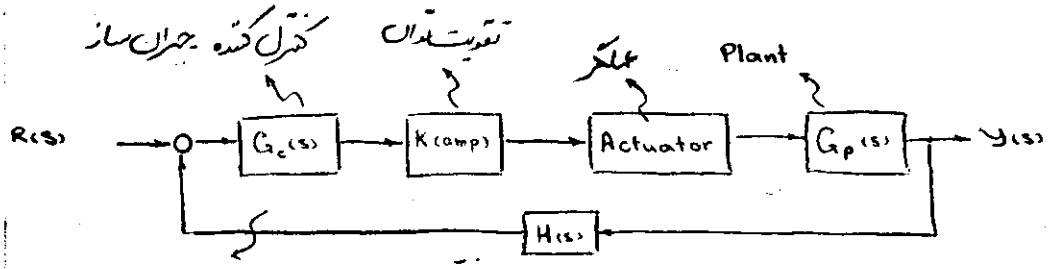
* جلسه بیست و نهم :

جلسه شنبه ۸۴،۳،۱۳

* جبران سازی سیستم فیدبک :



Cascade Compensator . Plant : سیستمی که خروجی آن قرار است کنترل شود .

- هدف چنین سیستمی : $Y(s) \to R(s)$ و نیز پایداری داخلی است .

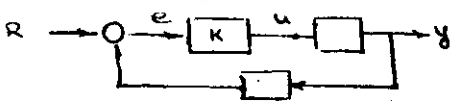
- عملگرها : Hydrolic : کار با فشار روغن
Pnumatic : کار با فشار هوا
Electric : الکتریکی

هنگامیکه قادر نباشیم با تغییر K ، مشخصات سیستم را بهبود بخشیم ، باید دنبال یک زیرسیستم اضافه کنیم تا هدف برآورده شود .

* انواع جبران سازها :

(I) جبران ساز تناسبی :

$u = Ke$ خط حد کنترل



• مزایا : ۱- تنظیم با هیچ حالت گذرا
۲- مقابله با اغتشاشات
۳- کاهش حساسیت

• معایب :

۱- افزایش زیاد K ممکن است موجب ناپایداری شود .

(II) جبران ساز مشتق گیر:

مشتق یعنی: - اضافه کردن صفر
- فیدبک سرعت
- پیشگیری

ضعف: - تضعیف نمودن تغییرات سیستم
- مشکل تحقق

* جبران ساز PD : (Proportional Derivation)

ترکیبی از جبران سازهای تناسبی و مشتقی است.

$u = (K_p + K_d s)e$

با این محدوده تغییرات را ندارد.

جبران ساز PD = جبران ساز lead (تعریف از PD است)

(از لحاظ Category جبران PD است.)

$$G(s) = K \cdot \frac{s+z}{s+p} \quad : |z| \ll |p|$$

← برای هر فرکانس فاز تابع تبدیل مثبت است:

$\angle G(s) = \tan^{-1}\frac{w}{z} - \tan^{-1}\frac{w}{p} > 0$ → به همین علت به آن lead گویند.

$p > z$

افزودن صفر: مکان هندسی ریشه‌ها را به سمت چپ متمایل میکند.

در حوزه فرکانس افزایش فاز (یعنی افزایش پایداری) - یعنی حوزه‌ای محتمل ناکارآمد در خلاف جهت عقربه ساعت) راسب میشود.

- تأثیر PD و lead :

- جهش به سمت چپ در مکان

- جهش منحنی ناپایداری در جهت خلاف عقربه‌های ساعت. (فازمثبت)

(III) جبران ساز انتگرالی:

$$u = \frac{1}{s} \cdot e$$

- مزایا:

- افزودن انتگرال گیر موجب کاهش خطای حالت دائم میشود.

(چون به ازای عددی صفر خروجی غیر صفر میتواند ایجاد کند و میتواند خطا را صفر کند)

- ضعف:

- تأخیر که موجب ناپایداری میشود

تذکر: افزایش انتگرال گیر (افزایش نوع) منحنی مکان را به سمت راست خم میکند.

و از طرفی هر انتگرال گیر $\frac{\pi}{2}$ از فاز سیستم کم میکند ← منحنی ناپایداری در جهت عقربه‌های ساعت

بیرخند (← ممکن است ۱- دور بخورد)

- جبران ساز PI: (Proportional Integration)

ترکیبی از انتگرالی و تناسبی

$$u = (K_p + \frac{K_I}{s}) e$$

$$\rightarrow G(s) = K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_p s + K_I}{s} = K_p \cdot \frac{s + \frac{K_I}{K_p}}{s}$$

* جبران ساز PI- جبران ساز وفا:

(تقریبی از PI است)

www.tesf.com

$G_c(s) = K \cdot \frac{s+z}{s+p}$ $\quad |z| \gg |p|$ (خطا صفر نمیشود ولی خیلی کم می‌شود)

برای برد کانس تأخیر فاز دارد: $\forall \omega \to \angle G_c(j\omega) = \tan^{-1}\frac{\omega}{z} - \tan^{-1}\frac{\omega}{p} < 0 \to$ lag

(IV) جبران ساز تناسبی مشتقی ـ انتگرالی: (PID)

(III)

$$G_c(s) = K_p + K_d s + \frac{K_I}{s}$$

هم خواص کنترل کننده‌های پیش را دارد.

* اکنون به بررسی این جبرانسازها می‌پردازیم:

جبرانسازی PD:

ابتدا امکان هندسی جبران شده را بررسی میکنیم. سپس مختصات نقاط مطلوب باید به محل هم‌ارز مطلوب Map شوند!

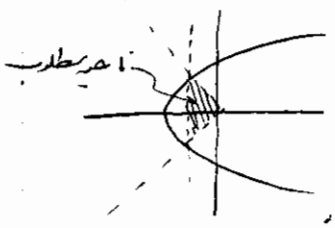
به کمک تنظیم K یا اضافه کردن صفر یا قطب میتوان مکان را از نقاط مطلوب گذراند.

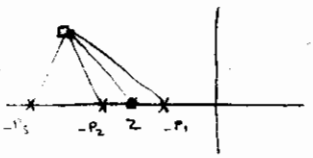
$$P_D = K_p + K_d s = K_d\left(s + \frac{K_p}{K_d}\right) = K(s+z)$$

* مثال:

$P.O \leq 10\% \to \xi > 0.6$

$T_s < 3 \Rightarrow \xi\omega_n > 4/3$





$\theta_z - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = 180 \to \theta_z \checkmark$

صفر جبرانساز را جایی قرار میدهیم که شرط زاویه در نقاط مطلوب ارضاء شود.

K نیز از روی شرط اندازه بدست می‌آید:

$$K = \frac{1}{|GH(s_d)|}$$

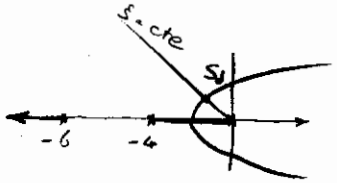
www.tcyf.com

* مثال: کنترل کننده PD طراحی کنید که پاسخ پله سیستم PO: 16% و زمان نشست حالت جران شده نشده را برابر بهبود یابد.

$$\frac{K}{s(s+4)(s+6)}$$

$$PO: \begin{cases} PO < 16\% \\ T_{sc} = \frac{T_{suc}}{3} \quad \text{uncompensated} \end{cases} \Rightarrow \xi = 0.504$$

Compensated



سپس مکان هندسی سیستم جبران نشده را رسم میکنیم.

$$\theta = \cos^{-1}\xi = \cos^{-1} 0.504$$

سپس خط $\xi = cte$ را رسم میکنیم.

