعاً کمیت مشخصی است و آنها با دقت و وسواس تمام تنشها و تغییرشکلهای ناشی از این نیروی خیالی را محاسبه نموده و به محض اینکه این مقادیر در محدوده مجاز قرار گرفت خیالشان از جانب ایستایی لرزه‌ای سازه آسوده می‌گردد و چنانچه این تنشها از مقادیر مجاز فراتر رفت گمان می‌کنند که سازه اصطلاحاً غیر مهندسی بوده و در زلزله‌های شدید باید فرو ریزد درحالی‌که نیروهای زلزله ابدأ در یک چارچوب جزمی نمی‌گنجند. پنج زلزله جدول فوق کم و بیش بزرگی یکسانی داشته‌اند اما تفاوت‌های متعددی دارند که در زیر خلاصه شده است:

الف) شتاب اوج این زلزله‌ها بسیار متغیر است. کمترین آن $0.34g$ (ال‌سنترو) و بیشترین آن $0.93g$ (طبس) می‌باشد. این نشان می‌دهد که روابط ارائه شده بین بزرگی و شتاب زلزله تا چه حد تقریبی‌اند.

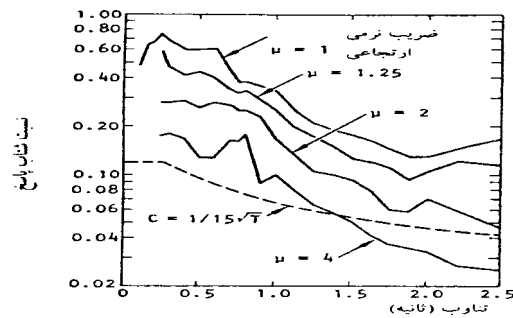
ب) نیروی وارد به یک سازه در زلزله‌های مختلف با بزرگی یکسان متفاوت است. مثلاً نیروی وارد به قاب F_1 از ۸۰۰ کیلوگرم در زلزله گازی تا ۲۶۲۸ کیلوگرم در زلزله مونتنگرو در تغییر است. این تغییر، ارتباط مستقیمی با شتاب اوج زلزله ندارد زیرا شتاب اوج گازی $0.76g$ و شتاب اوج مونتنگرو برابر $0.46g$ است. علاوه بر این تأثیر زلزله‌ها بر سازه‌های مختلف یکسان نیست زیرا مثلاً بیشترین تأثیر بر قاب F_1 با تناوب 0.46 ثانیه (فرکانس $2/2$ هرتز) از زلزله مونتنگرو حاصل شده است (۲۶۲۸ کیلوگرم). درحالی‌که قاب F_2 با تناوب 0.29 ثانیه (فرکانس $3/4$ هرتز) بیشترین تأثیر را از زلزله طبس با نیروی ۲۲۳۳ کیلوگرم پذیرفته است و تأثیر زلزله پارک‌فیلد بر قاب F_2 کمتر از مونتنگرو بوده درحالی‌که در مورد قاب F_3 جریان برعکس است.

پایداری لرزه‌ای سازه

عدم قطعیت نیروهای زلزله از یکسو و فزونی چشمگیر آنها بر مقادیر آیین‌نامه‌ای از سوی دیگر این سؤال را مطرح می‌سازد که سازه‌های موجود چگونه قادرند نیروهای بزرگتر از توان و مقاومت خود را تحمل نمایند و اساساً با این همه پراکندگی و عدم قطعیت چگونه می‌توان برآورد دقیقی از بارگذاری لرزه‌ای داشت. پاسخ این سؤال بسیار مهم را باید در طبیعت لحظه‌ای و آنی نیروی زلزله و توانایی سازه برای پذیرش تغییرشکلهای خمیری و رفتار غلتکی جست.

باید دانست که اگر مقاومت سازه در برابر یک زلزله از نیروی ارتجاعی آن زلزله کمتر باشد سازه وارد حوزه خمیری می‌شود، و میزان ورود به این حوزه که با ضریب شکل‌پذیری μ مشخص می‌شود به نسبت مقاومت سازه به نیروی ارتجاعی زلزله بستگی دارد.

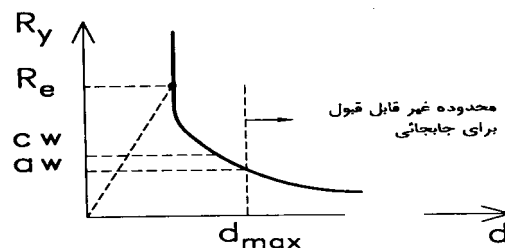
اولین بار که محققان به این واقعیت برخورد کردند به این سؤال پرداختند که به ازاء چه مقدار شکل‌پذیری، نیروهای زلزله با نیروهای آیین‌نامه‌ای برابر می‌شود. آنها طیف غیرارتجاعی زلزله را برای ضرایب شکل‌پذیری مختلف حساب کرده و با طیف طراحی آیین‌نامه مقایسه نمودند که یک نمونه آن در شکل زیر آمده است.



مقایسه طیفهای غیرارتجاعی زلزله ال سنترو با ضریب زلزله آیین نامه یوبی سی
ملاحظه می شود که چنانچه ضریب شکل پذیری سازه های با تناوب بیش از ۱/۵ ثانیه بیش از ۴ باشد نیروی وارد در زلزله ال سنترو از نیروهای آیین نامه امریکا کمتر است درحالی که برای سازه های سخت تر این مقدار شکل پذیری کافی نبوده و ضریب شکل پذیری بزرگتری لازم است، که گاهی به ۷ یا بیشتر می رسد.

مقاومت یک معیار ناکافی

پس از آنکه به نقش شکل پذیری در کاهش نیروهای زلزله پی برده شد، برای توجیه ضوابط آیین نامه چنین عنوان می شود که در تعیین نیروهای زلزله مقدار معینی شکل پذیری در نظر گرفته شده است و برای سازه هایی که فاقد شکل پذیری لازم باشند باید نیروی بیشتری منظور شود و از این رو با اعمال ضریب رفتار کوچکتر تفاوت شکل پذیری سازه های مختلف لحاظ میشود.



تغییرات جابجایی لرزه ای نسبت به مقاومت

۱. اگر مقاومت تسلیم سازه R_y بیش از نیروی ارتجاعی زلزله یعنی R_e باشد، تسلیم رخ نمیدهد و سازه در حوزه ارتجاعی عمل خواهد کرد.
۲. اگر مقاومت تسلیم سازه برابر aw و کمتر از R_e باشد تسلیم رخ می دهد و سازه وارد حوزه خمیری می شود.
۳. a می تواند کمتر یا بیشتر از C باشد یعنی مقاومت سازه می تواند کمتر و یا بیشتر از نیروی آیین نامه شود بشرط آنکه جابجایی بدست آمده قابل قبول باشد و از حدود مجاز فراتر نرود.
۴. بنابراین طراحی لرزه ای برای یک نیروی معین بی معناست و حدود طراحی صرفاً با مقاومت مشخص نمی شود بلکه با دو پارامتر R_y و d_{max} تعیین می گردد و با ارضاء رابطه $d = d_{max}$ می توان R_y را از روی نمودار مزبور بدست آورد. در این صورت نیروی زلزله ممکن است کمتر از CW و یا بیشتر از آن باشد.

