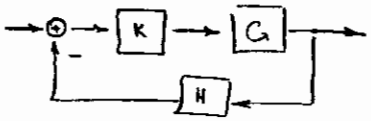
هادی افشاری

* خلاصه مطالب کنترل خطی : (مباحث پایان ترم)

* مکان هندسی ریشه ها :

مکان هندسی ریشه ها : بررسی تغییرات ریشه های معادله مشخصه نسبت به پارامتری خاص



$$T(s)=\frac{KG(s)}{1+KGH(s)} \quad , \quad \Delta(s)=1+KGH(s)$$

$$\Delta(s)=0 \rightarrow \begin{cases} |KGH(s)|=1 \\ \angle GH(s)=\pm 180^\circ(2q+1) \end{cases}$$

$$GH(s)=\frac{(s+z_1)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)\cdots(s+p_n)}$$

* مراحل یافتن مکان هندسی ریشه ها :

(۱) نوشتن تابع تبدیل حلقه باز بصورت فاکتورهای آن

(۲) رسم دیاگرام صفر و قطب تابع تبدیل حلقه باز

(۳) تعداد شاخه های مکان = تعداد قطبهای سیستم حلقه باز $= n$

(۴) تعداد مکان نسبت به محور حقیقی

(۵) نقاط شروع و انتها :

GH قطبهای = ریشه ها $\leftarrow K=0$

GH صفرهای = ریشه ها $\leftarrow K=\infty$

← مکان از قطبها شروع شده و تا صفرها ادامه میابد . (قطبها، صفرهای سیستم حلقه باز)

(۶) نقاط روی محور حقیقی عضو مکان :

- نقاط سمت چپ تعداد فرد صفر و قطب روی محور حقیقی خود مکان هستند .

(۷) رفتار در بینهایت (مجانبها) :

تعداد مجانبها : $n-m$

تعداد قطبهای سیستم حلقه باز : n

تعداد صفرهای سیستم حلقه باز : m

زاویه مجانب : $\Phi_A=\frac{2q+1}{n-m}.180^\circ$

مرکز مجانب : $\sigma_A=\frac{\Sigma p-\Sigma z}{n-m}$

(۸) یافتن نقاط ترک و ورود به محور حقیقی :

$$\frac{dK}{ds}=0 \quad \text{or} \quad \frac{dGH(s)}{ds}=0$$

www.tevfi.com

(۹) یافتن نقطه تقاطع محور jw :

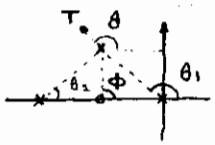
a - کمک معیار راث، برای عبارت $\Delta(s)=1+KGH(s)$ سطری که احتمال صفر بودن را دارند را مساوی قرار می‌دهیم و k را ناقه و سپس به کمک معادله مشخصه و k ناقه شده و حل معادله مشخصه s مربوط ناقه میشود.

b - $\left.\begin{matrix}\Delta(s)=0\\ s=jw\end{matrix}\right\} \rightarrow \Delta(jw)=0$

c - اندیابی k در نقاط تقاطع.

$\Delta(jw)=Re(w)+jIm(w)=0 \rightarrow \begin{cases} Im(w)=0 \rightarrow & \text{w بدست می‌آید} \\ Re(w)=0 & \end{cases} \rightarrow$ k بدست می‌آید

(۱۰) زاویه خروج از قطب مختلط - و مورد صفر مختلط :

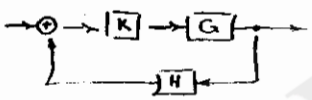


نقطه T (نسبت به ایجاد قطب (صفر) مختلط در نظر می‌گیریم.

با در نظر گرفتن تقریب در زاویه‌ها داریم:

$\Phi-\theta_1-\theta_2-\theta=180 \rightarrow$ θ بدست می‌آید.

* قوانین اصلاح شده مکان هندسی برای فیدبک مثبت :



فیدبک مثبت وگین مثبت = فیدبک تنوع با گین تنوع

$KGH(s)=1 \rightarrow \begin{cases} |KGH(s)|=1 \\ \angle GH(s)=2q\pi \quad q=0,1,2,\dots \end{cases}$

- تقارن نسبت به محور حقیقی برقرار است.

- نقاط شروع محور حقیقی عضو مکان : سمت چپ تعداد زوج صفر و قطب

- نقطه ترک - دو عدد محور حقیقی : تقاطع می‌کند.

- مجانبها : • تعداد و مرکز : تقاطع می‌کند. • زاویه : $\Phi_A=\frac{2q\pi}{n-m}$ ، $q=0,1,2,\dots$

- زاویه دپارت خروج : رابطه همان است ولی برای مضارب زوج 180° نوشته میشود.