برای این مثال خاص:

و K را از روی شرط اندازه بدست می آوریم.

$$K = \frac{1}{GH(-1.2+j2.05)} = 43.35$$

$$S_d = -1.2 + j2.05$$

زمان نشست جبران نشده:

$$S_d = -\xi\omega_n + j\omega_n\beta \rightarrow T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{1.2} = 3.32$$

اکنون پیش از آنکه به طراحی PD بپردازیم باید اعتبار قطب مسلط را بررسی کنیم

برای اینکار باید نقاط صفر و قطبهای سیستم حلقه بسته را بیابیم.

ریشه سیستم به ازای $K = 43.35$ ← مسلط: $S_3 = -7.59$

ما برابر بزرگتر است ← تقریب معتبر است.

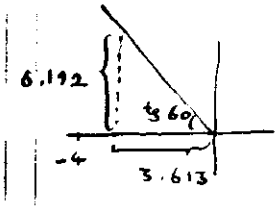
اکنون به طراحی PD می پردازیم:

$$T_{sc} = \frac{3.32}{3} = 1.107$$

$$\xi = 0.5$$

www.teyf.com

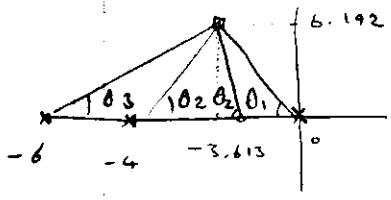
$T_{sc} = \frac{4}{\xi\omega} \rightarrow \xi\omega = 3.613$, $S_d = -\xi\omega \pm \underbrace{\omega_d(\omega - \beta)}_{6.192}$



از راه دیگر میرویم: $(tg60) \times 3.613$

$\rightarrow S_d = -3.613 \pm j\,6.192$

اکنون باید مکان جدید را رسم کنیم:



$\theta_2 - \theta_2 - \theta_3 - (180 - \theta_1) = 180$

$\rightarrow \theta_2 = 95.6$

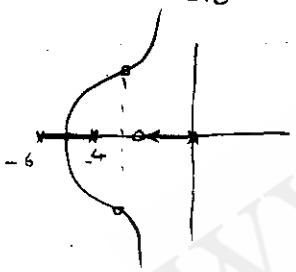
$tg(180 - 95.6) = \frac{6.192}{3.613 - z} \rightarrow z = -3.005$

اکنون باید گین را بیابیم:

$$k = \frac{1}{GH(S_d)} = \frac{1}{GH(-3.6 + j6.2)} = 47.43$$

$\rightarrow G_c(s) = 47.43(s + 3.005)$

شکل مکان جدید:



قطب‌ها وصفر به ازای $K = 47.63$

$S_{1,2} = -3.36 \pm j6.2$

$z = -3.005$

باید حساب کرد $\rightarrow S_3 = -2.774$

- قطب که به محور موازی نزدیک میشود $\rightarrow$ PO کمتر میشود

وضعیت جبران شده:

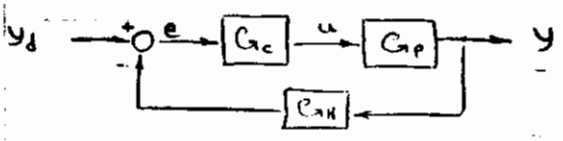
$PO = 11.8\% < 16\%$

$T_s = 1.2 > 1.107$

www.teyf.com

* جلسه بیست و هشتم : سه شنبه : ۸۴/۳/۲۰

جبران ساز Lead :



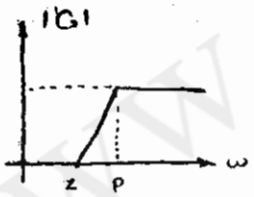
PD: $G_c(s) = K(s+z)$ → بهبود پاسخ حالت گذرا، تسهیل دستیابی به سیستم، عدم امکان تحقق دقیق

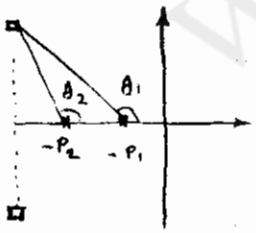
$u = (K_p + K_{vd}s)e$

جبران ساز lead ، حالت خاصی از PD است: $G_c(s) = K.\frac{s+z}{s+p}$: $|z|<|p|$

* طراحی در صفحه s : قرار دادن صفر و قطب در مکان مطلوب و بدست آوردن z و p طوری که مکان از نقاط مطلوب عبور کند.

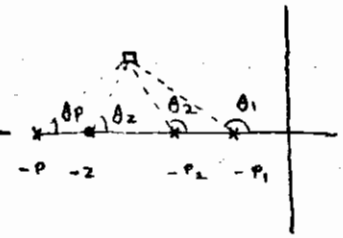
$G_c(s) = K.\frac{s+K}{s+p}$ → بهبود پاسخ حالت گذرا، امکان تحقق دقیق





$-\theta_1 - \theta_2 = (2q+1)\cdot 180$

→ اعمال جبران ساز →



$-\theta_1 - \theta_2 + \theta_2 - \theta_p = 180$

θ_c

← جبران ساز باید اندازه θ_c فاز اضافه کند.

تذکر: برای هر سیستم بینهایت جبران ساز میتوان طراحی کرد.

www.tejr.com

به کمک ملاحظات دیگر مکان صفر قطب را بیابیم. سپس از رابطه بالا، پارامتر باقیمانده (صفر یا قطب) بدست می‌آید.

ملاحظات نظیر: - خطای حالت دائم (این مورد انتظار عملی از lead نیست!)

- اعتبار قطب مسلط
- تأمین گین مورد نیاز

اکنون ۳ روش تحلیلی وجود دارد تا بتوانیم جبران ساز lead طراحی کنیم:

(I) روش تحلیلی (از کتاب Philips):

$$G_c(s) = \frac{a_1 s + a_0}{b_1 s + 1}$$

a_0 را برای ملاحظات خطای حالت دائم تعیین می‌کنیم.

- با فرض a_1 و b_1 برای آنکه s_d جزء ریشه‌های سیستم حلقه بسته باشد:

$$\Delta(s_d) = 1 + G_c(s_d)G_H(s_d)G_p(s_d) = 0 \rightarrow G_c(s_d)\cdot G_p(s_d)\cdot G_H(s_d) = -1$$

$$\rightarrow \begin{cases} |G_c(s_d)||G_H(s_d)||G_p(s_d)| = 1 \\ \angle G_c|_{s_d} + \angle G_H|_{s_d} + \angle G_p|_{s_d} = -180^\circ \end{cases} \rightarrow a_1, b_1 \text{ باقی می‌شود.}$$

اشکال این روش این است که هیچ مبنایی برای طراح نمی‌دهد (بر خلاف سایر روش‌های سیستم) و تنها مکان از نقاط مطلوب خواهد گذشت. اشکال دیگر در قسمت باقی a_0 است:

چون تنها a_0 بر روی خطا اثر دارد:

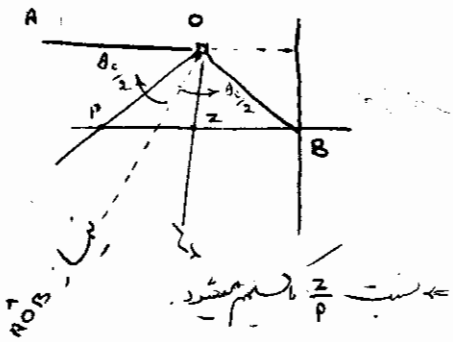
$$G = \underbrace{K \cdot G_c \cdot G_H \cdot G_p}_{\delta}$$

$$K = \lim_{s \to 0} G$$

(II) روش نیساز (Ogata)

موقعیت z و p به گونه‌ای انتخاب میشود که $\frac{z}{p}$ ماکزیمم شود. (برای ملاحظات خطای دائم)

- تذکر: $\frac{z}{p}$ ماکزیمم، لزوماً موجب کمینه خطای حالت دائم نمی‌باشد. (چون $\frac{kz}{p}$ خطا را تعیین میکند ← بنابراین هم باید در نظر گرفت)



← نسبت $\frac{z}{p}$ ماکزیمم میشود.

