* اندازه های عملکرد سیستم فیدبک : Performance

{ Index
Messure
Criteria

هر سیستمی دو دسته پاسخ دارد : { پاسخ فرکانسی
پاسخ زمانی

پاسخ زمانی نسبت به ورودیهای استاندارد

ورودیهای استاندارد :
- ساده باشند

- تمام سیگنالها را برحسب این ورودیها بنویسیم

ورودیهای استاندارد خانواده پله و چند جمله ای :

$$\delta(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} 1$$

$$u(t) \rightarrow \frac{1}{s}$$

$$r(t) \rightarrow \frac{1}{s^2}$$

$$p(t) \rightarrow \frac{1}{s^3}$$

پاسخ ضربه یک سیستم (با تابع تبدیل $G(s)$) برابر $\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = g(t)$ می‌باشد.

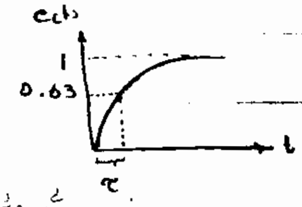
معیارهای عملکرد بر مبنای پاسخ پله ساخته می‌شوند.

ساخت پله آسانتر از ضربه است. سیگنال خروجی سیستم در پله، bounded است ولی در $r(t)$ و $p(t)$ اینطور نیست.

پاسخ زمانی سیستم درجه ۱:

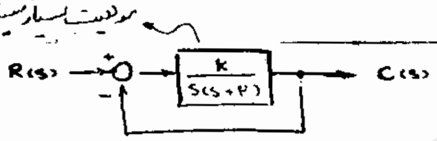
پاسخ ایده‌آل سیستمها، پاسخ فرومیرای درجه ۲ است.

$$G(s) = \frac{1}{1+\tau s} \rightarrow c(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$



موقعیت بسیاری سیستمهای صلب مکانیکی

عملکرد سیستم درجه ۲:



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + Ps + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Standard form

پاسخ ضربه:

$$g(t) = \frac{\omega_n}{\beta} e^{-\xi\omega_n t} \cdot \sin(\omega_n \beta t) \qquad \beta = \sqrt{1-\xi^2} \qquad 0<\xi<1$$

فرامیرا: دو قطب ساده $\xi>1$

میرای بحرانی: قطب ساده مکرر $\xi=1$

: $\xi<1$

معیارهای عملکرد:

برمبنای مشخصات تعریف شده ← اندازه‌های عملکرد (دقیق) ← ارتباط معیارهای عملکرد با پارامترهای سیستم ←

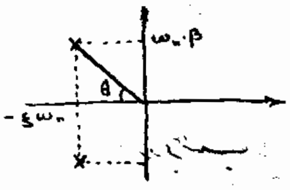
$\underbrace{\text{تنظیم پارامترهای خاص برای دستیابی به مشخصات مطلوب.}}_{\text{طراحی}}$

- اندازه‌های عملکرد برمبنای پاسخ پله سیستم تعیین می‌شود.
- امکان برقراری ارتباط معیارهای عملکرد با پارامترهای سیستم، در سیستمهای بالای درجه ۲ بطور تحلیلی امکان پذیر نیست.
- اکثر سیستمها را با تقریب می‌توان به درجهٔ ۲ مدل کرد.

* سیستم درجهٔ دو استاندارد:

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

پاسخ ضربه:



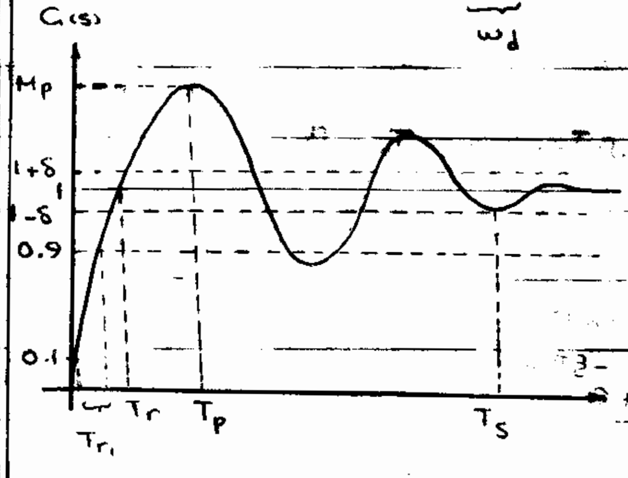
$$s_{1,2}=-\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\begin{cases}\beta=\sqrt{1-\xi^2}\\ \theta=\cos^{-1}\xi\end{cases}$$