- نقطه قطع محور jw : تقاطع می‌کند (معیار راث - یا اندیابی $\Delta(s)=0$ برای $s=jw$)

* اضافه کردن قطب ⇐ خم شدن مکان به سمت راست (ناپایداری بیشتر)

* روال طراحی جبران‌ساز lag-lead :

$$G_c(s) = \underbrace{\alpha_1 \cdot \frac{s+z_1}{s+p_1}}_{\text{lag}} \times \underbrace{\alpha_2 \cdot \frac{s+z_2}{s+p_2}}_{\text{lead}}$$

(۱) K را برای تأمین ملزومات خطا بیابیم.

(۲) فرکانس را انتخاب می‌کنیم که در آن فرکانس، اگر مثلاً 50° به فاز سیستم اضافه کنیم، ملاحظات حذف‌ناپذیری تأمین می‌شود. آن فرکانس را ω_1 می‌نامیم.

(۳) جبران‌ساز lead را تهیه می‌کنیم:

(a) $\sin\Phi_m = \frac{\alpha_2 - 1}{\alpha_2 + 1} \rightarrow \alpha_2$: OK

(b) $\left.\begin{array}{l} \omega_1 = \sqrt{p_2 z_2} \\ \alpha = \frac{p}{z} \end{array}\right\} \rightarrow p_2, z_2$: OK

(۴) به کمک جبران‌ساز lag، ω_1 را تبدیل به فرکانس قطع می‌کنیم. یعنی:

(a) $z_1 = 0.1\omega_1$: OK

(b) محاسبه α (برای آنکه ω_1 فرکانس قطع باشد):

$$|G_{lag} \cdot G_{lead} G_K(j\omega_1)| = |GH(j\omega_1)|_{dB} + \underbrace{20\log\alpha_1}_{\text{lag}} + \underbrace{10\log\alpha_2}_{\text{lead}}$$

$\rightarrow \alpha_1$: OK

$\rightarrow p_1 = \alpha_1 z_1 \rightarrow p_1$: OK

* اگر قرار باشد از دو جبران‌ساز lead استفاده شود، نباید بهره خیلی زیاد می‌شود (بدلیل $10\log\alpha$ در جبران دوم) و اگر جبران دوم عدد $10\log\alpha$ اضافه می‌شود، α دیگر بیشتر از (5~12) خواهد بود. ← جبران lag-lead از آن بهتر می‌باشد.

* پایان مباحث کنترل خطی *

هادی افشاری

www.teyf.com

* اضافه کردن صفر ← جمع شدن مکان به سمت چپ (پایداری بیشتر)

* تعیین مکان هندسی ریشه‌ها:

بررسی تأثیر سایر پارامترها: در قسمتی خواهیم اثر پارامتر a_1 را بررسی کنیم در رابطه $\Delta(s)=0$، کل رابطه را بر جملات فاقد a_1 تقسیم می‌کنیم و به صورت $1+a_1 G_1 H_1(s)$ درمی‌آوریم و مکان را به روش گذشته رسم می‌کنیم.

* سطوح ریشه‌ها: —

* حساسیت ریشه‌ها:

$$S_K^S = \frac{\partial S}{\partial K}\cdot\frac{K}{S}$$

$$\Delta(s)=0 \rightarrow \frac{\partial(\Delta(s))}{\partial K}=0 \rightarrow \frac{\partial S}{\partial K} : OK$$

$$\Delta(s)=0 \rightarrow K=f(s) : OK \rightarrow \frac{K}{S} : OK$$

* یافتن نقطه تقاطع خط $\xi = cte$ با مکان هندسی:

$$\theta = \cos^{-1}\xi$$

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\beta \qquad s=\omega\left(\frac{-1}{tg\theta}+j1\right)$$

با جایگذاری s در رابطه $\Delta(s)=0$ ← $\begin{cases} Re=0 \\ Im=0 \end{cases}$ ← ω بدست می‌آید ← K بدست می‌آید

$$\beta=\sqrt{1-\xi^2} \qquad PO = 100e^{-\xi\pi/\beta} \qquad T_s=\frac{4}{\xi\omega_n}$$

- یادآوری:

* پاسخ فرکانسی:

پاسخ فرکانسی را برای سیستم‌هایی می‌توان نوشت که محدوده‌ی خود ناحیه همگرایی تبدیل لاپلاس آنها باشد. یعنی سیستم پایدار باشد و به عبارت دیگر آخرین قطب آنها سمت چپ محور $j\omega$ باشد یعنی قطبی سمت راست محور $j\omega$ نداشته باشند.