(III) روش Dorf :

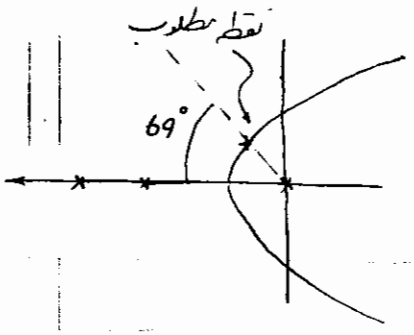
این روش میگوید صفر جبران ساز را تقریباً زیر قطب مطلوب قرار گیرد و یا سمت چپ آخرین قطب حقیقی (آخرین قطب: یعنی آخرین قطب در مجموعه قطبهای شاخه مسلط).

و بهره مطابق آنچه ابتدا بیان شد، قطب جبران ساز را از روی شرط زاویه میابیم.

(در حقیقت در این روش هم اعتبار قطب مسلط و هم زاویه مناسب برای صفر نادیده گرفته میشود).

* مثال: طراحی برای PO < 30 % و بهبود زمان نشست به اندازه نصف حالت جبران نشده:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+4)(s+6)}$$



- گام اول: رسم مکان هندسی سیستم جبران نشده است.

مرحله (۲): رسم خط مناسب ماجی برای PO = 30 %

$$PO = 30\% \Rightarrow \xi = 0.358$$

$$\hookrightarrow \theta = \cos^{-1}\xi = 69^\circ$$

www.tcyf.com

مرحله (۳): یافتن نقطه دلخواه مکان با خط $\xi = 0.358$:

برای s های روی خط: $\tan\theta = \frac{\omega}{\sigma}$ ← $\sigma = \frac{\omega}{\tan\theta}$

$\Delta(s) = 0$ → $s = -\sigma + j\omega$ ← $s = -1 + j\,2.6$

مرحله (۴): بررسی اعتبار قطب مسلط:

چون قطب سمت چپ شش برابر بزرگتر است

$K = \frac{1}{|GH(s_d)|} = 63.2$

← بدون محاسبه میتوان گفت اعتبار قطب مسلط برقرار است

مرحله (۵): زمان نشست:

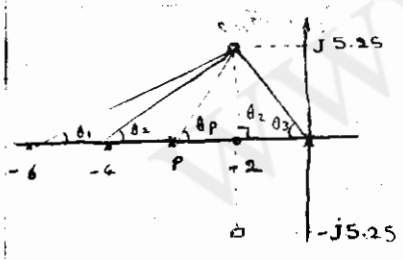
T_s جبران نشده $= \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{1} = 4$ (sec)

T_s جبران شده $= \frac{4}{2} = 2$ (sec) $\Rightarrow \frac{4}{\xi\omega_n} = 2 \rightarrow \xi\omega_n = 2$

$\rightarrow s = -\xi\omega_n \pm j[\xi\omega_n \tan\theta] = -2 \pm j\,5.25$

اکنون به رسم خطوط اصلی می پردازیم:

صفر اضافه قطب مطلوب را رسم می کنیم:

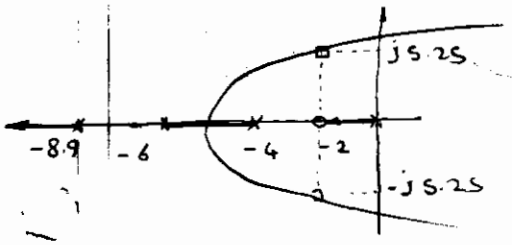


$-\theta_1 - \theta_2 - (180 - \theta_3) - \theta_p + 90^\circ = 180^\circ$

$-\tan^{-1}\left(\frac{5.25}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{5.25}{4}\right) - \theta_p + 90 - (180 - \tan^{-1}\left(\frac{5.25}{2}\right)) = 180$

$\rightarrow \theta_p = 38^\circ$

اکنون مابقی مکان هندسی سیستم جبران شده را رسم کنیم:



بررسی اعتبار قطب مسلط:

$$K = \frac{1}{|GH(S_d)|} = 345$$

ریشه‌های دیگر را به ازای $K = 345$ بیابیم:

$\begin{cases} S_3 = -1.6 \rightarrow \text{باید شبیه‌سازی را کنیم} \\ S_4 = -13.3 \rightarrow \text{بیشتر از ۵ برابر است} \rightarrow OK \end{cases}$

- برای تمرین:

$\begin{cases} z=-2 \ , \ P=-8.9 \rightarrow S_3 = -1.6 \rightarrow 2\ (No) \\ z=-4 \ , \ P=-20 \rightarrow S_3 = -22 \rightarrow 2\ (OK) \\ z=-5 \ , \ P=-43 \rightarrow \begin{cases} S_4 = -43.8 \rightarrow -2\ OK \\ S_3 = -5.13 \rightarrow \text{نزدیک صفر واقع در } s-1 \text{ است} \rightarrow OK \end{cases} \end{cases}$

- بررسی آنکه $\frac{z}{p}$، Max است یا خیر؟

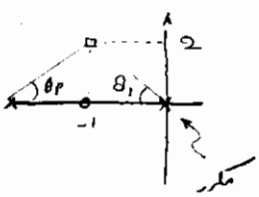
$\begin{cases} z=-2 \rightarrow K=345 \rightarrow K_v = 3.2 \rightarrow \frac{z}{p}: Max \\ z=-4 \rightarrow K=698 \rightarrow K_v = 5.7 \\ z=-5 \rightarrow K=1423 \rightarrow K_v = 6.9 \end{cases}$ K_v بهترین

مشاهده می‌کنید جایگاه $\frac{z}{p}$ یکسان بود، K_v بهترین نبود ← معیار نیاز معیار خوبی نیست.