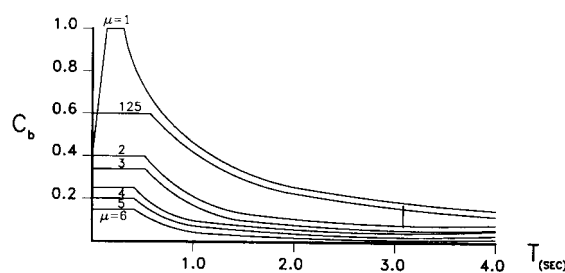
۵. پس تعیین نیروی زلزله در اختیار طراح است زیرا به هر میزان که توانایی طرح را برای پذیرش جابجاییهای جانبی فراهم آورد می‌تواند از نیروی زلزله بکاهد و برعکس.

۶. آنچه در بندهای فوق نیروی زلزله نامیده می‌شود، در واقع نیروی زلزله نبوده و ربطی به زلزله ندارد زیرا در حوزه خمیری حداکثر نیروی وارد با مقاومت تسلیم سازه برابر است، و از این رو این نیرو تابعی از خواص سازه است نه زلزله. پس نیروی زلزله برای هر سازه‌ای که مطابق آیین‌نامه طرح شود با مقاومت تسلیم آن سازه برابر است. چنین نیرویی را می‌توان نیروی اسمی زلزله نامید.

۷. برای سازه‌های با ظرفیت جابجایی خمیری پایین لازم است نیروی طراحی بیشتری در نظر گرفته شود. مثلاً برای ساختمانهای آجری که کلاً ترد بوده و فاقد شکل پذیری‌اند باید نیروی طرح زلزله بیش از نیروی واقعی زلزله باشد تا سازه وارد حوزه غیرارتجاعی نشود.

استفاده از شکل پذیری برای محاسبه نیروی زلزله

دیدیم که مقدار نیروی زلزله را می‌توان به صورت تابعی از نسبت شکل پذیری سازه بیان کرد. آیین‌نامه زلاندنو^۱ برای اولین بار ضریب زلزله C را به شکل تابعی از نسبت شکل پذیری μ بیان کرده است. همانطور که در شکل زیر می‌بینیم، با افزایش نسبت شکل پذیری مقدار ضریب زلزله کاهش می‌یابد.



ضریب زلزله C تابعی از نسبت شکل پذیری μ (ضوابط آیین‌نامه زلزله زلاندنو)

طراحی بر اساس تغییر شکل (عملکرد)

دیدیم که مقاومت یک معیار ناکافی برای طراحی لرزه‌ای است زیرا اغلب سازه‌ها در زلزله‌های قوی تسلیم شده و وارد ناحیه خمیری می‌گردند. بنابراین طراحی برای یک نیروی معین بی‌معناست زیرا در حوزه خمیری حداکثر نیروی وارد بر سازه با مقاومت تسلیم آن برابر است، و در نتیجه نیروی زلزله عملاً تابعی از خواص سازه است و نه زلزله. از این رو نیروی زلزله برای سازه‌هایی که مطابق آیین‌نامه طرح شده باشند با مقاومت تسلیم آنها برابر است. چنین نیرویی را می‌توان نیروی اسمی زلزله نامید. بدین ترتیب اولاً ضریب اطمینان طراحی برابر یک خواهد بود و مطابق تعاریف متداول، سازه فاقد حاشیه ایمنی (ضریب اطمینان بالاتر از یک) است؛ و ثانیاً مشخص نیست که معیار واقعی برای تعیین نیروهای طراحی در اصل چه بوده است.

در دودهمه آخر قرن بیستم تلاش گسترده‌ای توسط محققان به منظور یافتن معیارهای منطقی‌تر برای بارگذاری لرزه‌ای آغاز گردید که تا این زمان ادامه یافته است. در این تلاشها سعی شده است که مقاومت و تغییر شکل سازه باهم و بصورت توأمان در معیار بارگذاری گنجانده شوند که یک نمونه از آن آیین‌نامه زلاندنو

^۱ Code of Practice For General Strutural Design and Design Loadings for Buildings, New Zearnad standard NZS 4203, 1992.

است که دیدید نیروی زلزله بصورت تابعی از ظرفیت شکل پذیری سازه در نظر گرفته می‌شود. در واقع، طراحی بر اساس ضوابط آیین‌نامه مزبور به‌طور صریح تضمین می‌کند که تغییرشکل یک سازه در زلزله از حد مشخصی تجاوز ننماید.

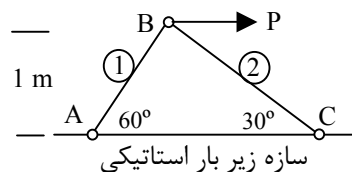
مقاومت معیار طراحی برای بارهای استاتیکی

از زمان پیدایش علم تحلیل سازه و محاسبات سازه‌ای در اواخر قرن هجدهم همواره به نیرو و تغییرشکل بعنوان دو روی یک سکه نگریسته شده است و در نظریه رفتار ارتجاعی سازه‌ها، هر جابجایی قابل تبدیل به نیرو می‌باشد. از این رو، در طول دو قرن گذشته معیارهای طراحی سازه‌ای بر پایه نیرو شکل گرفت و بکار رفت. حتی برای پدیده‌ای مانند تغییر دما که ماهیت آن اصالتاً مبتنی بر تغییرشکل است قالبی نیروگونه ساخته شده است (نیروهای حرارتی). این شیوه نگرش، اگر چه در موارد بسیاری کارا و سودمند بوده است اما در برخی از زمینه‌ها فاقد توجیه علمی و کارایی مهندسی است از جمله در مهندسی زلزله و طراحی لرزه‌ای سازه‌ها.

معیار نیرو بر اصل زیر استوار است:

نیروهای/ایجاد شده هیچ نقطه سازه نباید از حد مقاومت تجاوز نماید. نسبت مقاومت به نیرو باید عددی بزرگتر از یک بنام ضریب اطمینان باشد.

فرض کنیم بخواهیم سازه شکل زیر را بروش متعارف طرح نماییم. در این صورت داریم:



$$P_{AB} = P \cos 60 = 0.5P \quad ; \quad P_{BC} = -P \cos 30 = -0.87P$$

حال اگر به‌طور ساده فرض شود که مقاومت اعضای ۱ و ۲ برابر است با

$$P_{AB}^f = A_1 F_{y1} \quad ; \quad P_{BC}^f = A_2 F_{y2}$$

A_1 و A_2 سطح مقطع، و F_{y1} و F_{y2} تنش تسلیم اعضا هستند. برای این سازه دو حالت شکست وجود دارد: تسلیم عضو ۱ و تسلیم عضو ۲. ضریب اطمینان طراحی در برابر این حالات شکست برابر است با

$$F_{s1} = \frac{P_{AB}^f}{P_{AB}} = \frac{F_{y1}}{P_{AB} / A_1} = \frac{F_{y1}}{\sigma_{AB}} \quad ; \quad F_{s2} = \frac{P_{BC}^f}{P_{BC}} = \frac{F_{y2}}{\sigma_{BC}}$$

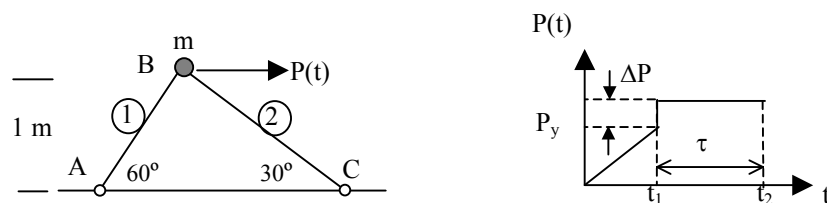
در یک طرح/ایمن، هر دو ضریب اطمینان فوق از یک بزرگترند