$$G(s)\Big|_{s=j\omega} = G(j\omega)$$

* نمایش $G(j\omega)$:

$$G(j\omega)=R(\omega)+jX(\omega)=M(\omega)\cdot e^{j\Phi(\omega)}$$

$$R(\omega)=Re\{G(j\omega)\} \quad , \quad X(\omega)=Im\{G(j\omega)\} \quad , \quad M(\omega)=(R^2(\omega)+X^2(\omega))^{1/2} \quad , \quad \Phi(\omega)=tg^{-1}\left(\frac{X(\omega)}{R(\omega)}\right)$$

* منحنی‌های پاسخ فرکانسی:

(۱) منحنی قطبی یا نایکوئیست ($jX(\omega)$ و $R(\omega)$)

(۲) منحنی بود ($|G|_{dB}$ و $\Phi(\omega)$ و ω)

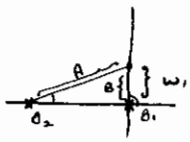
(۳) منحنی لگاریتم اندازه-فاز

* روشهای یافتن در رسم $G(j\omega)$:

(۱) استفاده از Image, Real

(۲) استفاده از فاز و اندازه

(۳) استفاده از دیاگرام قطب و صفر :



$$M(\omega_1) = \frac{1}{|A_1||B_1|} \qquad \Phi(\omega_1) = 0 - \theta_1 - \theta_2$$

* منحنی بودی :

$$|G|_{dB} = 20\log|G(j\omega)|$$

- بازهٔ $[\omega_1, \omega_2]$ یک decade است $\Leftarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = 10$

- بازهٔ $[\omega_1, \omega_2]$ یک octave است $\Leftarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2$

- هر فاکتور درجه (۱) معادل $20\,dB/decade$ است و معادل $6\,dB/octave$ می باشد.

- صفر سمت چپ مبدا و قطب سمت چپ مبدا اعمال میکند.

* برای سیستم های درجه ۲ :

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \longrightarrow \omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$$

ω_r ← فرکانس تشدید ، ω_n ← فرکانس طبیعی

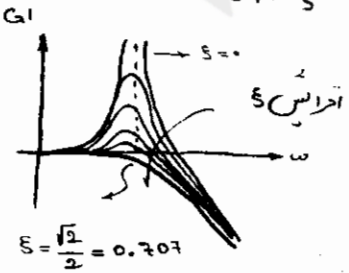
مجانب فرکانس بالا : $-40\log\frac{\omega}{\omega_n}$ ، $\omega \gg \omega_n$

مجانب فرکانس پایین : $0\,dB$ ، $\omega \ll \omega_n$

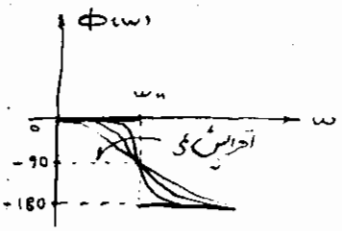
پیک این سیستمها با ζ (میرایی) رابطه است :

$$M_{p\omega} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$ ماکسیمم پیک :

رسم پاسخ فرکانسی سیستم درجه ۲ به ازای میرایی ζ های مختلف :



با $\zeta > 0.707$ دیگر تشدید نداریم.



www.teyf.com

* سیستمهای مینیمم فاز:

برای سیستمی داده داده شده فقط یک تابع تبدیل وجود دارد که سیستمی فاز آن در تعامل سایر توابع تبدیلی که سیستمی داده مشابه دارند فاز متعادت دارد، می مینیمم است. به آن سیستم مینیمم فاز گویند.

- فیلتر تمام گذر: $\forall \omega \rightarrow |A(\omega)| = 1 \Rightarrow A(\omega)$: All Pass Filter

فاکتورهای تمام گذر که در سیستم اضافه میشوند، باعث میشوند از یک فرکانس به بعد، $|G| = 1$ شود. این فاکتورها روی سیستم اندازه بی تاثیر و تنها روی سیستم فاز عمل می کنند.

* قضیه بود: برای توابع تبدیل مینیمم فاز، فاز تابع تبدیل به صورت یکتا توسط سیستم اندازه بدست آید. توسط جفت تبدیل هیلبرت:

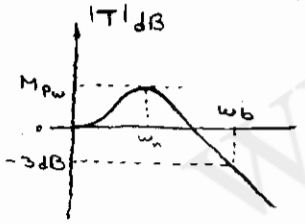
$$G(j\omega_0) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\ln|G|}{dv} \ln\coth|v/2|\,dv + \angle \prod_{i=1}^{K}\left(\frac{j\omega_0 + z_i}{j\omega_0 - z_i}\right)$$

$$v = \ln\frac{\omega}{\omega_0}$$

* تشخیص سیستم مینیمم فاز: اگر سیستم مینیمم فاز باشد در نهایت: $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \phi(\omega) = -90^\circ(n-m)$

- تذکر: برای همه سیستمها، در فرکانسهای بالا بهتر اندازه با شیب $-20(n-m)\ dB/decade$ افت میکند.