- طراحی Prefilter:

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$

$\begin{cases} T_s \leq 4\ s \rightarrow \xi\omega_n \geq 1 \\ P.O \leq 35\% \rightarrow \xi \geq 0.32 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \xi = 0.45 \\ \xi\omega_n = 1 \end{cases} \rightarrow S_d = -1 \pm j2$



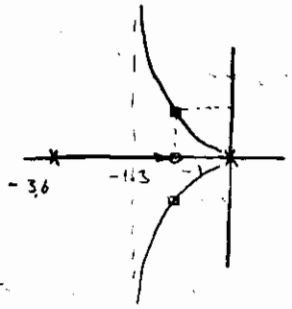
$$-\theta_p + 90 - 2(180 - \theta_1) = 180 \rightarrow \theta_p = 38^\circ$$

$$tg\theta_p = \frac{2}{P-1} \rightarrow P = 3.6$$

$$G_c(s) = K \cdot \frac{s+1}{s+3.6} \qquad K = \frac{1}{|GH(-1+j2)|} = 8.05$$

www.teyf.com

$$\sigma_A = \frac{-3.6+1}{2} = -1.3$$



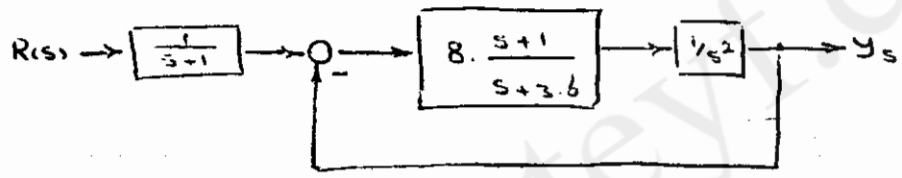
بررسی اعتبار خط مسلط :

$$K=8.05 \text{ به ازای } \Rightarrow \begin{cases} S_3 = -1.67 \\ Z = -1 \end{cases}$$

z به عنوان صفر کلوز است و همزمان باعث افزایش P.O میشود .

شبیه سازی زیر این را نشان میدهد که $P.O = 46\%$

برای حل : از Prefilter کمک میگیریم Prefilter صفر حران ساز را در سیستم حلقه بسته حذف میکند



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{8(s+1)}{\Delta(s)} \cdot \frac{1}{s+1} = \frac{8}{\Delta(s)} \Rightarrow \text{P.O}$$

با از بین رفتن $(s+1)$ صفر از بین میرود

اندازه P.O 15% بهتر میشود.

تذکر: (۱) حذف این صفر باید پیش از فیدبک انجام گیرد. (اگر بدون حلقه فرآیند اساساً ناپایدار است حران ساز نمیشود)

(۲) سؤال: چرا همیشه از این روش برای حذف حران ساز استفاده نمی کنیم؟

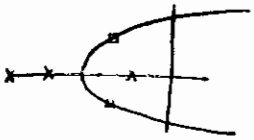
پاسخ: چون مقدار دقیق آن را نداریم. صفر را $(s+1)$ خودمان ایجاد کرده بودیم خودمان هم از بین بردیم!

www.teyf.com

* جبران ساز PI :

$G_c(S) = K \cdot \frac{S+z}{S}$ هدف خطای حالت دائم با حفظ پاسخ حالت گذرا

• مقدمه : خطای حالت دائم سیستم به دو عوامل بله چون نوع سیستم صفر است.



از طرفی اگر انتگرال گیر اضافه کنیم شکل مکان بهم میخورد.

چون شکل مکان نباید دست بخورد به یک صفر هم روی انتگرال گیر

وارد میکنیم.

← قطب جبران ساز معلوم است (در مبداء است) ← صفر را روی یکی قطب انتخاب میکنیم

تا مکان تحت تاثیر قرار نگیرد.

• ضعف جبران ساز PI : برپاسخ گذرا تاثیر دارد.

(چون یک صفر کند در سیستم هست که در زمانهای بزرگ عمل میکند)

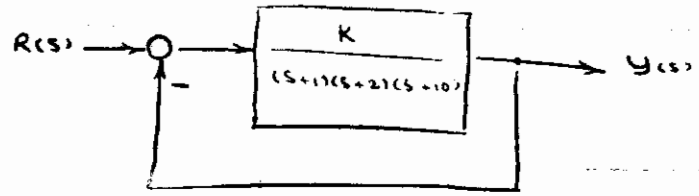
روش طراحی جبران ساز PI :

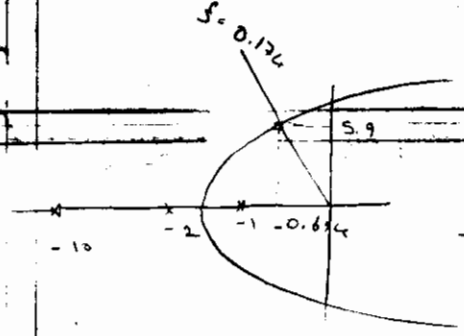
قطب جبران ساز در مبداء است.

صفر را تا جایکه توانیم (شرط زاویه خراب نشود) حداکثر تا ۰.۵ درجه انحراف بسمت چپ انتخاب

میکنیم (تا از پر شاخه جدید ایجاد شده از محور موهومی رد نشود)

• مثال : جبران ساز طراحی کنید که سیستم با ξ معادل 0.174 کار کند و خطای آن در دو ورودی پله صفر باشد.





(۱) همکان جدا شده را می یابیم:

$$\rightarrow S_d = -0.694 + j5.9$$

K را از روی شرط اندازه می یابیم:

$$K = \frac{1}{|GH(S_d)|} = \frac{1}{|GH(-0.694+j3.9)|}$$

$$-tg^{-1}\frac{3.9}{9.3} - tg^{-1}\frac{3.9}{1.3} - tg^{-1}\frac{5.9}{0.3} - tg^{-1}\frac{3.9}{7} + tg^{-1}\frac{3.9}{-7-0.1}$$

بررسی اعتبار قطب مسلط:

باید زاویه قسم دهم را بیابیم.

$$|S_4| > 10$$

اثر آن خنثی می شود. $\rightarrow$ $\begin{cases} S_3 = -0.09 \\ Z = -0.1 \end{cases}$

با اینکه خنثی می شود اما باز خوبی ندارد 0.09 وجود دارد که زمان های بلند آن را نشان می دهد

www.teyf.com

* جلسه بیست و هم : سه شنبه : ۸۲,۳,۲۰ ساعت : ۱۲:۳۰

• جبران ساز PI :

$$G_c(s) = \frac{s+z}{s}$$

- خطا پاسخ حالت گذرا :

- بهبود پاسخ حالت دائم :

$$G_c(s) = K.\frac{s+z}{s+p} \quad ; |z| > |p|$$

جبران ساز lag : حالت خاصی از PI است.

نوع سیستم عوض نمیشود. تنها ثابت خطا افزایش میابد.

یادآوری : برای هر سیستم یک نوع ثابت خطای محدود و غیر صفر وجود دارد.

$$G(s) = K.\frac{(s+z_1)\cdots(s+z_m)}{s^N(s+p_1)\cdots(s+p_n)}$$

فرض $N=1$:

$$K_{vu} = \lim_{s\to 0} sG(s) = K.\frac{z_1 z_2 \cdots z_m}{p_1 p_2 p_3 \cdots p_m}$$

اکنون جبران ساز lag را اضافه میکنیم :

$$K_{vc} = \lim_{s\to 0} G_c \cdot G(s) = \infty$$

$$K_{vc} = K.\frac{z_1 \cdots z_m}{p_1 p_2 \cdots p_n} \times \frac{z_c}{p_c} \quad \rightarrow \quad K_{vc} = K_{vu}.\frac{z_c}{p_c} \quad , \quad \frac{z_c}{p_c} > 1$$

- دو شرط باید ارضاء شود :

(۱) پاسخ حالت گذرا دست نخورده یعنی از ای تقاطع بهره یکسان با قطبهای مطلوب برسیم.

(۲) نسبت $\frac{z_c}{p_c}$ بزرگ باشد.

• تذکر : در یک محدوده (تقریبا یک دهه) هر دو خاصیت ارضاء میشود :
یعنی هم نسبت $\frac{z}{p}$ بزرگ است و هم در برابر نقطه مطلوب قابل مرتبط کردن.

