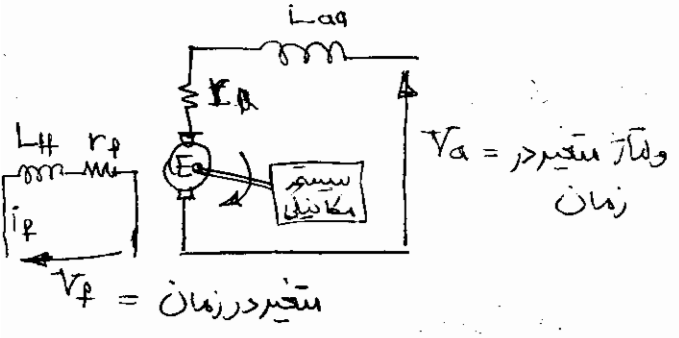
معادلات دینامیکی و معادلات حالت:



$$\begin{bmatrix} V_f \\ V_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_f + pL_{ff} & 0 \\ \omega_r L_{af} & r_a + pL_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_a \end{bmatrix}$$

$L_{af} = K_T$ = ثابت ولتاژ ماشین و اندوکتانس متقابل سیم‌پیچ $P = \frac{d}{dt}$ ،

$K_t = K_T$

$\tau_e = L_{af} \times i_f \times i_a = K_t \times i_f \times i_a$ گشتاور الکترومغناطیسی

$\tau_{(t)} = K_t \times i_{f(t)} \times i_{a(t)} = J \frac{d}{dt} \omega_r(t) + B_m \omega_r + \tau_L$ گشتاور در حوزه زمان

τ_L گشتاور مخالف بار ، B_m ضریب اصطکاک ضریب میرایی چرخشی ، J : ممان اینرسی بار

ممان اینرسی بار کل شده

www.teyf.com

بلوک دیاگرام ماشین DC در حوزه زمان:

① $V_f = r_f(1+\tau_f P)i_f$ ثابت زمانی میدان $\tau_f = \frac{L_{ff}}{r_f}$

② $V_a = r_a(1+\tau_a P)i_a + \omega_r \times L_{af} \times i_f$ ثابت زمانی آرمیچر: $\tau_a = \frac{L_{aa}}{r_a}$

$$\tau_e - \tau_L = (B_m + JP)\omega_r$$

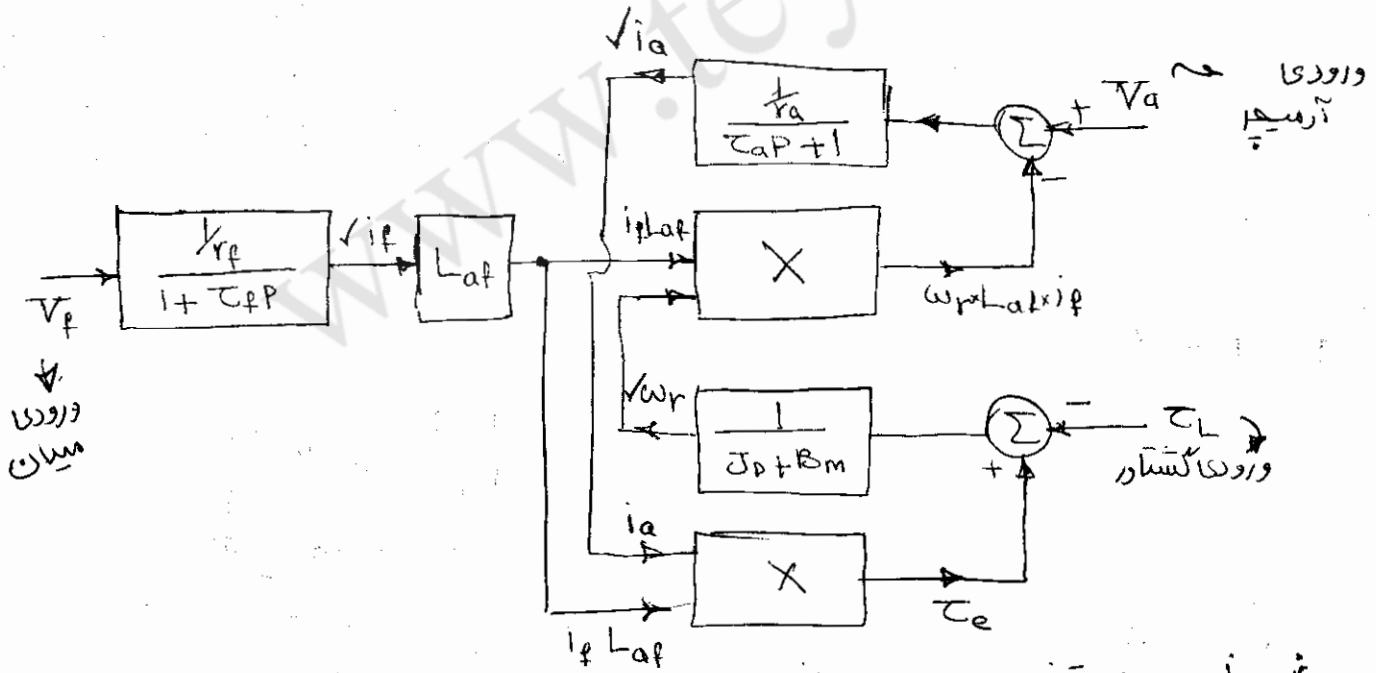
① ⇒ متغیر میدان $i_f = \frac{\frac{1}{r_f}}{\tau_f P + 1} V_f$