* اندازه های عملکرد برحسب پاسخ فرکانسی:



۱) $M_{p\omega}$: پیک پاسخ فرکانسی

۲) ω_b: پهنای باند (فرکانسی که در آن، دامنه به $-3dB$ میرسد)

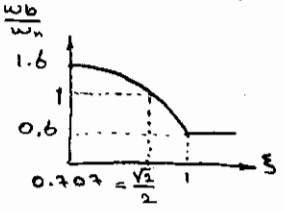
۳) cut-off rate: شیب افت پاسخ فرکانسی در فرکانسهای بالا

* $M_{p\omega}$ معیاری است از پایداری: $M_{p\omega}$ بالاتر یعنی پایداری نسبی کمتر. زیرا ξ کوچکتر است:

$$M_{p\omega} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

* ω_b (پهنای باند) معیاری است از سرعت: پهنای باند بیشتر = سرعت بیشتر

* رسم نمودار $\frac{\omega_b}{\omega_n}$ برحسب میرایی (ξ):



ω_n ثابت $\Leftarrow \uparrow \omega_b \Leftarrow \downarrow \xi$

ω_b ثابت $\Leftarrow \downarrow \xi \Leftarrow \uparrow \omega_n$

www.feyf.com

* پایداری نوع سیستم از روی پاسخ فرکانسی :

در فرکانسهای پایین، با نزدیک شدن به فرکانس صفر میزان N را از روی شیب فرکانس مانند

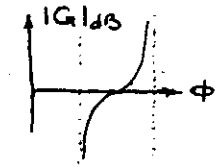
N : تعداد انتگرال گیرهای حلقه

* پایداری دقت خطا از روی پاسخ فرکانسی :

- ثابت خطای موقعیت : برای هر سیستم از مرتبه صفر ثابت خطای موقعیت از رابطه $N=0 \rightarrow \lim_{s\to 0} G(s)H(s) = K$ بدست می آید.

- ثابت خطای سرعت : $K_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s)H(s)$

منحنی اندازه، در فرکانسهای پایین را امتداد میدهیم تا خط $\omega = 1$ (محور افقی) را در $\omega = K_v$ قطع کند.

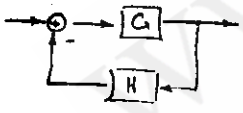


* دیاگرام لگاریتم اندازه - فاز :

برای هر سیستم از مرتبه N بدست می آید.

* پایداری در حوزه فرکانس :

- هدف : تشخیص پایداری سیستم حلقه بسته از روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز.



$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \qquad F(s) \triangleq 1 + G(s)H(s) = \Delta(s)$$

(۱) قطبهای $F(s)$ = قطبهای $G(s)H(s)$

(۲) قطبهای $T(s)$ = صفرهای $F(s)$

* قضیه آرگومانها : اگر تابع $F(s)$ دارای z صفر و p قطب (بدون کانتور بسته) باشد، و کانتور A از هیچ صفر یا قطب $F(s)$ عبور کند، آنگاه به ازای تغییرات s در طول کانتور A، منحنی $F(s)$ همواره محصات را به تعداد $N = Z - P$ بار دور خواهد زد.

- N میتواند مثبت یا منفی باشد :

$N > 0$: $F(s)$ در جهت کانتور دور میزند

$N < 0$: $F(s)$ در خلاف جهت کانتور دور میزند

• بررسی پایداری :

برای پایداری سیستم حلقه‌بسته ($T=\frac{G}{F}$)، باید T قطبی در RHP نداشته باشد ← F(s) نباید صفری در RHP داشته باشد. از طرفی کانتور A را نیم‌دایره‌ای شامل محور $j\omega$ و نیز RHP و به شعاع ∞ می‌باشد و جهت این کانتور، در جهت عقربه‌های ساعت است.

← برای پایداری سیستم حلقه‌بسته، F(s) نباید صفری درون کانتور A داشته باشد.

نگاشت کانتور A را تحت F(s) در صفحه F(s) رسم می‌کنیم و ملاحظه می‌کنیم که حداقل چند بار دور مبدأ می‌چرخد (N)

از طرفی : P = تعداد قطبهای F(s) درون کانتور A = تعداد قطبهای سمت راست GH(s)

بنابراین P را نیز داریم ← به کمک اصل آرگومان‌ها $N=Z-P$ ← $Z=N+P$

← برای پایداری اگر $N=-P$ باشد ← $Z=0$ ← F(s) صفری درون کانتور A ندارد ← T(s) قطبی درون کانتور A ندارد ← T(s) پایدار است.