مثال: $p_c = -0.01$, $z_c = -0.1$ $\Rightarrow$ $z = 10 \cdot p_c$

نقطه مطلوب $\rightarrow$ $(-2+j21+0.1) \simeq (-2+j21+0.1)$

نتیجه: تنها حوالی مبداء هر دو خاصیت برقرار است $\rightarrow$ صفر قطب جبران‌ساز حوالی مبداء انتخاب میشود.

- چون قطب و صفر نزدیک هم هستند، همدیگر را خنثی میکنند.

* روش عمل: (۱) یکی از دو پارامتر z و p خیلی نزدیک مبداء انتخاب میشود.

(۲) پارامتر دیگر از روی خطای حالت دائم و $\frac{z_c}{p_c}$ بدست می‌آید.

* مثال: جبران‌ساز را طراحی کنید که خطای حالت دائم ۱۰ برابر بهبود یابد.

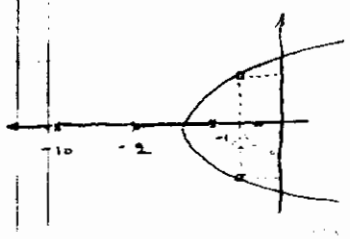
$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+10)(s+2)} \qquad K = 164.5$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s) = \frac{164.5}{20} = 8.22$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_p + 1} = \frac{1}{9.22} = 0.108 \xrightarrow{\div 10} e_c = 0.0108 = \frac{1}{1 + K_{pc}} \rightarrow K_{pc} = 91.59 \rightarrow$$

$$\frac{K_{pc}}{K_{pu}} = \frac{z_c}{p_c} = 11.1 \Rightarrow p_c = 0.01 \rightarrow z_c = 0.01 \times 11.1 = 0.111$$

$$\rightarrow G_c(s) = \frac{s + 0.111}{s + 0.01}$$



کافی است K را کمی زیاد کنیم و از شرط اندازه بیابیم:

مقدار K نزدیک: 164.5 است که همان 164.5 در قطب

تعیین K:

بررسی قطب مسلط:

$s_{1,2} = -0.694 + j3.8$

$|s_3| = 11.554 > 10$ $\quad s_4 = -0.101$

$z = -11$

مقدار دقیق K: تقاطع خط ζ با مکان:

$s = -0.678 \pm j3.836$ $\longleftarrow$ $K = 158.097$

دلیل این مقدار K بیش بودیم، P.O دقیق بدست می‌آید ولی بهبود خطا، ۱۰ برابر تا حد بود.

* جبرانساز PID : Lag-Lead / Lead-Lag

هم پنج قدرا هم پنج حالت دائم را بهبود می بخشد.

lag-lead : اول lag بهبود پنج حالت دائم را دسپس lead بهبود پنج حالت گذرا را عمل می کند و lead-lag برعکس.

تعادت داشت که برشخصه ای که میخواهیم ٪۱۰۰ بهبود دیلد، انجام می دهیم (در حلدوم):

اگر خط مهم باشد lead-lag و اگر حالت گذرا مطرح باشد lag-lead.

* طراحی جبرانساز در حوزهٔ فرکانس:

مقدمه: ابزاری که در این بخش در اختیار داریم پنج فرکانسی است.

داز اندازه‌های عملکرد فرکانسی کمک خواهیم گرفت: G_M ، Φ_M ، w_b ، cut-off ، MPW

سیستمهای کنترلی معمولا براساس این ابزار عملکرد زمانی سان میشوند ← ابتدا باید روش Map کردن اندازه‌های عملکرد زمانی به فرکانسی مطرح شود.

به نقل: حالت دائم در حوزه فرکانس = معنای حوالی فرکانس صفر یا نزدیک فرکانس است.

همینطور مباحثی چون حساسیت و اغتشاش و خطا در حوزه فرکانس باید کشف شود.

اما در عمل نمی توان همه اینها را هم تنظیم کرد: معمولا با Φ_M ، w_b و حساسیت و خطا سروکار داریم.

* تذکر: (از مباحث قبل) پیاده سازی (Implementation) شبکه‌های lead و lag:

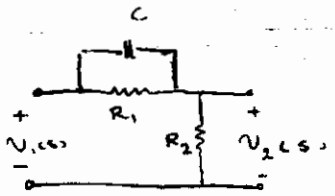
به کمک کامپیوتر:

$G_c(z) = K \cdot \frac{z+a}{z+b}$ $\quad e \rightarrow \boxed{G_c(z)} \rightarrow u$

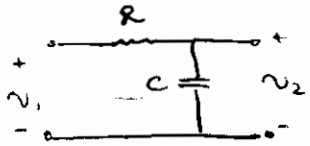
$\rightarrow \frac{u}{e} = \frac{z+a}{z+b} \rightarrow u(z+b) = e(z+a) \rightarrow u(k+1) + bu(k) = e(k+1) + ae(k)$

$u(k) = -b u(k-1) + K e(k) + K_1 e(k+1)$

- ساده سازی با انتهای بسته:



Lead

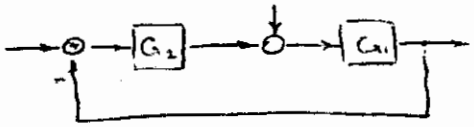


Lag

* حلقه PI ام (حلقه نهایی): پنجشنبه: ۸۲/۳/۲۲

* جبران سازی در حوزه فرکانس:

- رفتار حالت دائم
- دقت در رنج کاری
- پهنای باند در فرکانس قطع
- حذف نویز
- حساسیت
- پایداری نسبی
- پاسخ حالت گذرا (ارتباط پاسخ حالت گذرا با مشخصه فرکانسی)
- حذف اغتشاش



برای کاهش اغتشاش باید G_2 بزرگ باشد: $\frac{G_1}{1+G_1G_2}$

* ارتباط بهره باند و فرکانس قطع :

یادآوری : پارامترهای سیستم حلقه‌باز را برای رسیدن به شرایط مطلوب در حلقه بسته تغییر دهیم.

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{(1-2\xi^2)+\sqrt{\cdots}} = \omega_n \cdot P_1(\xi) \qquad \forall \xi > 0.3$$

$$\omega_c = \omega_n \sqrt{-2\xi^2+\sqrt{\cdots}} = \omega_n \cdot P_2(\xi) \quad \rightarrow \quad \frac{\omega_b}{\omega_c} = \frac{P_1(\xi)}{P_2(\xi)} = \frac{1}{0.63}$$

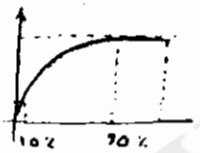
$$\rightarrow \begin{cases} \omega_c \cong 0.63\, \omega_b \\ \forall \xi > 0.3 \end{cases}$$

* ارتباط زمان اوج با بهره باند :

$$\underbrace{\omega_b}_{\frac{1}{T_r}} \cdot T_r$$

در سیستم درجه (1) : $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau} \rightarrow BW = \frac{1}{\tau} = \omega_b$

سیستم درجه 1 در بینهایت به ٪۱۰۰ مقدار نهایی می‌رسد.