اکنون فرض کنیم نیروی وارد به سازه به آهستگی افزایش یابد تا آنکه تنش در اعضا به تنش شکست و ضریب اطمینان F_s به یک نزدیک شود. در لحظه‌ای که F_s مساوی یک شود سازه اصطلاحاً ناپایدار می‌گردد. هر قدر درجه نامعینی سازه کمتر باشد، تعداد اعضایی که می‌توانند ضریب اطمینان واحد داشته باشند (بدون آنکه سازه ناپایدار شود) کمتر است و در یک سازه معین به محض اینکه ضریب اطمینان هریک از اعضا مساوی یک شود، سازه ناپایدار خواهد شد. زیرا در اثر نیروی ثابت P ، تنش ایجاد شده با تنش شکست (و یا تسلیم) مساوی

خواهد شد و سازه شروع به حرکت خواهد نمود و هر لحظه سرعت آن افزایش می‌یابد تا آنکه فرو ریزد. به همین دلیل، در بارهای استاتیکی بهیچوجه نمی‌توان اجازه داد پس از رسیدن سازه به آستانه سازکار تسلیم^۱ ضریب اطمینان برابر یک شود چه در این صورت سازه به‌طور کامل خراب خواهد شد.

عملکرد معیار طراحی برای بارهای دینامیکی

برای روشن شدن تفاوت بنیادی عملکرد سازه زیر اثر بار دینامیکی، سازه قبلی را مجدداً بررسی می‌کنیم. در شکل زیر این سازه با یک جرم متمرکز در نقطه B زیر اثر بار دینامیکی $P(t)$ قرار گرفته است.

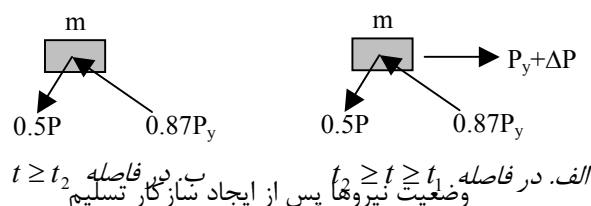


سازه زیر بار دینامیکی

فرض کنیم زمان t_1 بقدر کافی طولانی باشد تا سازه بتواند تغییرشکل متناسب با نیرو را تقریباً همزمان با تغییرات نیرو انجام دهد و در نتیجه در فاصله زمانی t_1 تا t_2 نیروها و تغییرشکلهای سازه در تعادل استاتیکی قرار داشته باشند. اگر فرض شود که ضریب اطمینان هردو عضو سازه در نیروی P_y به یک میرسند، در لحظه t_1 کرنش در هر دو عضو سازه به حد کرنش تسلیم می‌رسند و بدین ترتیب سازکار تسلیم ایجاد می‌شود. از این لحظه به بعد هردو عضو وارد حوزه رفتار خمیری می‌گردند. با فرض رفتار ارتجاعی خمیری کامل برای هردو عضو، وضعیت نیروهای وارد به جرم m به صورت زیر در می‌آید (برای ساده‌تر شدن مطلب در اینجا از اثر نیروی استهلاک چشم پوشی شده که در واقع اصل موضوع را تغییر نمی‌دهد)

با استفاده از رابطه دوم نیوتن رابطه حرکت جسم در فاصله $t_2 \geq t \geq t_1$ عبارت است از:

$$- (0.5P_y) \cos 60 - (0.87P_y) \cos 30 + P_y + \Delta P = ma \quad \text{و یا} \quad m\ddot{v} = \Delta P$$



$$\therefore \dot{v} = (\Delta P / m)t + \dot{v}_{t_1}$$

^۱ یک سازه معین از همان ابتدا در آستانه سازکار تسلیم قرار دارد و با تسلیم هریک از اعضا وارد سازکار تسلیم می‌شود اما یک سازه نامعین پس از تسلیم یک یا چند عضو به آستانه سازکار تسلیم می‌رسد.

چون سازه تا لحظه t_1 در حال تعادل استاتیکی بوده است پس $\dot{v}_{t_1} = 0$. همچنین جابجایی در لحظه t_1 برابر جابجایی تسلیم سازه v_y است، بنابراین جابجایی سازه در جهت افقی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$v = \frac{\Delta P}{2m}(t - t_1)^2 + v_y \quad \text{جابجایی افقی نقطه B پس از رسیدن به تسلیم}$$

پس سرعت و جابجایی در لحظه t_2 برابر است با

$$\dot{v}_{t_2} = \frac{\Delta P}{m} \tau \quad ; \quad v_{t_2} = \frac{\Delta P}{2m} \tau^2 + v_y$$

در لحظه t_2 نیروی خارجی $P(t)$ صفر می‌شود و رابطه دوم نیوتن بصورت زیر در می‌آید.

$$-(0.5P_y) \cos 60 - (0.87P_y) \cos 30 = ma$$

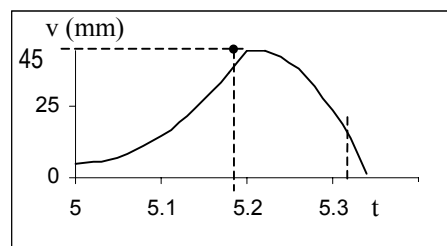
$$\therefore \dot{v} = -\frac{P_y}{m}(t - t_2) + \dot{v}_{t_2} \quad ; \quad v = -\frac{P_y}{2m}(t - t_2)^2 + \dot{v}_{t_2}(t - t_2) + v_{t_2}$$

و یا

$$\dot{v} = -\frac{P_y}{m}(t - t_2) + \frac{\Delta P}{m} \tau$$

$$v = -\frac{P_y}{2m}(t - t_2)^2 + \frac{\Delta P}{m} \tau(t - t_2) + \frac{\Delta P}{2m} \tau^2 + v_y$$

اگر فرض کنیم m و P_y و ΔP بترتیب برابر ۱۰، ۵ و ۲ تن باشند، و t_1 و t_2 برابر ۵ و ۵/۲ ثانیه، و جابجایی تسلیم v_y برابر ۵ میلیمتر باشد، آنگاه از رابطه فوق جابجایی خمیری سازه زیر اثر نیروی دینامیکی به ۴۵ میلیمتر می‌رسد. سرعت جرم m در این لحظه ($t_2 = 5/2$) برابر ۴۰۰ میلیمتر بر ثانیه و دارای انرژی جنبشی ۸۰۰ ژول است. در این لحظه نیروی دینامیکی صفر شده و نیروی مقاومت سازه شروع به جذب انرژی جنبشی می‌کند تا آنکه مطابق شکل زیر در لحظه $t = 5/33$ جابجایی سازه تا حد جابجایی تسلیم (۵ میلیمتر) کاهش یافته و سازه دوباره وارد حوزه رفتار ارتجاعی می‌شود.