• تذکر (۱) : $N=-P$ یعنی حداقل تعداد دورهای (در صفحه F(s)) به اندازهٔ P بار در جهت خلاف عقربه‌های ساعت دور بخورد.

• تذکر (۲) : $(-1,0)$ @ GH(s)-Plan $\approx$ $(0,0)$ @ F(s)-Plan

• شرط پایداری نایکوئیست :

سیستم فیدبک پایدار است اگر و فقط اگر تعداد چرخشهای دیاگرام (منحنی) نایکوئیست در خلاف عقربه‌های ساعت حول نقطه $(-1,0)$ در صفحه GH(s)، مساوی باشد با تعداد قطبهای GH(s) در RHP.

• کانتور A (کانتور نایکوئیست) سه بخش دارد :

(a) $\omega>0$: دیاگرام قطبی (طبق فرکانس) : قسمت اصلی

(b) $\omega<0$: قرینه دیاگرام قطبی نسبت به محور حقیقی

(c) $\omega\to\infty$: در طول نیم‌دایرهٔ بزرگ

• مراحل حل مسائل به کمک معیار پایداری نایکوئیست :

(۱) ترسیم منحنی نایکوئیست در صفحه s (همان کانتور A) ـ جهت کانتور هم باید مشخص شود.

(۲) تقسیم‌بندی منحنی نایکوئیست به قطعات خود.

www.teyf.com

(۴) رسم گلشت کاشتد در صفحه GH(s) برای یک تک تک تغییرهای گاهنده.

(۴) یافتن نقطه تقاطع با محور حقیقی: $G(j\omega)=R(\omega)+jX(\omega)$ $\Rightarrow \omega=\omega_1$: OK

$X(\omega)=0$

طول نقطه تقاطع: $\Rightarrow q=R(\omega_1)$

(۵) بررسی تعداد دور زدن نقطه (-۱،۰) در صفحه (GH(s)

(۶) توجه به P و نیز $Z=N+P$ و یافتن محدوده K برای پایداری

تذکر: افزایش مقدار K یعنی منبسط شدن بخش در صفحه GH(s) و کاهش K یعنی تقبض شدن آن.

* اگر دیاگرام نایکوئیست از نقطه (-۱،۰) عبور کرد ← معیار نایکوئیست ساکت است. در این حالت معادله مشخصه‌ی محدوده‌ی ریشه دارد. ولی از تعداد و چگونگی آن خبر نداریم.

تذکر: در مکان هندسی: به ازای مقادیر قطع محور موهومی در نتیجه ← K و ω بدست می‌آید.

آن ω و K همان ω_π و $q=\frac{1}{K}$ در دیاگرام نایکوئیست (برای نقطه قطع منحنی با محور حقیقی) می‌باشد

* بررسی پایداری به کمک نایکوئیست - برای K های منفی:

برای تحلیل حالت K<۰، نقطه بحرانی را (+۱،۰) در نظر می‌گیریم. تعداد دفعه دور زدن آنرا در نظر می‌گیریم.

- معیار بهره نایکوئیست:

* اگر GH(s) دارای قطبی در RHP نباشد (یعنی P=۰ باشد)، آنگاه سیستم فیدبک پایدار است اگر و فقط اگر در طول دیاگرام قطبی با افزایش فرکانس حرکت میکنیم، نقطه (-۱) همواره سمت چپ این منحنی قرار گرفته باشد.

تذکر: برای K<۰ از همین معیار برای نقطه +۱ استفاده می‌کنیم.

* حد بهره: (GM):

$$GM=\frac{1}{q}=\frac{1}{|GH(j\omega_\pi)|}$$

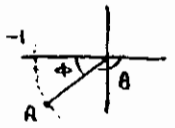
ω_π: فرکانس که در آن فرکانس زاویه 180° میشود: فرکانس گذر فاز

$$GM_{dB}=-20\log|GH(j\omega_\pi)|=-|GH(j\omega_\pi)|_{dB}$$

برای پایداری سیستم GM_{dB} باید مثبت باشد یعنی $GM>1$ باشد.