$\tau \rightarrow .63$

$2\tau \rightarrow .85$

$3\tau \rightarrow .95$

$4\tau \rightarrow .98$

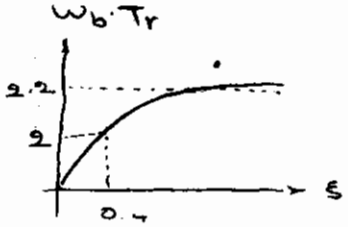
@ 90٪ $\rightarrow T_r = 2.2\tau$

$\Rightarrow \tau = \frac{T_r}{2.2} \rightarrow \omega_b = \frac{2.2}{T_r}$

$$T_r \omega_b = 2.2$$

که بالا سیستم درجه 1 قطعی است.

در سیستم درجه 2، T_r با ξ هم داشته است :



$$\omega_b \cdot T_r = \begin{cases} 2 \\ 2.2 \end{cases} \rightarrow \xi > 0.4$$

www.teyfe.com

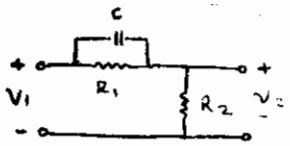
* ارتباط زمان نشست و فرکانس قطع :

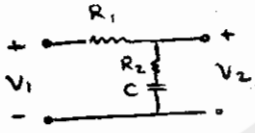
$$\begin{cases} T_s = \frac{4}{\xi \omega_n} \\ P.M = tg^{-1}\left(\frac{2\xi\omega_n}{\omega_c}\right) \end{cases} \qquad tg\,PM = \frac{2\xi\omega_n}{\omega_c} \rightarrow \xi\omega_n = \frac{4}{T_s}$$

$$\rightarrow tg\,PM = \frac{8}{T_s \cdot \omega_c} \rightarrow \omega_c = \frac{8}{(tg\,PM)\cdot T_s}$$

رابطه دیجیتال برقرار است : $\xi = 0.01\,\Phi_M$

* مشخصات شبکه Lag , Lead :





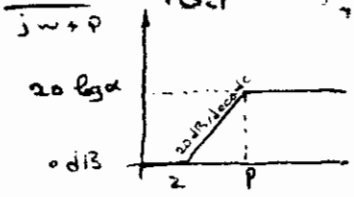
$$\rightarrow G_c(s) = K\cdot\frac{s+z}{s+p} : \begin{cases} \text{lead}: \frac{z}{p} < 1 \\ \text{lag}: \frac{z}{p} > 1 \end{cases}$$

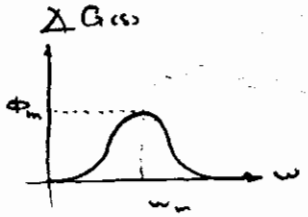
* مشخصات فرکانسی lead :

$$G_c(s) = \alpha\cdot\frac{s+z}{s+p} \qquad \alpha = \frac{p}{z}$$

بهره در فرکانس کم dc-gain برابر است

$$G_c(j\omega) = \alpha\cdot\frac{j\omega+z}{j\omega+p}$$

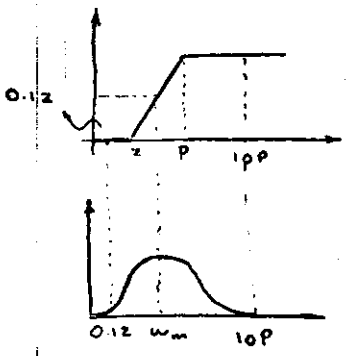




$$\Delta G_c(j\omega) = tg^{-1}\frac{\omega}{z} - tg^{-1}\frac{\omega}{p} > 0 \qquad (p > z)$$

www.teyf.com

محاسبهٔ ω_m و Φ_m و $|G_c(j\omega_m)|$:



$$G_c(j\omega) = \alpha \cdot \frac{j\omega + z}{j\omega + p}$$

$$\Phi(\omega) = \angle G_c(j\omega) = \tan^{-1}\frac{\omega}{z} - \tan^{-1}\frac{\omega}{p}$$

$$\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} = \frac{1/z}{1+\frac{\omega^2}{z^2}} - \frac{1/p}{1+\frac{\omega^2}{p^2}} = \frac{z}{z^2+\omega^2} - \frac{p}{\omega^2+p^2} = \frac{z(\omega^2+p^2) - p(\omega^2+z^2)}{(\omega^2+p^2)(\omega^2+z^2)} = 0$$

$$\Rightarrow 0 = z\omega^2 + zp^2 - p\omega^2 - pz^2 \Rightarrow \omega^2(z-p) = pz^2 - p^2z \rightarrow \omega^2(z-p) = pz(z-p)$$

$$\rightarrow \omega^2 = pz \Rightarrow \boxed{\omega_m = \sqrt{pz}}$$

$\Phi(\omega_m) = ?$ $\qquad G_c(j\omega) = \alpha \cdot \frac{(z+j\omega)(p-j\omega)}{\omega^2+p^2} = \alpha \cdot \frac{pz + pj\omega + \omega^2 - zj\omega}{\omega^2+p^2}$

$$\Rightarrow \Phi(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega(p-z)}{\omega^2+pz}\right)$$

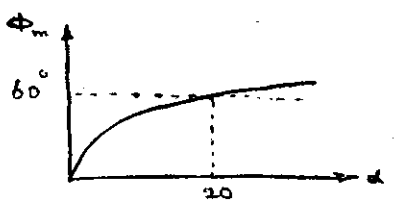
$$\Phi_m = \Phi(\omega_m) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega_m(p-z)}{\omega_m^2 + pz}\right) = \tan^{-1}\frac{\omega_m(p-z)}{2\omega_m^2} = ?$$

($pz = \omega_m^2$)

$$p = \alpha z \Big\} \Rightarrow$$

$$\tan\Phi_m = \frac{\alpha z - z}{2\sqrt{p}\,z} = \frac{z(\alpha-1)}{2z\sqrt{\alpha}}$$

$$\begin{cases} \tan\Phi_m = \dfrac{\alpha-1}{2\sqrt{\alpha}} \\ \sin\Phi_m = \dfrac{\alpha-1}{\alpha+1} \end{cases}$$



$$\alpha = \frac{p}{z}$$

$\alpha \uparrow \Leftarrow \Phi_m \leftarrow$ شیب

www.ieyf.com

اگر فاز بیشتر از 60° شود، α خیلی بزرگ میشود.

- تحمیل شود تغییر به سیستم : Lead → PD

- تغییر خازن و تغییرهای نامعقول به دست می‌آید.

- تأثیر Lead بر دقت اندازه:

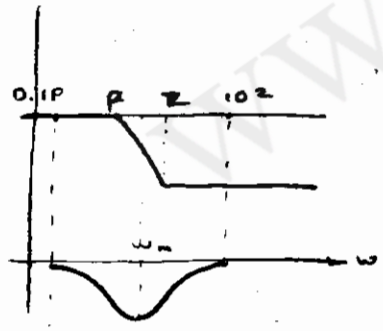
$$|G(j\omega_m)| = \alpha \cdot \frac{\sqrt{\omega_m^2 + z^2}}{\sqrt{\omega_m^2 + p^2}} \rightarrow |G(j\omega_m)|^2 = \alpha^2 \cdot \frac{\omega_m^2 + z^2}{\omega_m^2 + p^2} = \alpha^2 \cdot \frac{pz + z^2}{pz + p^2}$$

$$\rightarrow |G(j\omega_m)| = \sqrt{\alpha} \text{ or } 10\log\alpha \text{ (dB)}$$

$$\rightarrow \begin{cases} |G(j\omega_m)| = \sqrt{\alpha} \\ \omega_m = \sqrt{pz} \end{cases}$$

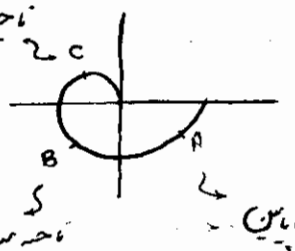
مشخصات جبرانساز Lag:

$$G_c(s) = \alpha \cdot \frac{s+z}{s+p} \qquad \alpha = \frac{p}{z} < 1$$



جبران سازی Lead : دامنه فاز هر دو را افزایش میدهد.