② ⇒ متغیر آرمیچر $i_a = \frac{\frac{1}{r_a}}{\tau_a P + 1}(V_a - \omega_r \times L_{af} \times i_f)$

$$\omega_r = \frac{1}{B_m + JP}(\tau_e - \tau_L) = (\tau_e - \tau_L)\left(\frac{\frac{1}{B_m}}{1+(\frac{J}{B_m})P}\right)$$

$$\frac{J}{B_m} = \tau_m$$

بلوک دیاگرام حلقه ای سیستم ماشین DC شنت:



* i_a ، i_f و ω_r متغیرهای حالت ماشین.

* δ_r را می‌توان از انتگرال گیری ω_r به دست آورد. (δ_r موقعیت روتور را کنترل می‌کند.)

www.teyf.com

متغیرهای حالت‌های یک سیستم مجموعه‌ای از متغیرهای آن سیستمی باشد که با داشتن مقادیر آن‌ها در هر زمانی مانند t و داشتن اطلاعات ورودی مشخصات آن سیستم برای هر زمان $t > t$ قابل دسترسی خواهد بود.

$$[\dot{X}] = [AX] + [BU]$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_f}{dt} \\ \frac{di_a}{dt} \\ \frac{d\omega_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} i_f \\ i_a \\ \omega_r \end{bmatrix}}_{\text{متغیرهای حالت}} + \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}}_{\text{ورودی}}$$

به‌دست آوردن معادلات حالت:

معادله ولتاژ میدان

$$① \quad \frac{di_f}{dt} = -\frac{r_f}{L_{ff}} i_f + \frac{1}{L_{ff}} V_f$$

از معادله ولتاژ آرمیچر

$$V_a = \omega_r L_{af} i_f + (r_a + pL_{aa}) i_a$$

$$② \quad \frac{di_a}{dt} = -\frac{r_a}{L_{aa}} i_a - \frac{L_{af}}{L_{aa}} i_f \omega_r + \frac{1}{L_{aa}} V_a$$

$$\tau_e = J \frac{d\omega_r}{dt} + B_m \omega_r + \tau_L$$

$$③ \quad \frac{d\omega_r}{dt} = -\frac{B_m}{J} \omega_r + \frac{L_{af}}{J} i_f i_a - \frac{1}{J} \tau_L$$