* حد فاز (PM):

$PM = \phi = 180^\circ - \theta$ $\qquad \theta = -\angle GH(j\omega_c)$



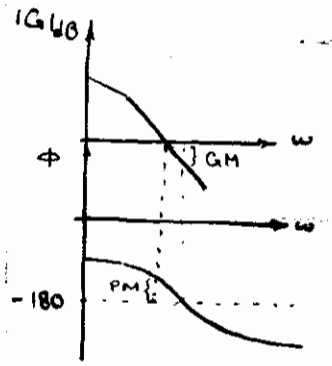
ω_c : فرکانس گذر بهره $\longrightarrow$ $|GH(j\omega_c)| = 1$

$\longrightarrow$ $PM = 180 + \angle GH(j\omega_c)$

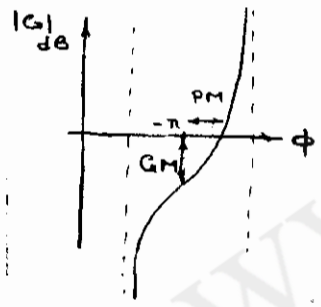
- برای پایداری سیستم، PM باید از $180^\circ-$، مثبت درآید.

* تذکر: برای حالت $P=0$، با افزایش گین، سیستم ناپایدار میشود و برای پایداری باید گین را کم کنیم. بر این GM، GM را بالا گوییم.

- برای سیستمهای با $P \neq 0$ حدود برای GM باید بحث کنیم



* یافتن PM و GM از روی دیاگرام بودی:



* یافتن PM و GM از روی دیاگرام نایکوئیست اندازه - فاز:

* رابطه حد فاز با میرایی نسبی:

$$PM = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2+\sqrt{1+4\zeta^4}}}\right)$$

$\zeta \leq 0.707 \longrightarrow \zeta \simeq 0.01\,PM$

* پایداری سیستمهای با تأخیر زمانی:

$GH(s) = \underbrace{GH_1(s)}_{\text{تابع تبدیل حقیقی - گویا}} \cdot e^{-\tau_d s}$

* ماکسیمم تأخیری که یک سیستم میتواند داشته باشد، برابر اندازه PM است.

$\omega_c \longrightarrow PM \longrightarrow \quad \omega_c \cdot \tau_d = P.M \times \frac{\pi}{180^\circ} \longrightarrow \tau_d$: OK (s)

$|GH(j\omega_c)| = 1$

www.teyf.com

• جبران سازی سیستم فیدبک:

هنگامیکه قادر نباشیم با تغییر K مشخصات سیستم را بهبود بخشیم، باید دینامیکی، به سیستم اضافه کنیم.

• انواع جبران سازها:

(I) جبران ساز تناسبی: تنظیم پانچ حالت لنت — $u = Ke$

- تعادل با اغتشاشات
- کاهش حساسیت
- آرایش گین ممکن است موجب ناپایداری شود.

(II) جبران ساز مشتقگیر:
- اضافه کردن صفر
- فیدبک سرعت
- پیشگویی
- تسهیل دستور
- عدم ارکان تحقق

• جبران ساز PD: $u = (K_p + K_d s)e$

جبران ساز Lead: $G_c(s) = K \cdot \frac{s+z}{s+p}$ ، $|p| \gg |z|$

• اثرات:
- جرخش به سمت چپ در مکان
- جرخش منحنی تا مثبت و حدوف جهت عقربه های ساعت
- فازمثبت

(III) جبران ساز انتگرالی: کاهش خطای حالت دائم

• اثرات:
- ایجاد تاخیر
- مکان را به سمت راست حرکت می کند.
- کاهش فاز
- جرخش منحنی تا مثبت در جهت عقربه های ساعت.

• جبران ساز PI: $u = (K_p + \frac{K_I}{s})e$

جبران ساز Lag: $G_c(s) = K \cdot \frac{s+z}{s+p}$ ، $|z| \gg |p|$

(IV) جبران ساز تناسبی مشتق - انتگرالی:

PID: $G_c(s) = K_p + K_d s + \frac{K_I}{s}$

• روش طراحی جبران ساز PD: $PD: G_c(s) = K(s+z)$

(۱) مکان هندسی سیستم جبران نشده را رسم می کنیم.

(۲) به کمک پارامتر کی داده شده، نقاط مطلوب را می یابیم.

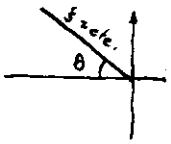
روش:

www.teyf.com

با در اختیار داشتن P.O مقدار ξ بدست می‌آید $\Rightarrow$ $P.O_{(\%)} = 100.e^{\frac{-\pi\xi}{\beta}}$ ، $\beta = \sqrt{1-\xi^2}$

$\theta = \cos^{-1}\xi$

سپس خط $\xi = cte$ را رسم می‌کنیم:



$$S_d = -\xi\omega_n + j(\omega_n\beta) = -\xi\omega_n + j(\xi\omega_n \cdot tg\theta) = \omega\left(\frac{-1}{tg\theta} + j1\right)$$

$$\Delta(S) = 0 \Big|_{S=S_d} \Rightarrow \begin{cases} Im = 0 \Rightarrow \omega : OK \\ Re = 0 \end{cases} \Rightarrow K : OK$$

زمان نشست: $T_s = \frac{4}{\xi\omega_n}$

(۳) اعتبار قطب مسلط را بررسی می‌کنیم:

به ازای K بدست آمده، ریشه‌های $\Delta(S) = 0$ را می‌یابیم.

