

آنالیز پایداری سازه‌های دیوار برشی کوپل

رضا رهگذر، حامد صفاری، محسن راتق

بخش مهندسی عمران دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان

چکیده

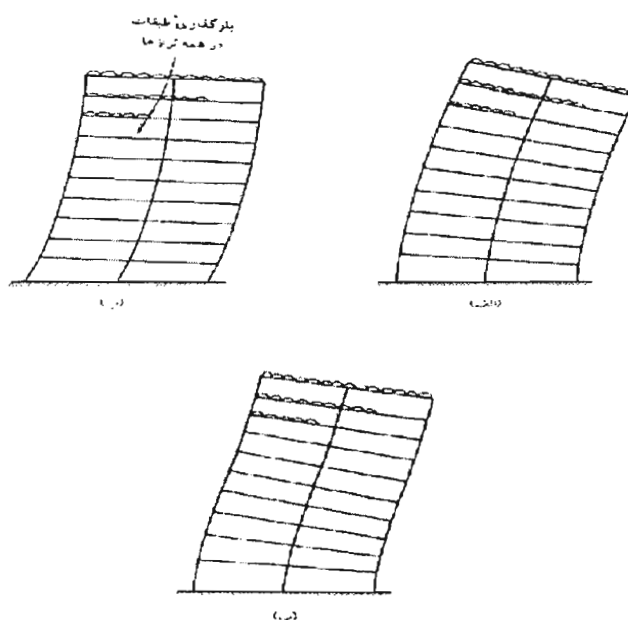
آنالیز پایداری سازه‌های دیوار برشی کوپل از دو نظر عمده قابل توجه است. اول آنکه نتایج این آنالیز را می‌توان به‌طور مستقیم در آنالیز مرتبه دوم به‌کار برد و دیگر آنکه از آنجا که این سازه‌ها به‌عنوان نماینده‌ای از مجموعه‌های مختلط خمشی هستند که در ترکیبی از موده‌های خمشی و برشی تغییر شکل می‌دهند، لذا می‌توان نتایج آنرا به دیگر مجموعه‌های مهاربندی جانبی بسط داد. در این مقاله، روشی جهت آنالیز کمانشی سازه‌های دیوار برشی کوپل ارائه شده است. کمانش به مفهوم ناپایداری سازه در اثر بارهای وارده بر آن است که غالباً به‌صورت فشار بر سازه اعمال می‌شود. باید توجه داشت که نتایج حاصل از آنالیز کمانش که از اجزاء محدود به‌دست می‌آیند، نیازمند به استفاده از نرم‌افزارهای ویژه تحلیل سازه‌ها، استفاده از حجم وسیعی از ماتریس سختی و حل بلوک‌های حجیمی از معادلات همزمان می‌باشد، در صورتیکه در روش پیشنهادی فقط نیاز به شناخت هندسه سازه و مشخصات مصالح به‌کار برده شده است. در انتها نتایج حاصل از تئوری پیشنهادی با روش اجزاء محدود (نرم‌افزار Ansys) مقایسه شده است. در این تحقیق از روش آنالیز کمانش خطی در این نرم‌افزار استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: دیوار برشی کوپل، آنالیز کمانشی، آنالیز مرتبه دوم، تیرهای اتصال

مقدمه

افزایش ارتفاع و استفاده از سازه‌های نرم باعث کاهش سختی و پایداری ساختمان‌های بلند شده است. کنترل اثرات ناشی از کاهش پایداری، یکی از موارد مهم در مراحل طراحی است. برای منظور نمودن اصول پایداری، علاوه بر کنترل هر یک از اعضای تشکیل دهنده ساختمان، کل سازه نیز باید به‌عنوان یک مجموعه در نظر گرفته شود. طراحی مربوط به پایداری ستون‌های تکی، برای سازه‌های بلند و کوتاه یکسان است و معمولاً این مورد در آئین‌نامه‌های طراحی منظور گردیده است. عموماً رفتار کلی یک ساختمان بلند، مشابه یک ستون طره‌ای با لاغری متوسط می‌باشد. ولی با در نظر گرفتن احتمال انعطاف‌پذیری برشی زیاد یا حتی تعیین‌کننده، رفتار این سازه‌ها با ستون‌های