جابجایی افقی B زیر اثر بار دینامیکی

اکنون اگر بخواهیم وضعیت سازه مزبور را با معیار طراحی بارهای استاتیکی بسنجیم از آنجا که نیروی وارد به سازه از حد مقاومت آن تجاوز نموده سازه معیار ایمنی را ارضا نمی‌کند و باید تقویت شود، درحالی‌که مثال فوق بخوبی نشان داد که سازه پایداری خود را از دست نداده است و فقط برای مدت کوتاهی در حوزه غیرارتجاعی تغییر شکل داده و سپس به حالت ارتجاعی خود بازگشته است. در این صورت، چنانچه مقدار جابجایی ایجاد شده در سازه در اثنای بارگذاری بر روی عملکرد سازه اثر شدیدی نگذارد دلیلی وجود ندارد که در چارچوب معیار

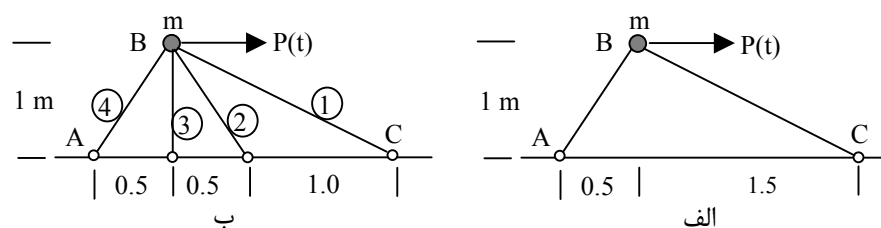
بارگذاری استاتیکی باقی بمانیم. در این صورت این سؤال پیش می‌آید که: برای ضریب اطمینان چه تعریف جدیدی می‌توان ارائه نمود؟

به نظر می‌رسد برای بارهای دینامیکی باید معیارهای مبتنی بر تغییرشکل را جایگزین معیارهای مبتنی بر نیرو نمود. تعریف جدیدی که می‌توان برای ضریب اطمینان در بارگذاری دینامیکی ارائه نمود عبارت است از نسبت ظرفیت تغییرشکل سازه به تغییرشکل ایجاد شده در حین بارگذاری. بدین ترتیب

$$F_{si} = \frac{\varepsilon_{ui}}{\varepsilon_i} > 1 \quad \text{ضریب اطمینان عضو } i \text{ ام}$$

که در آن ε_i و ε_{ui} به ترتیب ظرفیت تغییرشکل عضو i ام و تغییرشکل ایجاد شده در این عضو در اثر بارگذاری می‌باشند. در بارگذاری استاتیکی ε_{ui} تغییرشکل تسلیم (یا شکست) است و در بارگذاری دینامیکی تغییرشکل انهدام^۱.

مثال یک جرم ۵۰ تنی باید در ارتفاع ۱ متر از سطح زمین نگهداشته شود و برای اینکار مجازیم از یک سازه خرپا مانند استفاده کنیم که حداقل دو پایه آن مطابق شکل زیر در نقاط A و C قرار گرفته باشد. جرم مزبور زیر اثر یک نیروی دینامیکی $P(t) = m\ddot{g}(t)$ قرار دارد که $\ddot{g}(t)$ شتابنگاشت زلزله ال سنتر و ۱۹۴۰ با شتاب اوج ۱g است. اعضای فولادی دارای رفتار پسماند ارتجاعی خمیری کامل با تنش تسلیم 2400 kg/cm^2 می‌باشند. ظرفیت تغییرشکل انهدام اعضا ۳ برابر تغییرشکل تسلیم است. ضریب اطمینان طراحی را برابر ۱/۵ فرض و سازه را طرح نمایید. از اثر استهلاک صرف نظر شود.



سازه نگهدارنده جرم ۵۰ تنی

حل. از آنجا که مجازیم در فاصله AC پایه‌های دیگری را در صورت لزوم قرار دهیم، دو پایه دیگر مطابق شکل ب به صورت آزمایشی قرار می‌دهیم و طراحی را با این خرابی چهار عضوی آغاز می‌کنیم. ابتدا ضریب شکل پذیری هدف μ_{tg} را محاسبه می‌کنیم.

$$F_{si} = \frac{\varepsilon_{ui}}{\varepsilon_i} \quad \therefore \varepsilon_i = \frac{\varepsilon_{ui}}{F_{si}} = \frac{3\varepsilon_y}{1.5} = 2\varepsilon_y \quad \therefore \mu_{tg} = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_y} = 2$$

برای رعایت ضوابط ایمنی باید ضریب شکل پذیری همه اعضا از μ_{tg} کمتر باشد. چون پیشاپیش جواب مسأله معلوم نیست، از نقطه زیر آغاز می‌کنیم:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 1 \text{ cm}^2$$

^۱ تغییر شکل انهدام الزاماً به معنی انهدام سازه‌ای نیست. در بسیاری از موارد، سازه می‌تواند تغییر شکلهای بزرگتری را نیز تحمل نماید اما در اثر این تغییرشکلهای قابلیت بهره‌برداری مجموعه و تأسیسات آن کاهش می‌یابد. دیوارها و تیغه‌های داخلی و نما شدیداً آسیب می‌بینند و بالاخره اثر وزن (p-Δ) ممکن است باعث ناپایداری شود و یا عملکرد مجموعه یا تأسیسات آن دچار اختلال شود، و نتیجتاً همه اینها می‌توانند به عنوان عوامل مؤثر بر تعیین ظرفیت تغییر شکل سازه بشمار آیند.

A₁ و ... سطح مقطع اعضا می‌باشند. سازه به صورت دینامیکی تحلیل زمانی^۱ گردید (با فرض استهلاک صفر) و تغییر طول و کرنش حداکثر، و ضریب شکل پذیری هر عضو محاسبه شد.

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta L_i}{L_i} \quad ; \quad \mu_i = \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_y} \quad ; \quad \varepsilon_y = \frac{F_y}{E_y} = \frac{2400}{2 \times 10^6} = 1200 \times 10^{-6}$$

با توجه با بزرگی نیروی دینامیکی و کوچک بودن مقاطع اولیه، همانطور که پیش‌بینی می‌شد، ضریب شکل پذیری بدست آمده برای اعضا بسیار بزرگتر از ضریب شکل پذیری هدف بود. در نتیجه سطح مقطع اعضا به یک نسبت افزایش یافت تا ضریب شکل پذیری کاهش یابد و در محدوده مجاز قرار گیرد. پس از چند دور تحلیل، بالاخره نتایج جدول زیر بدست آمد.

سطح مقطع و ضریب شکل پذیری اعضا

عضو	۱	۲	۳	۴
مساحت cm ²	۱۰۱/۲	۱۰۱/۲	۱۰۱/۲	۱۰۱/۲
ضریب شکل پذیری	۱/۳۳	۱/۰۳	۰/۹۴	۱/۹۹
وزن سازه (kg)	۴۰۰			

می‌بینیم که همه اعضا ضابطه ایمنی را ارضا کرده‌اند زیرا ضریب شکل پذیری آنها کمتر از μ_{tg} است. بدین ترتیب این طراحی بر اساس عملکرد (تغییر شکل مجاز) صورت پذیرفته است.