(۴) اگر زمان به سراغ طراحی می‌رویم،

T_s جدید و نقطه مطلوب جدید را می‌یابیم: $S_d = -\xi\omega_n + j\xi\omega_n tg\theta$.

حال مکان جدید را پیدا می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{|G_c H(S_d)|}$$

به کمک شرط زاویه، محل دو زاویه θ_z و z را می‌یابیم.

* طراحی جبران ساز Lead:

$$G_c(S) = K.\frac{S+z}{S+p} \quad ; \quad |z| < |p|$$

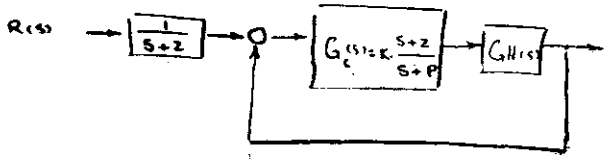
نقطه مطلوب جدید

(۱) صفر جبران ساز دقیقاً زیر نقطه مطلوب قرار می‌گیرد.

(۲) به کمک شرط زاویه مکان قطب جبران ساز یافته میشود.

تذکر: تمامی (۴) مرحله بیان شده در طراحی جبران ساز PD را باید اینجا هم دنبال کرد.

* طراحی Prefilter:



حذف صفر جبران ساز پیش از فیدبک.

* طراحی جبران ساز PI:

$$G_c(s) = K.\frac{S+z}{S}$$

در این جبران سازی اساس طراحی بر این بنیاد است که قطب جبران ساز دوان بهره خطای حالت دائم را در مبدا داشته

و صورت مسئله نزدیکی انتخاب می کنیم تا امکان کمتر تأثیر قرار گیرد.

* طراحی جبران ساز Lag :

$G_c(s) = K \cdot \frac{s+z_c}{s+p_c}$ $\quad |z| > |p|$

نسبت بهبود خطا

$K_v = \lim_{s\to 0} s\,G(s)$ $\quad K_{vc} = K_{vu} \cdot \frac{z}{p}$ $\quad |z| > |p| \rightarrow \frac{z}{p} > 1$ $\Big\}$ ← ثابت خطا افزایش می‌یابد ← خطای حالت دائم بهبود می‌یابد

(۱) یکی از دو پارامتر جبران ساز خیلی نزدیک مبداء انتخاب می شود.

(۲) ثابت خطای پیش از جبران سازی را بدست می آوریم. (K_u)

(۳) به کمک ثابت خطا، خطای حالت دائم را می‌یابیم. $(e_{ss.u})$ $\quad e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{K_a}$

(۴) به میزان بهبود خواسته شده، خطای حالت دائم پس از جبران سازی را می‌یابیم. $(e_{ss.c})$

(۵) از روی $e_{ss.c}$، مقدار ثابت خطای جدید را می‌یابیم: (K_c)

(۶) $\frac{z_c}{p_c} = \frac{K_c}{K_u}$ ← با اثر دیگر یافته می‌شود.

(۷) برای K داده شده، قطب مسلط را تست می کنیم.

* جبران ساز PID :

هر مشخصه ای که می‌خواهیم ۱۰۰٪ بهبود یابد، آخر انجام می دهیم:

اگر بهبود خطا هم باشد ← lead-lag

اگر نظم پاسخ حالت گذرا طرح باشد ← lag-lead

* طراحی جبران ساز در حوزهٔ فرکانس :

- در حوزهٔ فرکانس ابزاری که در اختیار داریم پاسخ فرکانسی.
- ارتباط پارامترهای حوزهٔ زمان و فرکانس:

(۱) $\forall \xi > 0.3 \Rightarrow \omega_c \simeq 0.63\,\omega_b$

پهنای باند ← فرکانس گذر

(۲) $\forall \zeta > 0.6 \Rightarrow \omega_b \cdot T_r = \begin{cases} 2 \\ 2.2 \end{cases}$: برای سیستم درجه ۲ ... برای سیستم درجه ۱ : $T_r \cdot \omega_b = 2.2$

(۳) $\zeta = 0.01\, \Phi_M$ $\qquad \Phi_M = 100\zeta$

(۴) $\omega_c = \dfrac{8}{(\text{tg}\Phi_M) \cdot T_s}$

* طراحی جبران‌ساز Lead :

$C_{c(s)} = \alpha \cdot \dfrac{s+z}{s+p}$ ، $\alpha = \dfrac{p}{z} > 1$

(الف) هنگامیکه ثابت خطا مشخص باشد:

(۱) به کمک ثابت خطا، مقدار کهی سیستم را تنظیم می‌کنیم (K)

(۲) برای K بدست آمده پاسخ فرکانسی را رسم می‌کنیم

(۳) به کمک دیاگرام بودی مقدار مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم :

حذف مورد نیاز

$\Phi_m = \Phi_d - \Phi_{PM} + \Delta$

حذف مطلوب ، حذف فعلی

Δ : 5-10° یا $\dfrac{\Phi_d - \Phi_{PM}}{10}$

(۴) به کمک روابط زیر، α یافته میشود :

$\text{Sin}\Phi_m = \dfrac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$

$\text{tg}\Phi_m = \dfrac{\alpha - 1}{2\sqrt{\alpha}}$

$\Rightarrow \dfrac{p}{z} = \alpha$: OK $\qquad$ (I)

(۵) فرکانسی که در آن فرکانس، $|G|$ برابر $-10\log\alpha$ است را بیابید (از روی جدول) ω_1

این فرکانس، فرکانس قطع جدید است: $\omega_1 = \omega_m$

$\omega_m = \sqrt{pz}$ $\qquad$ (II)

(۶) با توجه به روابط (I) و (II) $\Rightarrow$ p و z و در نتیجه $C_{c(s)}$ یافته می‌شود.

(ب) هنگامیکه بهای باند و میرایی در اختیار باشد :

(۱) از رابطه $\omega_c = 0.63\, \omega_b$ فرکانس گذر را بیابیم.

(۲) از رابطه $PM_d = 100\,\zeta$ مقدار حذف مطلوب را می‌یابیم.

(۳) در فرکانس گذر، Φ_m (حذف مورد نیاز) را می‌یابیم.

www.teyf.com

(۴) $\sin\phi_m = \frac{\alpha-1}{\alpha+1} \Rightarrow \alpha = \frac{P}{Z}$: OK

$\omega_m = \sqrt{PZ}$ $\Big\} \Rightarrow P \& Z$: OK

(۵) اکنون باید گین را بیابیم :

K را به گونه‌ای میابیم که فرکانس ۱، به فرکانس گذر تبدیل شود:

$$|KG(j\omega_1)| = -10\log\alpha_{dB} \quad \text{or} \quad \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

* طراحی جبران ساز Lag :

$$G_c(s) = \alpha \cdot \frac{s+z}{s+p} \quad ; \quad \alpha = \frac{p}{z} < 1$$

(۱) K را برای ملزومات خطای حالت دائم می یابیم.

(۲) پاسخ فرکانسی رسم میشود.

(۳) فرکانسی که در آن فرکانس، فاز مطلوب میابیم (ω_1) : $\phi(\omega_1) = -180 + PM_d + \Delta$

(۴) صفر جبران ساز را برابر $z = 0.1\omega$ (ω: rad.s^{-1}) قرار دهید.

(۵) α را طوری بیابید که ω_1 فرکانس قطع باشد :

$$20\log\alpha = -|KG(j\omega_1)|_{dB} \Rightarrow \alpha = \frac{p}{z} : OK$$

(۶) قطب جبران ساز را از رابطه $p = \alpha z$ میابیم.

* طراحی جبران ساز lag-lead :

$$G_c(s) = \underbrace{\alpha_1 \cdot \frac{s+z_1}{s+p_1}}_{lag} \times \underbrace{\alpha_2 \cdot \frac{s+z_2}{s+p_2}}_{lead}$$

(۱) K را برای ملزومات خطا میابیم.

(۲) فرکانسی را میابیم که در آن فرکانس اگر 50° به فاز سیستم اضافه شود، حدفاز مطلوب برآورده می‌شود. (ω_1)

(۳) جبران ساز lead را یافته ایم :

50° ↓

$\sin\phi_m = \frac{\alpha_2-1}{\alpha_2+1} \Rightarrow \alpha_2$: OK $\Rightarrow$ $P_2 \cdot Z_2$: OK

$\omega_1 = \sqrt{P_2 Z_2}$ $\quad \alpha_2 = \frac{P_2}{Z_2}$

$z_1 = 0.1\omega_1$: OK

(۴) به کمک lag ، ω_1 را فرکانس قطع تبدیل می کنیم :

$$0 = |G_{lag} \cdot G_{lead} \cdot G_H(j\omega_1)| = |KG_H(j\omega_1)| + \underbrace{20\log\alpha_1}_{lag} + \underbrace{10\log\alpha_2}_{lead}$$

$\Rightarrow \alpha_1$: OK $\Rightarrow$ $P_1 = \alpha_1 z_1$: OK

• پایان •

www.tejr.com