سازه ای معمولی که در اصل رفتاری خمشی دارند، متفاوت خواهد بود. در نتیجه، موده های احتمالی کمانش کلی سازه، فقط مود خمشی (شکل ۱- الف) نبوده، بلکه مود برشی (شکل ۱- ب)، و یا به احتمال زیاد ترکیبی از هر دو می باشد (شکل ۱- پ). علاوه بر آن، این مودها، نه فقط در کمانش جانبی، بلکه در کمانش پیچشی یا پیچش عرضی سازه نیز ظاهر می شوند.



شکل ۱- مودهای مختلف جابجایی قابها

معمولاً کل بار قائم اعمالی در یک سازه بلند، بخش کوچکی از باری است که سازه تحت اثر آن کمانش می کند. لذا، در چنین حالتی احتمال انهدام وجود ندارد. یکی از مباحث مهم پایداری، اثرات ثانویه بارهای قائم بر تغییر مکان جانبی ناشی از بارهای قائم بر تغییر مکان جانبی ناشی از بارهای افقی، یا نقص اولیه سازه در جهت قائم می باشد. خارج از محوری قائم بارهای وزنی، باعث افزایش تغییر مکان های جانبی و لنگرهای اعضاء خواهد شد. در حالت بحرانی، این مسأله که اثر $P-\Delta$ نامیده می شود، ممکن است باعث انهدام گردد. معمولاً اثرات $P-\Delta$ ، یا بسیار کم و قابل صرف نظر کردن است و یا دارای مقادیر نسبتاً متوسطی است که در این حالت، با افزایش مقدار مختصری به ابعاد اعضاء، اثرات آنها در نظر گرفته خواهد می شود. ولی به هر حال، بهتر است که در طراحی هر سازه بلند، مشخص شود که اثرات $P-\Delta$ قابل ملاحظه هستند یا خیر و در صورت نیاز، در آنالیز و طراحی منظور گردند. در این مقاله روشی مبنی بر فرضیات محیط پیوسته جهت آنالیز کمانش کلی سازه ها و اثرات $P-\Delta$ ارائه می گردد.

آنالیز کمانش کلی سازه های دیوار برشی کوپل

تغییر شکل جانبی سازه های بلند ساختمانی تحت اثر زلزله یا باد با افزایش نیروی گرانشی افزایش می یابد، حتی اگر این نیروها خروج از مرکزیتی ایجاد نکنند. این اثر که به نام اثر $P-\Delta$ شناخته می شود و در سیستم های سازه ای لاغر مشخص تر است. تنها روش جهت تعیین این اثر استفاده از نرم افزارهای کامپیوتری عمومی آنالیز دقیق می باشد. همچنین آنالیز تقریبی با استفاده از روش های تقریبی مرتبه اول مناسب مقدور می باشد [۱]. اگرچه این روش ها برای آنالیز اولیه در مراحل اولیه طراحی، زمانیکه تنها یک تقریب برای اثرات $P-\Delta$ مورد نیاز است، تضمین نشده اند. همانگونه که قبلاً هم اشاره شد، این تقریب ها معمولاً براساس فرمول های ضریب تشدید انجام می گیرند، که در آنها نیاز به دانستن بار بحرانی می باشد. یعنی:

$$y = y_0 \frac{1}{1 + \frac{N}{N_{cr}}} \quad (1)$$

که y_0 و y ، به ترتیب جابجائیهای مرتبه اول و دوم می باشند و N بار محوری (گرانشی) می باشد. همچنین، فرمول های اندرکنش برای محاسبه ظرفیت عضو در ترکیب خمش و نیروی محوری (تیرستون ها) معمولاً با در نظر گرفتن مشارکت ضریب تشدید همراه می باشد. این مسئله از آنجائیکه که معادله حاکم بر تیرهای ساندویچی با معادله دیفرانسیلی مشابه به دست می آید، مشهود است. تعیین مقدار N_{cr} برای سازه های دیوار برشی کوپل، از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