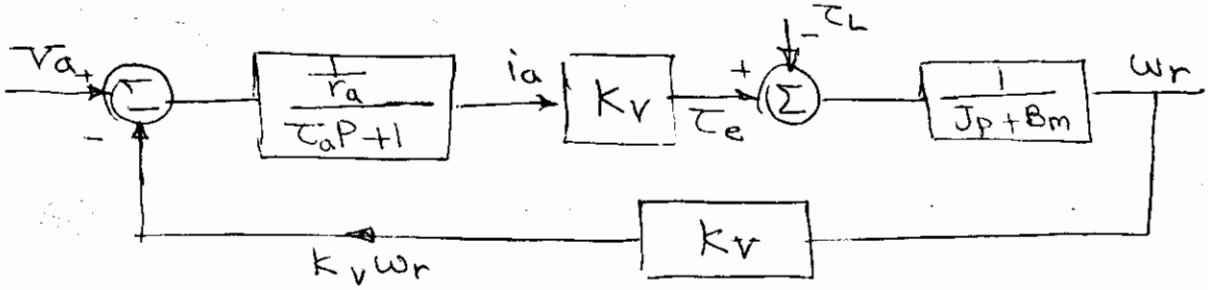
$$p\begin{bmatrix} i_f \\ i_a \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_f}{L_{ff}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r_a}{L_{aa}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{B_m}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_a \\ \omega_r \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{L_{af}}{L_{aa}} i_f \omega_r \\ \frac{L_{af}}{J} i_f i_a \end{bmatrix}}_{\text{بردار غیرخطی}} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{ff}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{aa}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_f \\ V_a \\ \tau_L \end{bmatrix}$$

* با فرض ثابت بودن i_f دستگاه خطی می‌شود.

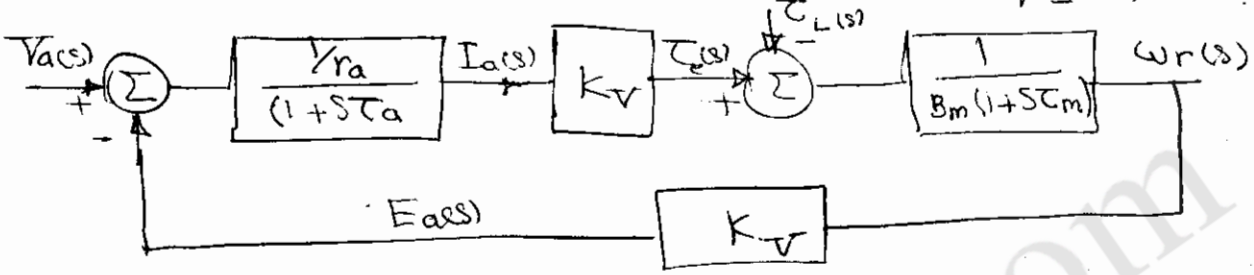
www.teyf.com

ماشین DC آهن‌ربای دائم یا (جریان ثابت):

متغیرهای حالت i_a ، ω_r



تبدیل لاپلاس بلوک دیاگرام بالا:



معادلات حالت

$$P\begin{bmatrix} i_a \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r_a}{L_{aa}} & -\frac{k_v}{L_{aa}} \\ \frac{k_v}{J} & -\frac{B_m}{J} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_a \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{aa}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_a \\ T_L \end{bmatrix}$$

مثال ۱: پارامترهای موتور شنت DC، 5 HP، 240 V و 240 V به قرار زیر است: $r_a = 0.6\ \Omega$ ، $r_f = 240\ \Omega$

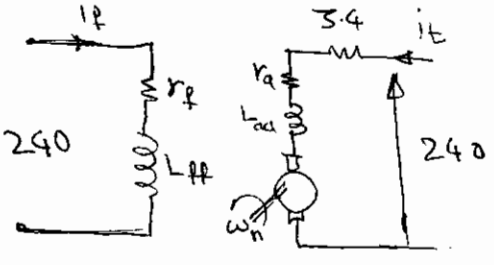
$L_{aa} = 0.012\ H$ ، $L_{ff} = 120\ H$ ، $L_{af} = 1.8$. گشتاور بار با سرعت متناسب بوده و ثابت‌های ترکیبی آرمیچر موتور و بار به عبارت زیر است:

$$J = J_m + J_L = 1.2\ \frac{kgm^2}{rad},\quad B = B_m + B_L = 0.35\ \frac{Nms}{rad},\quad T_L = B_L \omega_m$$

این موتور با مقاومت $3.4\ \Omega$ سری شده با آرمیچر راه‌اندازی می‌شود. ابتدا ولتاژ ثابت 240 V به میدان اعمال شده و بعد از این که جریان میدان به مقدار دائمی‌اش رسید، آرمیچر موتور با ولتاژ 240 V و مقاومت $3.4\ \Omega$ تغذیه می‌شود. توابع زمانی هرکدام از کمیات i_f ، i_a ، ω_m را به دست آورید.