اعضای کنترل شونده توسط نیرو و تغییر مکان

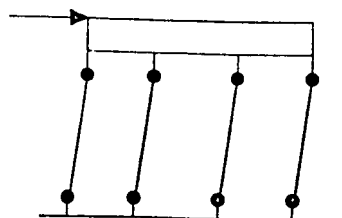
ایده زنجیر ایمن (تسلیم هدایت شده)

پاولی عملکرد سازه در زلزله را به رفتار یک زنجیر تشبیه میکند که دارای دو نوع حلقه است: حلقه‌های ترد ارتجاعی و حلقه‌های نرم که می‌توانند تسلیم شوند^۲. حلقه‌های ترد باید طوری طرح شوند که تحت بار زلزله از حوزه ارتجاعی خارج نشوند. برای این منظور لازم است مقاومت حلقه‌های نرم کمتر باشد تا فرآیند تسلیم به‌طور هدایت شده در این حلقه‌ها متمرکز گردد و حلقه‌های ترد از گزند زلزله آسیب نبینند. این ایده در ضوابط زلزله آشتو برای طرح پل مورد استفاده قرار گرفت بدین ترتیب که برای پرهیز از حالت‌های شکست ترد نظیر شکست محوری و برشی ستون و اتصالات، و به منظور هدایت تسلیم به سمت تشکیل لولای خمیری در ستونها، ضریب رفتار برای محاسبه نیروی اتصالات و نیروهای محوری و برشی در ستون برابر یک در نظر گرفته می‌شود درحالی‌که برای محاسبه لنگر خمشی ستونها ضریب رفتار ۵ پیشنهاد شده است. بدین ترتیب می‌توان تضمین کرد که در هنگام زلزله با وقوع سازکار خمشی، از وقوع حالت‌های شکست نامطلوب در اتصالات و اعضا جلوگیری خواهد شد.

^۱ time history

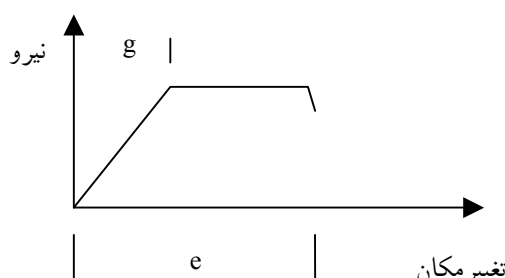
^۲ نظرات پاولی را در مورد ایده زنجیر ایمن می‌توان در مقاله زیر مطالعه کرد:

Paulay, T, 1995, The philosophy and applications of capacity design, 2nd Intl Conf. On Seismology and Earthquake Eng., May 15-17, Tehran.



حالت تسلیم هدایت شده در پل بر اساس ضوابط آشتو

در آیین نامه بهسازی اعضای ترد و نرم با عنوان اعضای کنترل شونده توسط نیرو و اعضای کنترل شونده توسط تغییر مکان معرفی شده اند. این دسته بندی عمدتاً به رفتار نیرو- تغییر مکان عضو بستگی دارد و طبق شکل زیر با نسبت e/g مشخص میشود بطوریکه برای نسبتهای کمتر از ۲ برای اعضای سیستم لرزه بر، عضو ترد و برای نسبتهای بیشتر عضو نرم محسوب میگردد.



اساس روش طراحی براساس عملکرد این است که در زلزله مورد نظر:

۱. نیرو در اعضای ترد به حد مقاومت عضو نرسد
۲. جابجایی در اعضای نرم به حد ظرفیت جابجایی عضو نرسد

می بینیم که این شرایط عیناً مانند شرایط پاولی در فلسفه زنجیر ایمن است.

برای ایجاد این شرایط، سازه در معرض زلزله قرار میگیرد و اجازه می یابد تا وارد حیطه غیرخطی شده و تسلیم در اعضای نرم رخ دهد (ایجاد سازکار تسلیم در سازه). در این حالت، مقدار نیرو در اجزای ترد (که قرار نیست تسلیم شوند) محاسبه و با مقاومت عضو مقایسه میگردد. مقدار نیرو نباید از مقاومت عضو، با در نظر گرفتن ضرایب اطمینان لازم، بیشتر شود. در اینجا در محاسبه مقاومت، برای اطمینان بیشتر حد پایین در نظر گرفته میشود. همچنین مقدار تغییر شکل در اعضای نرم محاسبه و با تغییر شکل مجاز عضو مقایسه میگردد. تغییر شکل مجاز اعضای مختلف در جداول مربوط در دستورالعمل بهسازی ارائه شده است. باید توجه داشت که با توجه با آنچه تاکنون بیان گردید:

۱. کنترل نیروی ایجاد شده با مقاومت عضو نرم بی معناست زیرا اساس عملکرد مطلوب در زلزله‌های شدید، ایجاد یک سازکار تسلیم مناسب در سازه است که بکمک تسلیم اعضای نرم حاصل می‌گردد. پس عملاً نیروی ایجاد شده در تعدادی از اعضای نرم به حد مقاومت تسلیم این اعضا خواهد رسید و این امر نه تنها به معنی تخریب سازه نیست بلکه وسیله ایست برای جلوگیری از تخریب و انهدام سازه در زلزله.

۲. در مدهای شکست ترد، در هر حالت نیروی ایجاد شده باید کمتر از مقاومت باشد حتی در اعضای نرم. به عنوان نمونه، در یک اعضای خمشی (تیرها) قاب بتنی، اگر چه لنگر ایجاد شده ممکن است به حد مقاومت خمشی عضو برسد (تسلیم خمشی تیر) و بنا براین کنترل عضو بر اساس مقاومت نخواهد بود بلکه میزان تغییرشکل خمشی آن با مقدار مجاز مقایسه می‌شود، اما با توجه به ترد بودن مد شکست برشی، نیروی برشی ایجاد شده در عضو باید از مقاومت برشی مجاز تیر کمتر باشد.

کلیات روش طراحی عملکردی

در اینجا به تشریح کلیات روش طراحی عملکردی در دستور العمل بهسازی می‌پردازیم. محورهای اصلی عبارتند از:

۱. تعیین هدف بهسازی براساس سطح عملکرد

هدف بهسازی با توجه به مقتضیات اقتصادی و عملکردی ساختمان و با نظرخواهی از کارفرما تعیین می‌شود. سطوح عملکرد اجزای سازه‌ای بترتیب (از خوب به بد) عبارتند از:

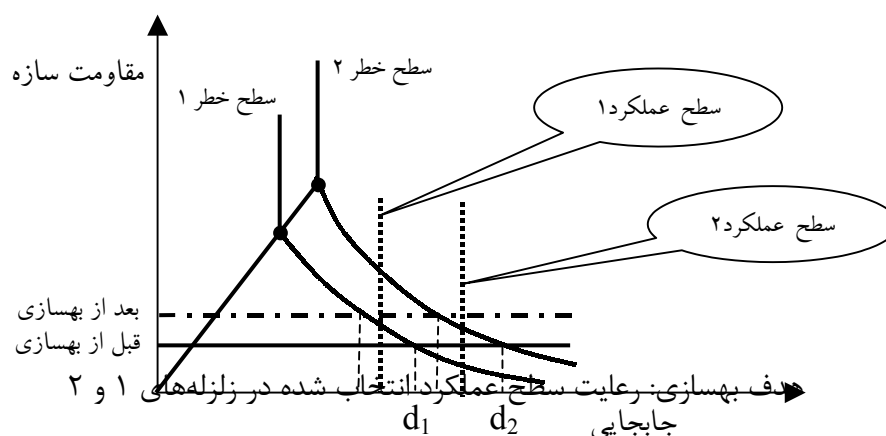
قابلیت استفاده بی وقفه، خرابی محدود، ایمنی جانی، ایمنی جانی محدود، آستانه فرو ریزش، سطح عملکرد لحاظ نشده. در واقع، سطح عملکرد به نوعی تابعی از میزان جابجایی سازه است و هر قدر جابجایی سازه در زلزله بیشتر شود، سطح عملکرد سازه تنزل می‌یابد. در زلزله‌های خفیف جابجایی سازه کوچک است و اجزای سازه دچار خرابی نمی‌شوند و سازه قابلیت/استفاده بی وقفه را دارد. با افزایش شدت زلزله و به تبع آن زیاد شدن جابجایی سازه، سطح عملکرد سازه کاهش می‌یابد و خرابیهای سازه‌ای گسترش می‌یابد تا آنجا که در سطح ایمنی جانی، سازه بطور قابل ملاحظه‌ای دچار آسیب می‌شود اما میزان آسیب در حدی نیست که منجر به خسارت جانی شود. در آستانه فرو ریزش شدت زلزله افزایش یافته و شدت خرابیهای سازه‌ای بسیار زیاد است و ساختمان در آستانه فروریزی است.