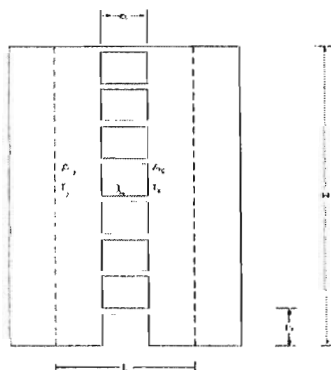
تعیین بار محوری گسترده یکنواخت بحرانی سازه های دیوار برشی کوپل و سازه های قاب دیوار از اهمیت ویژه ای برخوردار است ولی تا بحال در این زمینه مطالعات اندکی انجام شده است. نتایج این مطالعات برای دامنه محدودی از پارامترهای سختی در مرجع [۲]، که به بررسی مسایل مجزایی با ماتریس سختی هندسی ترکیبی با روابط نرمی پرداخته، پیشنهاد شده است. در مرجع [۳] حد بالای نیروی بحرانی را برای دامنه وسیعی از پارامترهای حاکم را با استفاده از روش مانده های ریلی، پیشنهاد کرد، که در این روش تابع تغییر شکل سازه های دیوار برشی کوپل تحت بارگذاری افقی یکنواخت به عنوان تابع جابجایی فرض شده است. اگرچه نتایج این روش در حال حاضر در دسترس نیستند.

همانگونه که در بالا ذکر شد، روش های گوناگونی جهت حل مسأله کمانش سازه های دیوار برشی کوپل انجام شده است. هدف اصلی این فصل ارائه روشی بسیار ساده جهت محاسبه حد پائین بار بحرانی گسترده یکنواخت بر اساس تعیین جوابهایی جهت حل معادله دیفرانسیل حاکم بر جابجائی این سازه هاست. سپس مقایسه ای با نتایج واقعی بدست آمده با

روش آنالیز تفاضل‌های محدود برای چندین مقدار از پارامترهای سختی حاکم بر جابجایی دیوار برشی ارائه شده است.

فرمول‌بندی روش پیشنهادی

یک سازه دیوار برشی کوپل را که دارای خصوصیات یکسان در ارتفاع خود می‌باشد، در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- نمای یک دیوار برشی کوپل

زمانیکه مطابق با فرضیات محیط پیوسته تیرهای کوپل کننده را با محیطی پیوسته و تراکم‌ناپذیر جایگزین کنیم، معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ساختمان را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \alpha' \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{EI} \left(\frac{d^2 M}{dx^2} - r \alpha' M \right) \quad (2)$$

که y تغییر شکل جانبی، M مجموع ممان واژگونی و EI سختی خمشی می‌باشد. دیگر پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\alpha' = \frac{12 I_c I^2}{h a^3 I} (1+r), \quad r = \frac{AI}{A_1 A_2 I^2} \quad (3)$$

و

$$A = A_1 + A_2, \quad I = I_1 + I_2 \quad (4)$$

که I_c و I_i بترتیب ممان اینرسی دیوارها و تیرهای اتصالی و A_i سطح مقطع هریک از دیوارها می‌باشد. شرایط مرزی نیز معمولاً به صورت زیر فرض می‌شوند:

$$y_{(0)} = y'_{(0)} = y''_{(0)} = y''_{(H)} = y'''_{(H)} - \alpha' y'_{(H)} - \frac{r \alpha'}{EI} \int_0^H M dx = 0 \quad (5)$$