پاسخ ضربه: $g(t)=\frac{\omega_n}{\beta}\,e^{-\xi\omega_n t}\sin(\omega_n\beta t)$

پاسخ پله: $c(t)=1-\frac{1}{\beta}\,e^{-\xi\omega_n t}\sin(\omega_n\beta t+\theta)$

در ω_n ثابت، با افزایش ξ شیب میرایی بیشتر می‌شود. و از طرفی $\underbrace{\beta\omega_n}_{\omega_d}$ کم می‌شود ← با سرعت کمتری میرا می‌شود.



تعریف اندازه‌های عملکرد:

T_r ، زمان اوج (Rise time): زمان رسیدن پاسخ به ٪100 مقدار نهایی

T_{r_1} : زمان رسیدن پاسخ از 0.1 تا 0.9 پاسخ نهایی

T_p : زمان قله (Peak time): زمان رسیدن پاسخ به ماکسیمم خودش

M_p : ماکزیمم مقدار پاسخ

T_s : زمان نشست، زمان قرار: (Setting time): زمانی است که سیستم به پاسخ محدود δ از مقدار نهایی می‌رسد و در آن استقرار می‌یابد.

P.O (Percent Overshoot): درصد بالازدگی یا انحراف نرمالیزه شده پاسخ از مقدار نهایی:

$$P.O = \frac{M_p - C_{ss}}{C_{ss}} \times 100$$

C_{ss} : خروجی در حالت ماندگار (دائم)

معیارهای سرعت: T_r ، T_p ، T_s

معیارهای دقت: M_p ، T_s ، P.O

معیارهای عملکرد برحسب پارامترهای سیستم درجه ۲ : $[\xi , \omega_n]$

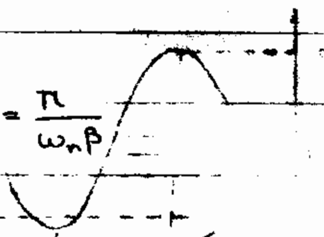
$$g(t) = \frac{\omega_n}{\beta} e^{-\xi\omega_n t} \cdot \sin(\omega_n \beta t)$$

$$c(t) = 1 - \frac{1}{\beta} e^{-\xi_n \omega_n t} \cdot \sin(\omega_n \beta t + \theta) \qquad \theta = \cos^{-1}\xi \qquad \beta = \sqrt{1-\xi^2}$$

- یافتن زمان رسیدن به ماکزیمم مقدار (T_p):

$$\left.\frac{dc(t)}{dt}\right|_{t=T_p} = 0 \rightarrow g(T_p) = 0$$

$$g(t) = 0 \rightarrow \sin(\omega_n \beta t) = 0 \rightarrow \omega_n \beta T_p = \pi \rightarrow T_p = \frac{\pi}{\omega_n \beta}$$



- ماکزیمم مقدار پاسخ (M_p):

$$M_p = C(T_p) = 1 - \frac{1}{\beta} e^{-\xi\omega_n T_p} \sin(\omega_n \beta T_p + \theta) = 1 - \frac{1}{\beta} e^{-\xi\frac{\pi}{\beta}} \sin(\pi + \theta)$$

$$= 1 + \frac{1}{\beta} e^{-\xi\pi/\beta} \cdot \sin\theta \rightarrow M_p = 1 + e^{-\xi\pi/\beta}$$

- P.O :

$C_{ss}=1 \to$

$P.O=\frac{M_p-1}{1}\times 100 \to \quad P.O=100\cdot e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$

overshoot تنها به ξ وابسته است.