ملاحظه می‌شود که عملکرد سازه بستگی به شدت زلزله دارد. از آنجا که احتمال وقوع برای زلزله‌های شدید کم، و برای زلزله‌های خفیف زیاد است، سطوح عملکرد متفاوتی بر حسب احتمال وقوع زلزله اختیار می‌شود و هدف بهسازی نامیده می‌شود. دستورالعمل بهسازی شش دسته هدف را مشخص نموده است: بهسازی موضعی، بهسازی محدود، بهسازی مبنا، بهسازی مطلوب، بهسازی ویژه.

برای تعیین هدف بهسازی دو زلزله در نظر گرفته می‌شود: زلزله سطح خطر ۱ با میانگین رخداد ۴۷۵ سال (معادل احتمال رخداد ۱۰٪ در ۵۰ سال)، و زلزله سطح خطر ۲ با میانگین رخداد ۲۴۷۵ سال (معادل احتمال رخداد ۲٪ در ۵۰ سال).

در بهسازی مبنا انتظار می‌رود تحت زلزله سطح خطر ۱ ایمنی جانی تأمین و برای زلزله سطح خطر ۲ عملکردی در نظر گرفته نشده است. در بهسازی مطلوب علاوه بر تأمین ایمنی جانی در زلزله سطح خطر ۱، سطح عملکرد آستانه فرو ریزی برای زلزله سطح خطر ۲ در نظر گرفته شده است. هدف سطوح عملکرد متفاوت سازه در زلزله‌های با سطح خطر ۱ و ۲ بطور نمادین در شکل زیر نشان داده شده است. ملاحظه می‌گردد که در زلزله

خفیفتر (سطح خطر ۱) جابجایی سازه کمتر است و در نتیجه دارای سطح عملکرد بهتری است در حالیکه در زلزله شدیدتر (سطح خطر ۲) جابجایی افزایش یافته و سطح عملکرد تنزل یافته است. مقاومت سازه قبل از بهسازی برای تأمین سطوح عملکرد در هدف مورد نظر کافی نیست و جابجایی سازه از محدوده عملکرد تجاوز میکند (d_1 و d_2). پس از بهسازی، مقاومت سازه افزایش یافته و تغییر شکل سازه به کمتر از حدود مجاز تنزل می‌یابد و در نتیجه سطح عملکرد مورد انتظار تأمین میشود.



۲. برآورد سطح خطر زلزله

تحریک زلزله به شکل شتابنگاشت یا طیف محاسبه میشود. برای اینکار روشهای مختلفی وجود دارد: میتوان با استفاده از اطلاعات مربوط به منابع لرزه زای منطقه و مشخصات خاک، حداکثر تحریک ایجاد شده در محل پروژه مورد نظر را برحسب میزان احتمال مورد نظر برآورد نمود (مطالعات ساختگاهی). طبق توصیه دستورالعمل بهسازی برای تعیین هدف بهسازی دو زلزله در نظر گرفته میشود: زلزله سطح خطر ۱ با میانگین رخداد ۴۷۵ سال (معادل احتمال رخداد ۱۰٪ در ۵۰ سال)، و زلزله سطح خطر ۲ با میانگین رخداد ۲۴۷۵ سال (معادل احتمال رخداد ۲٪ در ۵۰ سال). بنا به توصیه دستورالعمل بهسازی، برای زلزله سطح ۱ میتوان از زلزله طرح در آیین نامه ۲۸۰۰ استفاده کرد.

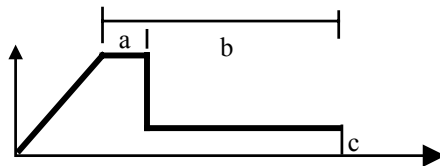
۳. مدلسازی ساختمان

الف. مدل ساختمان ساخته میشود. در این مدل اعضا به دو دسته اصلی و غیراصلی تقسیم میشوند. اعضای سیستم لرزه‌بر به عنوان عضو اصلی و سایر اعضا به عنوان عضو غیر اصلی شناخته میشوند. اعضای غیراصلی شامل اعضای میشوند که فقط بارهای وزنی به آنها وارد میشود، و یا بارهای زلزله نیز به آنها وارد میشود اما در طراحی روی مقاومت آنها در برابر زلزله حساب نمیکنیم^۱.

ب. مدل نیرو-جابجایی اعضای اصلی و غیراصلی با توجه به شرایط مذکور در دستورالعمل بهسازی و پارامترهای داده شده انتخاب میگردد. همانطور که قبلاً گفته شد این اعضا، با توجه به رفتارشان به دو گروه ترد (کنترل شونده توسط نیرو) و نرم (کنترل شونده توسط تغییرمکان) تقسیم میگردند. پارامترهای مدل رفتار اجزا پس از

^۱ نمونه آن اعضای قاب یک سیستم دوگانه شامل قاب خمشی و دیوار برشی است که در آن اگر چه قاب هم در برابر زلزله مقاومت میکند اما طراح به دلایلی مایل است فقط دیوار برشی را در محاسبات منظور کند.

رسیدن به تسلیم (a, b, c) در جداول مربوطه داده شده است و بر حسب مشخصات اجزای مورد نظر میتوان این پارامترها را انتخاب و وارد مدل رایانه‌ای نمود. پارامتر c مقاومت کاهش یافته عضو پس از تسلیم میباشد.



مدل نیرو - جابجایی اعضا با توجه به میزان افت مقاومت پس از تسلیم و ظرفیت جابجایی خمیری و نهایی آنها انتخاب و در برنامه رایانه‌ای بکار میروند. این مدل همچنین در تعیین نوع عضو (ترد یا نرم) نیز مورد استفاده قرار میگیرد

۴. مشخص کردن روش تحلیل از نظر خطی یا غیرخطی بودن

روش خطی: اگر سازه از مقاومت بالایی برخوردار باشد بطوریکه نسبت نیرو به مقاومت DCR در تمام اعضا کمتر از ۲ باشد دستور العمل بهسازی استفاده از روشهای خطی (استاتیکی و دینامیکی) را مجاز دانسته است. البته باید توجه داشت که ساختمانهایی که در ایران برای بهسازی مورد مطالعه قرار میگیرند کمتر امکان دارد در این دسته قرار گیرند زیرا حتی در ساختمانهایی که طراحی آنها براساس آیین نامه ۲۸۰۰ انجام شده باشد نسبت DCR خیلی کمتر از ۲ است چه رسد به ساختمانهایی که معمولاً ضوابط آیین نامه ۲۸۰۰ را رعایت نکرده‌اند. در هر حال، چنانچه استفاده از تحلیل خطی مجاز باشد، آنگاه دستورالعمل بهسازی مانند آیین نامه‌های موجود، کاهش نیروی زلزله را مجاز دانسته است و همانطور که در این آیین نامه‌ها نیروی زلزله با اعمال ضریب رفتار R نیروی زلزله بطور غیر واقعی کاهش می‌یابد، در دستورالعمل بهسازی نیز با اعمال ضرایب m مقاومت اعضا بطور غیرواقعی افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر در آیین نامه‌های متعارف داریم

$$Q \geq \frac{P_E}{R}$$

در حالی که در دستورالعمل بهسازی داریم

$$mQ \geq R$$

مقدار m برای اجزای مختلف سازه بر حسب هدف بهسازی و سطح عملکرد سازه در دستورالعمل بهسازی داده شده است که یک نمونه از جداول مربوطه در صفحه بعد نشان داده شده است.