فرض می‌شود که انتهای آزاد در $(x = H)$ بارگذاری نشده است. یعنی: $M_{(H)} = (dM/dx)_{(H)} = 0$. با بررسی مسئله کمانش یک سازه دیوار برشی کوپل یکنواخت معادلات (۲) و (۵) هنوز برقرارند ولی بار جانبی معادل q را می‌توان به صورت تابعی از جابجائی نوشت [۴]:

$$q = -\frac{dS}{dx} = -[p_c(H-x)y']' \quad (۶)$$

که S نیروی برشی و p_c بار بحرانی گسترده یکنواخت می‌باشد. با جاگذاری رابطه (۶) در معادلات (۲) و (۵) و انجام تغییر متغیری به صورت $\phi = dy/dx$ ، معادله دیفرانسیل حاکم را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d^4\phi}{dx^4} - \alpha' \frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{p_c}{EI} \left[(H-x) \frac{d^2\phi}{dx^2} - 2 \frac{d\phi}{dx} - r\alpha'(H-x)\phi \right] \quad (۷)$$

و برای شرایط مرزی مربوطه داریم:

$$\phi_{(0)} = \left(\frac{d^2\phi}{dx^2} \right)_{(0)} = 0 \quad (۸-الف)$$

$$\left(\frac{d^2\phi}{dx^2} \right)_{(H)} = 0, \quad \left(\frac{d^3\phi}{dx^3} \right)_{(H)} = \frac{p_c}{EI} \phi_{(H)} \quad (۸-ب)$$

معمولاً بهتر است تا معادله دیفرانسیل حاکم و شرایط مرزی را به صورت بدون بعد بیان نمود. لذا با تغییر متغیری به صورت $z = x/H$ و $\psi = \phi/H$ داریم:

$$\frac{d^4\psi}{dz^4} - \alpha \frac{d^2\psi}{dz^2} = -\lambda \left[(1-z) \frac{d^2\psi}{dz^2} - 2 \frac{d\psi}{dz} - r\alpha(1-z)\psi \right] \quad (۹)$$

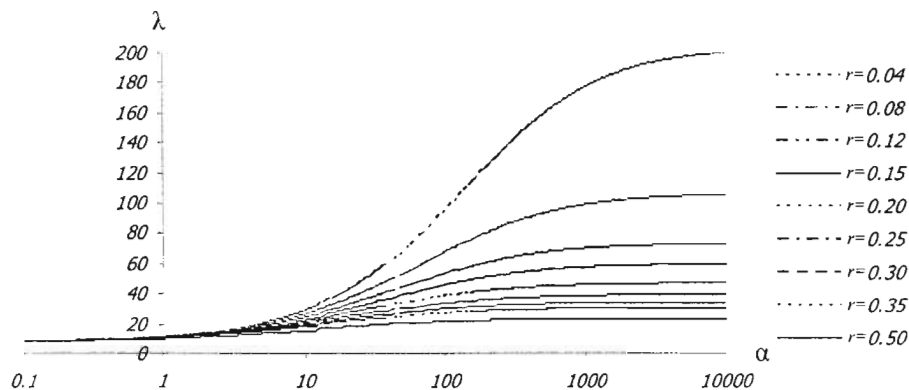
$$\psi_{(0)} = \left(\frac{d^2\psi}{dz^2} \right)_{(0)} = 0 \quad (۱۰-الف)$$

$$\left(\frac{d\psi}{dz} \right)_{(z=1)} = 0, \quad \left(\frac{d^3\psi}{dz^3} \right)_{(z=1)} = \lambda \psi_{(z=1)} \quad (۱۰-ب)$$