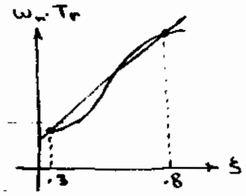
$$\left.\begin{array}{l} T_p\downarrow \Leftarrow \xi\downarrow \quad \omega_n=cte \\ T_p\downarrow \leftarrow \omega_n\uparrow ,\ \xi=cte \end{array}\right\}$$

- T_r : زمان رسیدن به ۱۰۰٪ مقدار نهایی :

$c(t)=1-\frac{1}{\beta}e^{-\xi\omega_n t}\cdot\sin(\omega_n\beta t+\theta) \to c(T_r)=C_{ss}=1 \to \sin(\omega_n\beta T_r+\theta)=0 \to$

$\omega_n\beta T_r+\theta=\pi \to \quad T_r=\frac{\pi-\theta}{\omega_n\cdot\beta}$

هر چه ξ بیشتر باشد سرعت سیستم بیشتر است.



- T_{r1} : به کمک حل عددی یافته می‌شود

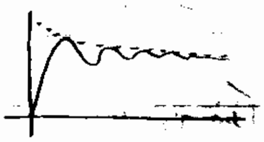
$\to \quad T_{r1}\approx\frac{2.16\xi+0.6}{\omega_n}$

$0.3<\xi<0.8$

- T_s : زمان نشست :

فرمول تعریف : در این روش زمانی را می‌نامیم که لرزش منحنی وارد محدوده δ می‌شود :

(دیش همان ترم نهایی است)



$\delta=2\%$

$\delta=5\%$

برای توابع نمایی : $\tau \to 0.63$

$3\tau \to 0.95$

$4\tau \to 0.98$

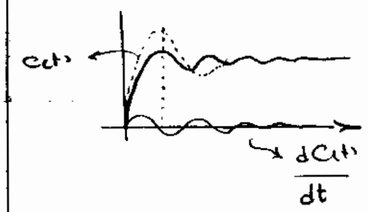
$$T_s\begin{cases}\delta=2\% \to 4\tau=\frac{4}{\xi\omega_n}\\[2ex] \delta=5\% \to 3\tau=\frac{3}{\xi\omega_n}\end{cases}$$

اثرات صفر و قطب سوم:

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$G(s)=\frac{\omega_n^2(1+T_z\cdot s)}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}\rightarrow G(s)=\underbrace{\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}}_{c_1(t)}+T_z\cdot\frac{\omega_n^2 s}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$c(t)=c_1(t)+\left(\frac{dc_1(t)}{dt}\times T_z\right)$$



T_s و T_p کم می‌شود.

P.O: افزایش می‌یابد

با افزایش ثابت زمانی صفر (T_z)، این اثرات محسوس‌تر است.

T_z تأثیری بر e_{ss} ندارد $\leftarrow$ با افزایش T_z سیستم ناپایدار نمی‌شود.

اثر صفر سمت راست:

$$c(t)=c_1(t)+\overset{\text{منفی}}{T_z}\cdot\frac{dc_1(t)}{dt}\qquad T_z<0$$

T_r و T_p افزایش می‌یابد، P.O کم می‌شود.

پاسخ دارای undershoot می‌شود.

سیستمی که صفر راست دارد، پس از لحظه شروع undershoot دارد (ابتدا در جهت عکس حرکت می‌کند).

هر قدر صفر سمت راست به صفر نزدیک‌تر شود، اثرات مخرب آن بیشتر می‌شود.

اگر T_z خیلی کوچک باشد یا سمت راست خیلی دور از صفر باشد، اثرات آن کم است و اصطلاحاً

Weak non-minimum phase می‌نامیم.

* جلسه دوازدهم : پنجشنبه : ۸۲/۱/۲۸

اثر قطب سوم :

اثر صفر: صفر مانند یک مشتق گیر عمل می‌کند. صفر سرعت سیستم و overshoot را افزایش می‌دهد.