روش غیرخطی: تقریباً قریب به اتفاق ساختمانهای مورد مطالعه با این روش تحلیل میشوند چون شرایط تحلیل خطی را ارضا نخواهند کرد. در واقع هدف دستور العمل بهسازی نیز این بوده است که از روش غیرخطی استفاده شود زیرا با روش خطی نمیتوان تسلیم سازه و مقدار تغییر شکل ایجاد شده در اعضا را در زلزله‌های مخرب محاسبه نمود. روش خطی را میتوان به دو شکل استاتیکی و دینامیکی انجام داد که بعداً بدان خواهیم پرداخت.

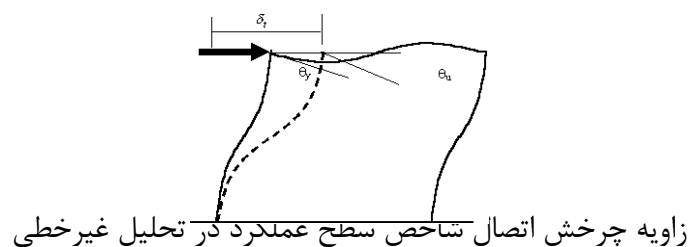
۵. برآورد نیروها و جابجاییهای غیرارتجاعی و مقایسه با معیارهای پذیرش

مدل ساخته شده سازه زیر اثر تحریک زلزله قرار میگیرد و نیروها و جابجاییهای غیرارتجاعی در یک تحلیل غیرخطی مشخص میشوند. اعضا با توجه به دسته بندی ترد و نرم با معیار پذیرش مربوطه مقایسه میشوند.

معیار پذیرش اعضای ترد و حالت‌های شکست ترد: همانطور که قبلاً نیز بیان شد، معیار پذیرش برای اعضای ترد، مقاومت این اعضا است بطوریکه نیروی ایجاد شده نباید از مقاومت مجاز عضو تجاوز کند. این موضوع شامل

حالت‌های شکست ترد در اعضا نرم نیز میشود و در واقع نیروی ایجاد شده برای ایجاد شکست ترد نباید از مقاومت مجاز نظیر بیشتر باشد.

معیار پذیرش/اعضای نرم: معیار پذیرش اعضای نرم به صورت تغییرشکل مجاز بیان شده است بطوریکه تغییر شکل ایجاد شده در عضو نرم نباید از تغییرشکل مجاز آن تجاوز کند. تغییرشکل مجاز اعضای مختلف در دستورالعمل بهسازی در جداول مخصوص در قالب حداکثر چرخش اتصال، حداکثر کشیدگی عضو کششی و حداکثر دوران گره خمیری در اعضای خمشی (تیر، ستون، دیوار برشی) ارائه شده است. معیار پذیرش هر عضو، علاوه بر مشخصات آن عضو، بستگی به نوع سازه نیز دارد و جداول مربوطه برای قابهای خمشی فولادی، قابهای بادبنددار، قابهای بتنی، و ... در بخشهای مختلف دستورالعمل بهسازی داده شده است.



۶. بهسازی

در صورتیکه معیارهای پذیرش ارضا نشود باید سازه بهسازی شود. بهسازی در حالت کلی به صورت زیر قابل انجام است:

- الف. افزایش مقاومت سازه
- ب. افزایش سختی سازه
- پ. افزایش شکل پذیری سازه

افزایش مقاومت اعضای ترد مستقیماً روی معیار پذیرش تأثیر مثبت دارد و باعث میشود که معیار پذیرش بهتر ارضا شود زیرا برای اعضای ترد معیار پذیرش عبارت است از:

$$\text{مقاومت مجاز عضو} \leq \text{نیروی ایجاد شده}$$

افزایش مقاومت اعضای نرم مستقیماً روی معیار پذیرش تأثیری ندارد اما اگر با افزایش مقاومت، سختی نیز زیاد شود ممکن است جابجایی سازه کاهش یافته و در نتیجه تغییرشکل اعضا نیز کم شود و بدین ترتیب معیار پذیرش عضو بهتر ارضا شود زیرا در اعضای نرم معیار پذیرش عبارت است از:

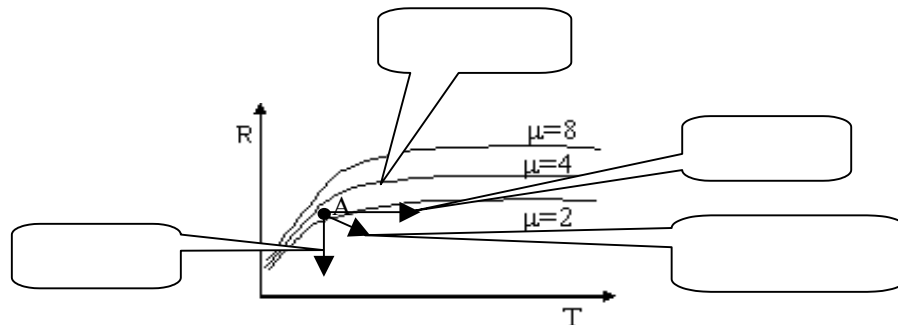
$$\text{تغییرشکل مجاز عضو} \leq \text{تغییرشکل ایجاد شده}$$

افزایش سختی سازه جابجایی کلی را کاهش میدهد و باعث کاهش نیرو در اعضای ترد، و کاهش تغییرشکل در اعضای نرم شده و در نتیجه معیار پذیرش در آنها بهتر ارضا میشود. در واقع، میتوان میتوان بدون افزایش مقاومت، سختی سازه را اضافه کرد. به عنوان مثال برای یک مقاومت جانبی یکسان اگر از دیوار برشی بجای قاب خمشی استفاده کنیم، سختی را افزوده و از جابجایی کلی سازه کاسته‌ایم.

نوع دیگری از اصلاح سازه، افزایش شکل پذیری است. با افزایش شکل پذیری، عملاً تغییر شکل مجاز افزایش می‌یابد و در نتیجه معیار پذیرش بهتر میشود زیرا برای اعضای نرم داریم

تغییر شکل مجاز عضو $\leq$ تغییر شکل ایجاد شده

افزایش شکل پذیری به شکلهای مختلف امکان پذیر است. مثلاً با کاهش فاصله تنگها در تیر و ستون در ناحیه مجاور گره، عملاً شکل پذیری افزایش می‌یابد بدون آنکه مقاومت و سختی تغییر چندانی کرده باشند. همانطور که در شکل می‌بینیم، از نقطه نا ایمن A میتوان با افزایش شکل پذیری، سختی، مقاومت، و یا ترکیب آنها سازه را ایمن نمود.