حل:

حالت گذرای راه‌اندازی:



$$V_f = (i_f r_f + L_{ff} P i_f)$$

$$\Rightarrow (120P + 240) i_f = 240$$

$$\Rightarrow (120S + 240) I_f(s) = \frac{240}{S}$$

$$\Rightarrow I_{f(s)} = \frac{2}{s(s+2)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+2} \Rightarrow i_f(t) = 1 - e^{-2t}$$

$$\Rightarrow I_{f\,(total)} = 1^{A}$$

معادله گشتاور مکانیکی را در حوزه زمان می نویسیم:

$$(Jp+B)\omega_m + T_L = L_{af} \times i_f \times i_a$$

$$(1.2p+0.35)\omega_m = (1.8)(1)\, i_a \Rightarrow \omega_m = \frac{i_a}{0.667(p+0.292)}$$

$$V_a = (r_a + L_{aa}p)i_a + L_{af} \times \omega_m \times i_f$$

$$i_a = \frac{20000 - 150\omega_m}{p+332} \qquad \omega_m(0^+) = 0\ ,\ i_a(0^+) = 0$$

$$\mathcal{L}(\omega_m) = \Omega_{m(s)} = \frac{I_{a(s)}}{0.667(s+0.292)} \Rightarrow I_{a(s)} = \frac{(20000/s) - 150\,\omega_{m(s)}}{s+332}$$

$$I_{a(s)} = \frac{20000(s+0.292)}{s(s+0.97)(s+332)} \Rightarrow I_{a(s)} = \frac{c_1}{s} + \frac{c_2}{s+0.92} + \frac{c_3}{s+232}$$

$$\Rightarrow c_1 = 18.1 \qquad c_2 = 42.3 \qquad c_3 = -60.4$$

$$\mathcal{L}^{-1} \Rightarrow i_a(t) = 18.1 + 42.3e^{-0.97t} \underbrace{- 60.4e^{-332t}}_{\text{مربوط به آرمیچر}}$$

$$\Omega_{m(s)} = \frac{50000}{s(s+0.97)(s+332)} \Rightarrow \omega_m(t) = 93.2 - 93.5e^{-0.97t} \underbrace{+ 0.3e^{-332t}}_{\text{مربوط به آرمیچر}}$$

ب) از اندرکنش آرمیچر صرف نظر شود کدام یک از اجزاء ω_m حذف می شود.

عبارت های سوم از معادلات زمانی حذف می شود.

مثال. موتور DC ، 500^{T} با تحریک مستقل دارای راندمان 90٪ از طریق یک سیستم مکانیکی با راندمان 70٪ باری با وزن 1000^{kg} در سرعت $3\ m/s$ بالا می کشد. جریان منبع تغذیه برای این حالت را محاسبه نمایید. (جریان آرمیچر) اگر برای ترمز موتور در پایین آوردن وزن مقاومتی با آرمیچر سری شود تا همان سرعت $3\ m/s$ در سیستم حاصل شود، را محاسبه نمایید.

حل:

$$P = F.V = m.g.V = V_t I_a \times \frac{90}{100} \times \frac{70}{100} \Rightarrow I_a = 92.3$$

ب) ترمز دینامیکی

توان ورودی سیستم مکانیکی $= 9810 \times 3$ = توان ایجاد شده با وزنه

توان خروجی سیستم مکانیکی $= 9810 \times 3 \times \eta_{mech}$

توان خروجی موتور $= 9810 \times \eta_{mech} \times \eta_{motor}$

www.tevf.com

جریان در موتور $= \frac{9810 \times 3 \times K_{mech} \times R_{motor}}{500} = 57.082^{A}$

مقاومت موتور $= \frac{500}{57.082} = 13.48^{\Omega}$

مثال: موتور DC ایده‌آلی دارای توان تلفاتی قابل صرف‌نظر، از منبع جداگانه‌ای برای جریان ثابت میدان، در حالت‌های باری تغذیه می‌شود. مقاومت جریان آرمیچر را تعیین و ولتاژ V_t به صورت پارامتری به دست آورید. همچنین ثابت این معادله در حالتی که سیستم با سرعت $0.5\ kg/s^2$ و ولتاژ القا شده آرمیچر 100^{V} در سرعت 1000^{rpm} باشد محاسبه نمایید.