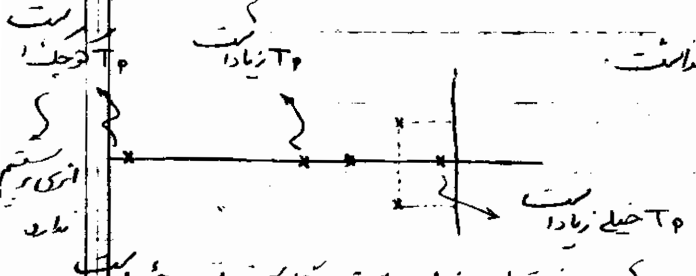
اما اثر قطب.

$$G(s)=\frac{w_n^2}{(s^2+2\zeta w_n s+w_n^2)(1+T_p s)}=\frac{AS+B}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2}+\frac{K}{S+\frac{1}{T_p}}$$

e^{-t/T_p}

سیستم کندی شود

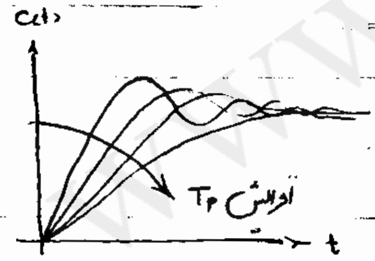
اگر T_p خیلی کوچک باشد ← اثری بر پاسخ زمانی نخواهد گذاشت



که در اینجا قطب غالب است و کل سیستم از درجه 1 است

اگر قطب سوم، T_p کوچک نداشته باشد ← سیستم را کند می‌کند. زمان اوج و زمان نشست زیاد می‌شود و P.O کم می‌شود

در حالت قطب غالب، چون سیستم درجه 1 است ← Overshoot ندارد.



پاسخ عملکردی در حذف قطب سوم باید منظور شود.

* در دو حالت می‌توان از اثر یک قطب صرفنظر کرد (یعنی اثر قطب در پاسخ زمانی محسوس نباشد):

(۱) قطب از محور ها خیلی دور باشد.

بیان ریاضی:

$$G(s)=\frac{m(s)}{(S+\alpha_1)(S+\alpha_2)\times\cdots(S+\alpha_n)}$$

$$\rightarrow g(t)=k_1e^{-\alpha_1 t}+\cdots+k_ne^{-\alpha_n t}$$

$\alpha_i>>1$

(۲) صفری در نزدیکی یک قطب وجود داشته باشد :

$$G(s)=\frac{(s+z_1)\cdots}{(s+\alpha_1)\cdots}$$

$z_1=\alpha_1 \to$ اثر قطب کاملا حذف می‌شود

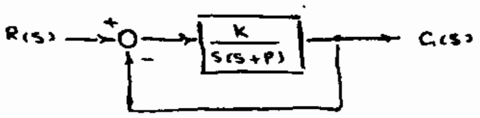
$z_1\approx\alpha_1 \to$ اثر قطب کم میشود.
(یا کم شدن ضریب آن در پاسخ زمانی)

تذکر : $g(t)=k_1e^{-\alpha_1 t}+\cdots+k_ne^{-\alpha_n t}$

k_i ها توسط صفرها و α ها توسط قطبها تعیین می‌شود.

اکنون معیارهای عملکرد بیان شوند. اکنون به کمک مثال زیر کاربرد آنها را بیان می‌کنیم:

* مثال :



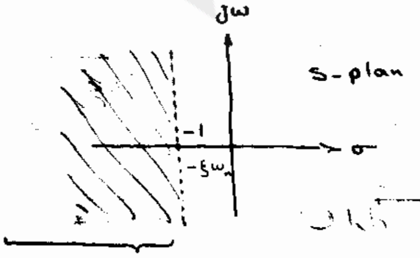
$$T(s)=\frac{K}{s^2+Ps+K}$$

پارامترهای P و K را طوری تعیین کنید که پاسخ گذرا دارای $P.O<0/05$ و زمان نشست کمتر از $4\,s$ داشته باشد.