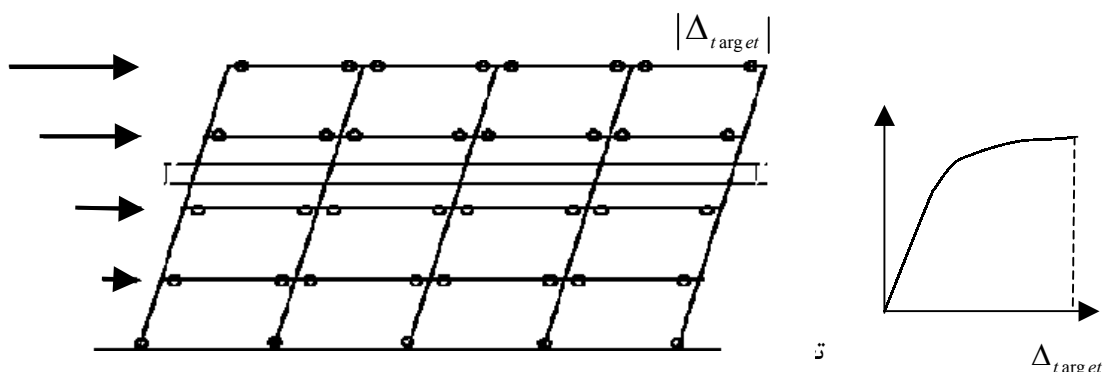


۷. تکرار مرحله ۵ تا آنجا که معیارهای پذیرش ارضا شوند.

روشهای تحلیل غیر خطی

تحلیل استاتیکی بار افزون^۱

در این روش بار جانبی با یک الگوی معین (مثلاً بار مثلثی) به سازه به آرامی به سازه وارد میشود و سازه اجازه می‌یابد تا اندک اندک تسلیم شود (تسلیم متوالی اجزای مختلف). این بارگذاری تا آنجا ادامه می‌یابد که جابجایی نقطه شاخص سازه به حد جابجایی هدف برسد. معمولاً بام به عنوان نقطه شاخص انتخاب میشود و با رسیدن بام به حد جابجایی هدف، تحلیل متوقف میگردد.



تحلیل

جابجایی هدف

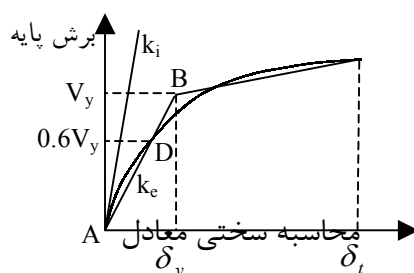
برای محاسبه جابجایی هدف، دستورالعمل بهسازی رابطه زیر را پیشنهاد میکند:

$$\Delta_{target} = \delta_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g$$

که در آن T_e زمان تناوب اصلی مؤثر ساختمان مطابق رابطه زیر برای امتداد مورد نظر میباشد.

$$T_e = T_i \sqrt{\frac{k_i}{k_e}}$$

که T_i زمان تناوب اصلی ساختمان با فرض رفتار خطی است و مطابق شکل زیر k_i سختی جانبی ارتجایی و k_e سختی معادل میباشد^۱.



C_0 ضریب اصلاح برای ارتباط جابجایی طیفی سیستم تکدرجه به جابجایی بام سیستم چنددرجه است که برابر یکی از مقادیر زیر اختیار میشود:

- ضریب مشارکت مد اول

- مقادیر تقریبی زیر به نقل از جدول ۲-۳ دستورالعمل بهسازی

مقدار ضریب C_0

تعداد طبقه	ساختمان برشی ^۲		سایر ساختمانها
	توزیع بار یکنواخت	توزیع شبه مثلثی یوپی سی ^۳	هرنوع توزیع بار
۱	۱	۱	۱
۲	۱/۲	۱/۱۵	۱/۲

^۱ برای محاسبه سختی مؤثر k_e و برش تسلیم مؤثر V_y نقطه B آنچنان انتخاب میشود که سطح زیر منحنی با سطح زیر نمودار دوطبقی برابر شود، و طول پاره خط AD برابر $0.6AB$ باشد.

^۲ نگارنده مقدار $N^{0.26}$ را برای ساختمانهای برشی بدست آورده است (N تعداد طبقه) که برای شرح بیشتر میتوان مراجع زیر را مطالعه کرد

حسن مقدم، مهندسی زلزله، مبانی و کاربرد، انتشارات فراهنگ، چاپ دوم، ۱۳۸۲، صفحه ۱۸۸
Moghaddam, H., Mohammadi, R. K., 2000, Ductility Reduction Factor of MDOF shear-building structures, J. of Earthquake Eng., Vol. 5, No 1 (2000), 1-16.

^۳ این توزیع از رابطه زیر بدست می آید: $F_i = \frac{w_i h_i^k}{\sum_{j=1}^n w_j h_j^k} V$ که در آن $k = 0.5T + 0.75$ برای زمان تناوب اصلی T کوچکتر یا مساوی ۰/۵ ثانیه مقدار k برابر ۱ و برای T بزرگتر یا مساوی ۲/۵ ثانیه k برابر ۲ میباشد.

۱/۳	۱/۲	۱/۲	۳
۱/۴	۱/۲	۱/۳	۵
۱/۵	۱/۲	۱/۳	۱۰ و بیشتر

ضریب C_1 از رابطه زیر حساب میشود

$$C_1 = 1 \quad T_e \geq T_0$$

$$C_1 = \frac{\left[1 + (R-1) \frac{T_0}{T_e} \right]}{R} \quad T_e < T_0$$

که $R = \frac{S_a}{V_y / W} C_m$ که S_a شتاب طیفی به ازای زمان تناوب اصلی مؤثر T_e ، و C_m ضریب جرم مؤثر مد اول

است که میتوان از تحلیل دینامیکی یا جدول زیر بدست آورد

مقدار ضریب C_m

تعداد طبقه	قاب خمشی یا بادبندی شده (بتنی یا فولادی)	سازه با دیوار برشی	سایر سیستمهای ساختمانی
یک یا دو	۱	۱	۱
سه و بیشتر	۰/۹	۰/۸	۱

مقدار C_1 در هر حال نباید از ۱ کمتر و از ۱/۵ بیشتر باشد

ضریب C_2 اثرات کاهندگی (کاهش سختی و مقاومت) اعضای سازه‌ای را منظور میکند و به نقل از جدول ۳-۳ دستورالعمل بهسازی از جدول زیر بدست می‌آید

ضریب C_2

سطح عملکرد	$T \leq 0.1$		$T \geq T_0$	
	قاب نوع ۱	قاب نوع ۲	قاب نوع ۱	قاب نوع ۲
قابلیت استفاده بی وقفه	۱	۱	۱	۱
ایمنی جانی	۱/۳	۱	۱/۱	۱
آستانه فروریزش	۱/۵	۱	۱/۲	۱

برای مقادیر T بین ۰/۱ و T_0 از درون یابی خطی استفاده میشود. قاب نوع ۱ شامل سیستمهای سازه‌ای است که در آنها بیش از ۳۰٪ بار جانبی توسط اعضای حمل میشود که هنگام زلزله صدمه می‌بینند. قابهای خمشی معمولی، قابهای مهاربندی شده همگرا، قابهای با اتصالات نیمه گیردار، قابهای با بادبند لاغر که فقط برای کشش طراحی شده‌اند، دیوارهای بنایی غیرمسلح و دیوارهای غیرشکل‌پذیر در برش از این نوع میباشند.

ضریب C_3 برای سازه‌هایی که شیب نمودار نیرو-تغییر مکان آنها پس از تسلیم، α ، دارای شیب مثبت است برابر ۱ و چنانچه این شیب منفی باشد از رابطه زیر حساب میشود

$$C_3 = 1 + \frac{|\alpha| + (R - 1)^{1.5}}{T_e}$$