یک منحنی قطبی Typical :



$\alpha = 0$

www.teyf.com

- اگر صفر و قطب را در ناحیه C قرار دهیم که فرکانس بالاست:

اندازه را زیاد میکند اما اندازه کوچک است ← اثر مخرب ندارد.

فاز را زیاد میکند اما مقدارش کم است ← مزیتی ندارد.

- اگر صفر و قطب جبران ساز را در ناحیه A قرار دهیم:

افزایش دامنه مخرب است.

تاثیر مثبت فاز ندارد.

- در ناحیه B:

- افزایش فاز تاثیر مثبت دارد.

- افزایش دامنه تاثیر منفی دارد. ← $P_2 \geq 2$ باید به دقت انتخاب شود.

* پس از صفر lead ، lag به مدش طراحی می پردازیم:

* تابع محل دقیق صفر و قطبهای lead : از روی نگارام قطبی

(۱) کل سیستم را تنظیم میکنیم. (برای ملاحظات خطای دائم)

← از K_v یافته میشود ← Φ_M را حساب کنید

اگر Φ_M مطلوب، کفایت میکند - افزایش فاز در فرکانس قطع میبایست صورت گیرد.

(۲) حد فاز را میابیم: با رسم نگارام بود و مقدار فاز مورد نیاز را محاسبه میکنیم

$$PM = \Phi \angle PM_d$$

افزایش فاز: $PM_d - \Phi$

$$\Phi_m = \Phi_d - \Phi_{PM} + \Delta \quad \hookrightarrow \text{Margine}$$

(۳) مقدار α را می سنجیم:

$$\sin \Phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

فرکانسی که اندازه پاسخ فرکانسی G_c برابر $10\log\alpha$ - است را یافته و آنرا ω_m مینامیم ←

$$|G_c \cdot GH(j\omega_1)| = 10\log\alpha - 10\log\alpha = 0$$

$\omega_m = \omega_1$

- یعنی ω_m فرکانس قطع جدید می باشد. در فرکانس جدید میزان فاز GH کمتر از فرکانس قبلی است.

- اگر در حوالی فرکانس قطع تغییرات تند داشتیم، lead به درد نمی‌خورد.

* مثال:

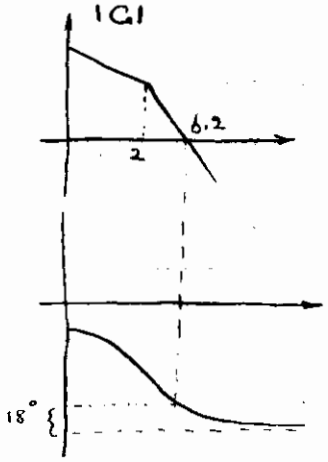
$$G(s)=\frac{K}{s(s+2)}$$

ملاحظات: $K_v=20$ ، $PM=45^\circ$

(۱) K را برای ملاحظات خطای دائم sct مشخص می‌کنیم:

$$K_v=20 \rightarrow \lim_{s\to 0} sG(s)=20=\frac{K}{2} \Rightarrow K=40$$

(۲) برای $K=40$ پاسخ فرکانسی را رسم می‌کنیم:



Δ : در حدود ۵-۱۰ آزاد می‌گیریم!

$$\phi_m=45-18+3=30^\circ$$

$$\sin 30^\circ=\frac{\alpha-1}{\alpha+1} \Rightarrow \alpha=3$$

این 30° را باید در فرکانس جدید اعمال کنیم.

فرکانسی که در آن، اندازه $|G|=-10\log\alpha$ شود را حساب می‌کنیم.

$$10\log 3=4.8 \rightarrow \omega_m=8.4\ (rad/s)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \alpha=\frac{p}{z}=3 \\ \sqrt{pz}=\omega_m=8.4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p=14.4 \\ z=4.8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow G_c(s)=3\times\frac{s+4.8}{s+14.4}$$

- توجه: در اینجا K محدودیت داریم. چون قرار است ϕ_m حداکثر 60° باشد.

⇐ اگر ثابت خطا، حد فاز داده شده از روش فوق استفاده می‌کنیم.

* اگر حد فاز و پهنای باند داده شد چه باید کرد؟

پاسخ:

در ابتدا بیان میکنیم که lead پهنای باند را زیاد می کند. آما این زیاد شدن در اختیار ما نیست.

اگر پهنای باند و حد فاز داده شده باشد:

* هدف: تأمین پهنای باند و حد فاز:

* روش:

• (۱) از رابطه $w_c = 0.63 w_b$ فرکانس گذر سیستم را بیابیم.

• (۲) پس از یافتن فرکانس گذر، ϕ_m را در این فرکانس بیابیم.

و با حد فاز مطلوب مقایسه می کنیم ← مشخص میشود که چقدر باید فاز اضافه کنیم

(مقدار مورد نیاز را برای تأمین PM به دست می آوریم)

• (۳) اکنون K را به گونه ای تعیین میکنیم که فرکانس ما، فرکانس گذر باشد:

$$@w_c \rightarrow |G(jw_m)| = 10\log\alpha$$

K به دست می آید. $\rightarrow$ $|KG(jw_m)| + 10\log\alpha = 0$

$$|KG(jw_m)| = -10\log\alpha \quad \text{or} \quad \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$$

* مثال:

$$G(s) = \frac{K}{s^2} \qquad \begin{cases} w_b = 5 \\ \xi = 0.5 \end{cases}$$

$$w_c = 0.63 w_b \rightarrow w_c = 3.15 \ (rad.s^{-1})$$

$$\left.\begin{array}{l} PM_d = 100\xi = 50^\circ \\ \text{فعلی } PM = 0 \end{array}\right\} \rightarrow 50^\circ = \text{مورد نیاز } PM$$

$$\left.\begin{array}{l} w_m = \sqrt{pz} \\ \sin\phi_m = \sin 50^\circ = \dfrac{\alpha-1}{\alpha+1} \rightarrow \alpha = 10 = \dfrac{p}{z} \end{array}\right\} \rightarrow \text{به دست می آید } z \text{ و } p \quad \begin{cases} p = 9.74 \\ z = 0.974 \end{cases}$$

اکنون باید K را تعیین کنیم:

$$|G(jw)| = \left|\frac{K}{(jw)^2}\right| = \frac{K}{w^2}$$

www.teyf.com

ω_m

$$|G(j3.15)| = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \rightarrow \frac{K}{(3.15)^2} = \frac{1}{\sqrt{10}} \rightarrow K \simeq 3$$

$$\rightarrow G_c(s) = 10 \times \frac{s+0.974}{s+9.74}$$

(افزایش فاز: چرخش در خلاف جهت عقربه‌های ساعت).