$$\text{که: } \lambda = \frac{p_c H^3}{EI} \text{ و } \alpha = \alpha' H^2$$

حل معادله و ارائه روابط پیشنهادی

حل بسته معادله فوق از نظر تئوری ریاضی تقریباً غیر ممکن است. ولی براساس دامنه مورد کاربرد برای پارامترهای سختی امکان پذیر است. چنانچه قبلاً هم ذکر شد، هدف این مقاله ارائه فرمولهایی جهت تعیین مقدار ویژه (بار بحرانی) در فرمولاسیون بدست آمده است. بدین منظور یک برنامه کامپیوتری حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش تفاضل‌های محدود جهت حل این معادله همراه با شرایط مرزی هندسی و تعادل آن استفاده شده است. از آنجا که عملاً در محدوده‌های کاربردی مقدار عددی پارامتر $0 < r < 0.5$ می‌باشد و α نیز از مقدار معینی در سازه‌های کاربردی تجاوز نمی‌کند، لذا بر اساس نتایج بدست آمده از نرم‌افزار ریاضی (Maple)، نمودار زیر را می‌توان جهت تعیین مقدار ویژه این معادله در دامنه معرفی شده، به کار برد. نهایتاً روابط (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) را برای کاربرد در عمل می‌توان پیشنهاد نمود. قابل ذکر است زمانیکه سازه دیوار برشی کوپل به‌عنوان یک تیر طره خمشی ساده بررسی می‌شود، عبارت $EI(1+r)/r$ معرف سختی خمشی است.



شکل ۲- نمودار تعیین مقادیر ویژه جهت تعیین بار بحرانی کمانشی سازه های دیوار برشی کوپل

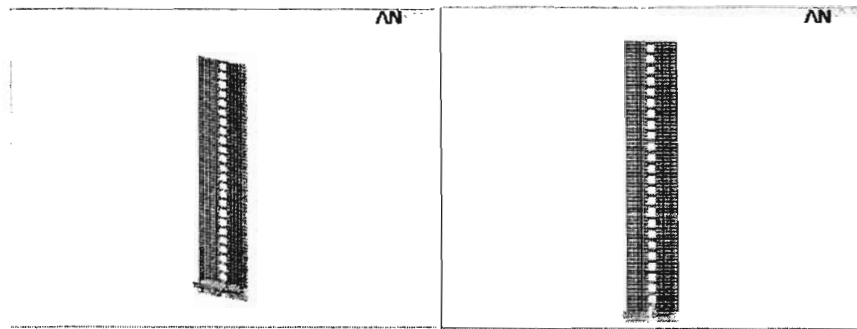
و با ساده سازیهای انجام شده می‌توان فرمول‌های زیر را برای دامنه‌های ذکر شده به کار برد.

$$\text{if } \alpha < 2.25 \quad \lambda = \frac{61.42(1+r)[1+0.4\alpha]}{7.837(1+r(1+0.4\alpha))} \quad (11)$$

$$\text{if } 2.25 < \alpha < 12.25, \lambda = \frac{7.837(1+r)[\alpha + 2.35\alpha^{2/3} + 3.65\alpha^{1/3} + 0.33\alpha^{1/2} + 2.61]}{7.837 + r[\alpha + 2.35\alpha^{2/3} + 3.65\alpha^{1/3} + 0.33\alpha^{1/2} + 2.61]} \quad (12)$$

$$\text{if } \alpha > 12.25 \quad \lambda = \frac{7.837(1+r)[\alpha + 2.35\alpha^{2/3} + 3.65\alpha^{1/3} + 4.3]}{7.837 + r[\alpha + 2.35\alpha^{2/3} + 3.65\alpha^{1/3} + 4.3]} \quad (13)$$

مطالعات عددی



شکل ۲- یک دیوار برشی کوپل یکنواخت مدل شده در Ansys

جهت مقایسه روش های پیشنهادی و مشخص کردن میزان دقت هر یک از روش های فوق، سازه مورد نظر را با استفاده از روش سختی، از نرم افزار *Ansys*، جهت آنالیز مودال و آنالیز کمانشی سازه های دیوار برشی کوپل استفاده شده است. المانی که در مدل سازی دیوارها استفاده شده است، المان *Solid (8 node 82)* می باشد و جهت تیرها از المان *Beam (2D elastic 3)* استفاده شده تا در انتهای خود قادر به ایجاد ممان باشد. پس از آنالیز سازه های دیوار برشی کوپل از این ممان جهت طراحی تیرهای اتصال استفاده می شود.