حل:

$V_t = (r_a + L_{aa}P)i_a + E_a \quad , r = 0$

$E_a = k_m \omega_m \quad , \quad \tau_e = k_m i_a = J P \omega_r$

$i_a = \frac{J}{k_m} P \omega_r = \frac{J}{k_m} P \left[\frac{V_t - L_{aa} P i_a}{k_m}\right]$

$i_a = \frac{\left(\frac{J}{k_m^2}\right) P V_a}{1 + \left(\frac{J}{k_m^2}\right) P L_{aa}}$

ثابت معادله $= \frac{J}{k_m^2}$

$k_m = \frac{100 \times 60}{2\pi \times 1000} = \frac{3}{\pi} \qquad \frac{J}{k_m^2} = 0.5485$

مثال: موتور DC، تحریک مستقل با مشخصات روبرو با $r_a = 0.5^{\Omega}$ ، $L_{aa} = 0$ ، $B = 0$. این موتور تحت سرعت 2000^{rpm} و جریان تحریک 1^{A}، ولتاژ برابر با 220^{V} تولید می‌کند. در شرایطی که این موتور با ثابت بار ثابتی با گشتاور $25^{N.m}$ می‌چرخاند و اینرسی موتور و بار روی هم برابر با $2.5\ kg/m^2$ می‌باشد، سعی جریان ثابت 1^{A} برای میدان با اعمال ولتاژ 220^{V} در آرمیچر محاسبات زیر را انجام دهید.

الف) تابع زمانی $\omega_m(t)$ را به دست آورید. $(\tau_L = 25^{N.m})$

ب) تابع زمانی $i_a(t)$ را به دست آورید.

ج) ω_m ، i_a در حالت پایدار، محاسبه شود.

حل: الف) $\tau_e = J \frac{d\omega_r}{dt} + B_m \omega_r + \tau_L \Rightarrow \tau_e = 2.5 \frac{d\omega_r}{dt} + 25$

$k_m = \frac{E_a}{\omega_m} = \frac{220}{2000 \times \frac{2\pi}{60}} = 1.05 \Rightarrow k_m = 1.05\ \frac{V}{rad/s}$

$V_t = r_a i_a + E_a \quad \left\{ \begin{array}{l} E_a = 1.05 \omega_m \\ V_t = r_a i_a + 1.05 \omega_m \end{array} \right. \overset{①}{\Rightarrow}$

$\tau_e = i_a k_m = J \frac{d\omega_r}{dt} + \tau_L \Rightarrow i_a = \frac{J \frac{d\omega_r}{dt} + \tau_L}{k_m}$

www.teyf.com

① $\Rightarrow V_t = r_a \cdot \frac{j\frac{d\omega_r}{dt} + T_L}{k_m} + k_m \omega_m$

$\Rightarrow V_t = 0.5\left(\frac{J\frac{d\omega_r}{dt} + 25}{1.05}\right) + 1.05\omega_r \Rightarrow V_t = 1.05\omega_M + 1.19\frac{d\omega_M}{dt} + 11.9$

بلاس $\Rightarrow \frac{220}{s} = 1.05\,W_{m(s)} + 1.19\,sW_{(s)} + \frac{11.9}{s}$

$\Rightarrow W_{m(s)} = \frac{220 - 11.9}{s(1.19s + 1.05)} \Rightarrow W_{m(t)} = 198.2\left(1 - e^{-\frac{88}{100}t}\right)$

$i_{a(t)} = \frac{V_t - k_m\omega_m}{r_a} = \frac{220 - 1.05\left[198.2\left(1 - e^{-\frac{88}{100}t}\right)\right]}{0.5}$ (ب

$i_{a(t)} = 23.8 + 416.2e^{-\frac{88}{100}t}$

$\omega_n = 198.2$, $i_a = 23.8$ (ج

www.teyf.com