* جبران ساز Lag : (طراحی)

$$G_c(s) = \alpha \cdot \frac{s+z}{s+p} \qquad \alpha = \frac{p}{z} < 1$$

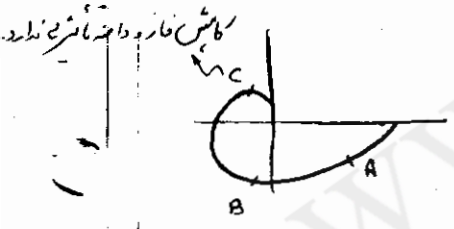
اینجا هم فرض بر اینست که کین dc برابر یک است.

مشخصه lag: - کاهش کین

- کاهش فاز

- مانند بحث مطرح شده در lead، قرار دادن صفر قطب در ناحیه‌ی c (در کاس بالا) اثر ندارد.

کاهش فاز و دامنه تأثیر ندارد.



برای lag باید صفر قطب را در محدوده‌ی بهره‌ی کانتهای باس قرار داد.

در ناحیه A:

- کاهش فاز: سایل مخرج منفی جزئی تغییراتش کم است

- کاهش دامنه: تأثیر مثبت دارد. (جزئی در تمامی فرکانسها ادامه دارد)

چون کاهش فاز (چرخش cw) سایل مخرب است

← اینجا مساعد نیست.

- تذکر: ممکن است پرسیده شود چرا از کین برای کم کردن دامنه استفاده نمی‌شود؟

- پاسخ: اثر پایدارسازی در - کاهش کین - در lag یکی است. اما lag در فرکانسهای باس تأثیر ندارد.

و از lag برای ازین بردن خطا استفاده می‌شود.

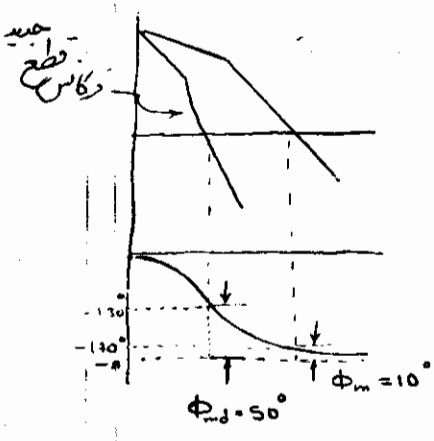
• روال طراحی جبران‌ساز lag :

- اطلاعاتی که در اختیار داریم : ثابت خطا

- حدفاز

- تذکر : lag فاز را کم میکند.

توضیح : در مدار زیر، فرض می‌کنیم $\Phi_{md} = 45^\circ$ باشد :



برای رسیدن به Φ_{md} باید 5° اضافه کنیم ←

یعنی فرکانس قطع را به سمت چپ شیفت دهیم.

نتیجه : فرکانس را که در آن فرکانس، فاز دستگاه آن مناسب است (حدفاز را تأمین میکند) را با افزودن کمک lag ، به فرکانس قطع تبدیل میکنیم.

تذکر : چون عموماً فاز در فرکانس‌های پایین مناسب است ← فرکانس قطع کم میشود ← پهنای باند کاهش می‌یابد.

• معیارهای طراحی ثوابت خطا و حدفاز :

دنباله مطالب در صفحه بعد آورده شده است.

www.teyf.com

ادامه مطالب در صفحه بعدی آورده شده است...

www.teyf.com

معیارهای طراحی توابع خطا در حوزه فاز:

$\alpha = \frac{p}{z}$

$G_c(s) = \alpha \cdot \frac{s+z}{s+p}$

(۱) K را برای ملزومات توابع خطا بیابیم.

(۲) پاسخ فرکانسی ترسیم میشود.

(۳) فرکانسی که در آن فاز مطلوب است یعنی برابر است با: $\underbrace{-180 + \phi_{pm} + (5^\circ \text{ تا } 12^\circ)}_{= \phi(\omega)}$ را یافته و آنرا برابر ω قرار دهید. $(rad.s^{-1})$

(۴) صفر جبران ساز را برابر $\frac{1}{10}\omega$ قرار میدهیم (تا تاخیر فاز تقریبا از بین رفته باشد)

(۵) α را جوری انتخاب میکنیم که ω_1 فرکانس قطع باشد. یعنی:

$|KG(j\omega_1)|_{dB} + |G_c(j\omega_1)|_{dB} = 0$

$\rightarrow 20\log\alpha + |KG(j\omega_1)| = 0 \rightarrow$

$20\log\alpha = -|KG(j\omega_1)| \rightarrow$ α یافته میشود

(۶) قطب جبران ساز را از رابطه $p = \alpha z$ بیابیم.

مثال:

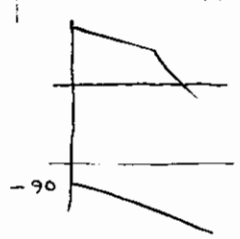
$G(s) = \frac{K}{s(s+2)}$

$\begin{cases} K_v = 20 \\ \phi_m = 45^\circ \end{cases}$

(۱) یافتن K:

$K_v = \lim_{s \to 0} sG(s) = 20 = \frac{K}{2} \rightarrow K = 40$

(۲) ترسیم پاسخ فرکانسی:



(۳) $-180 + 45^\circ + \underbrace{5^\circ}_{\Delta} = -135$

از روی جدول $\rightarrow \omega_1 = 1.5 (rad.s^{-1})$

(۴) $z = 0.1\omega_1 = 0.15$

(۵) $20\log\alpha = -[20\log 40 - 20\log\omega_1 - 20\log(\omega_1^2 + 4)]$

(۶) $\& \omega_1 = 1.5 \rightarrow \alpha = 0.1 \rightarrow p = \alpha z = 0.1 \times 0.15 = 0.015$

www.teyf.com

$$\rightarrow G_c(s) = 0.1 \times \frac{s+0.15}{s+0.015}$$

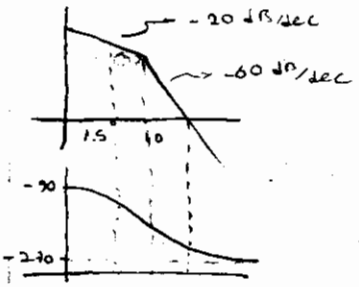
همین مثال را قبلاً با lead طراحی کرده بودیم. دقت کنید lead، پهنای باند را افزایش و lag کاهش میدهد.

حذف قطب: lag سرعت: lead

* مثال:

$$GH(j\omega) = K \cdot \frac{1}{j\omega(j\omega+10)^2} \quad \begin{cases} K_v = 20 \\ \Phi_{pm} = 65^\circ \end{cases}$$

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+10)^2} \quad \& \quad K_v = \lim_{s\to 0} sGH(s) = \frac{K}{100} = 20 \rightarrow K = 2000 \qquad (1)$$



به کمک lead حداکثر 60° جبران به PM اضافه کرد.

← از lag پیش بینی میکنیم که:

$$-180 + 65 + 5 = -110 \longrightarrow \text{table} \rightarrow \omega_1 = 1.5$$

$$\Phi(\omega_1) = -110 \rightarrow \omega_1 = 1.5$$

$$\rightarrow z = 0.15$$

$$20\log\alpha = -|KGH(j\omega_1)| dB \rightarrow \alpha = \frac{1}{14.2} \rightarrow p = 0.15 \times \frac{1}{14.2}$$

تذکر: اگر همین مثال را با lag می‌خواستیم حل کنیم باید فرکانس قطعی را بیابیم که با آن 60° اضافه شدن PM به PM_d برسیم.

← طراحی به کمک lag-lead.

که در صفحه بعد توضیح داده میشود.