جدول ۱- مقایسه نتایج تئوری موجود با *Ansys*

α	روش ها	مقدار λ به ازاء مقادیر مختلف r					
		$r = 0.316$	$r = 0.250$	$r = 0.190$	$r = 0.136$	$r = 0.087$	$r = 0.042$
0.06	FEM	7/98	7/99	7/99	8/00	8/01	8/02
	Theory	7/98	7/99	7/96	8/00	8/01	8/02
1	FEM	9/89	10/02	10/16	10/31	10/46	10/61
	Theory	9/88	10/02	10/16	10/31	10/46	10/61
10	FEM	18/23	19/57	21/12	22/92	25/05	27/56
	Theory	18/02	19/35	20/88	22/68	24/82	27/40
25	FEM	25/66	29/10	32/59	39/64	48/15	60/64
	Theory	24/82	28/02	23/18	27/76	45/69	57/86
80	FEM	28/82	32/52	40/05	49/67	65/16	92/30
	Theory	27/90	32/42	38/20	46/87	60/52	85/52
195	FEM	30/87	36/52	44/68	57/52	80/62	122/18
	Theory	30/17	35/49	42/09	54/84	75/29	120/16
900	FEM	32/24	38/56	47/95	62/40	92/54	178/2
	Theory	31/97	38/15	47/20	22/62	90/89	168/6
2500	FEM	32/50	38/96	48/61	64/61	96/32	189/2
	Theory	32/39	38/78	48/32	64/08	95/10	184/2
10000	FEM	32/61	39/12	48/89	65/12	97/55	194/2
	Theory	32/58	39/08	48/80	64/98	97/18	192/7

نتیجه گیری

در نتایج حاصله، بیشترین خطای به دست آمده از ۱۰ درصد به ازاء r هایی در محدوده ۰/۰۴۲ و در دامنه $۱۰۰ < \alpha < ۴۰۰$ تجاوز نمی نماید. برای باقی دامنه ها، خطای بوجود آمده از این مقدار کمتر است. همچنین مقدار خطا معمولاً با افزایش r کاهش می یابد و به ۳ درصد محدود می شود. دلیل این امر آن است که با افزایش مقدار r عملکرد کوپل دیوارها بیشتر می شود. البته باید توجه داشت خطاهایی که برای مقادیر $r < ۰/۰۱$ در این دامنه محدود بوجود می آید، بسیار بزرگ می باشند به طوری که در این دامنه، تئوری ارایه شده، کارآیی خود را از دست می دهد. مقایسه نتایج این تئوری با اجزاء محدود نشان می دهد که نتایج به دست آمده دارای دقت مناسبی در تعیین اثرات مرتبه دوم در سازه های لاغر می باشند. همچنین می توان گفت که با توجه به دقت نسبتاً بالای نتایج و صرف وقت کمتر در تعیین آنها، روش پیشنهادی جهت استفاده در عمل می تواند بسیار مفید واقع شود.

منابع و مراجع

- [1] Rutenberg, A. "A Direct P-Delta Analysis using Standard Plane Frame Computer Programs." Computers Structures, 14(1-2), 97-102, 1981.
- [2] Rosman, R., "Stability and Dynamics of Shear-Wall Frame Structures." Build Science, 55-63, 1974.
- [3] Crzelak, E. "The Approximate Free Vibration and Stability Analysis of Shear-Flexure Cantilevers." M.Sc Project Report, Dept. of Civ. Eng., McGill Univ., Montreal, Quebec, 1982.
- [4] Timoshenko, S. P. and Gere, J, M., "Theory of Elastic Stability." Engineering Society Monograph, McGraw-Hill, New York, 1961.