$$T(s)=\frac{K}{s^2+Ps+K}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \to \begin{cases}K=\omega_n^2\\ P=2\xi\omega_n\end{cases}$$

$$T_s=\frac{4}{\xi\omega_n}<4(s)\to \xi\omega_n>1$$

در سیستم درجه ۲ داریم $s_{1,2}=-\xi\omega_n\pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

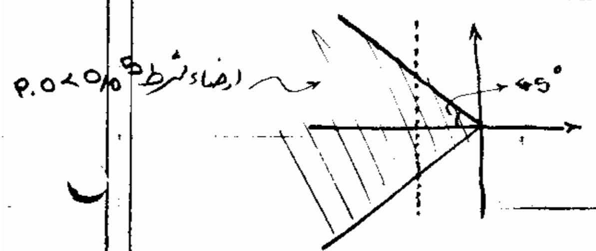


$$P.O=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$$

در این ناحیه شرط $T_s<4$ ارضا می‌شود

$\xi=0.707\to P.O=4.3\ \%$

اکنون باید ناحیه‌ای از صفحه s را بیابیم که این شرط را نیز ارضا کند:



$$\theta=\cos^{-1}\xi=\cos^{-1}(0.707)=45^\circ$$

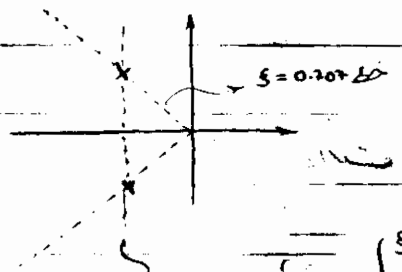
در ناحیه مشترک پاسخ است

* راه حل دیگر این بود که ابتدا یک تعداد تمرات ٪۵ برای P.O و تعداد تمرات ۰٫۵ برای T_s فرض کنیم و

معادلات را حل کنیم و پارامتر مطلوب یافت شود.

الان کشف می کنیم کجای این ناحیه مطلوب بهتر است؟

انتخابهای خوب روی مرز هستند.



$$\begin{cases} \xi\omega_n = 1 \\ \xi = 0.707 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \xi = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \omega_n = \sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} K = 2 \\ P = 2 \end{cases}$$

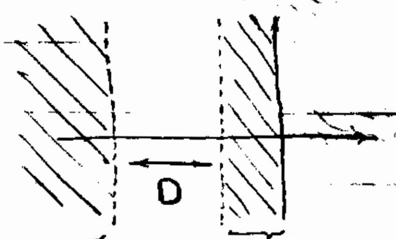
K در اختیار ماست (جزء گین است)

در تنظیم P در اختیار ما نیست.

* مفهوم قطب مسلط:

یک سری قطبها هستند که روی پاسخ زمانی تأثیر دارند: قطبهای نزدیک محور jω

یک سری قطبها تأثیر چندانی بر پاسخ زمانی ندارند: قطبهای دور از محور jω



. معیار دقیقی برای D نمی توان ارائه کرد.

- جزء حقیقی قطبها شیب میرا شدن را تعیین می کند

- جزء موهومی قطبها، فرکانس میرا شدن را.

• بطور تجربی می‌توان گفت: قطبهایی که 5 تا 10 برابر از بقیه قطبها به محور $j\omega$ نزدیک باشند، قطب مسلط هستند.

• حفظ گین dc در حذف قطبهای غیرمسلط:

... الان به این موضوع می‌پردازیم که چگونه می‌توان قطب غیرمسلط را حذف کرد:

• مثال:

$$G(s)=\frac{10}{(s+10)(s^2+2s+2)}$$

$S_{1,2}=-1\pm j$

$S_3=-10$

چون $real(s_3) << real(s_{1,2})$ یعنی: $-10 << -1$ ⇐ s_3 قطب دور است

⇐ $s_{1,2}$ قطبهای مسلط است

⇐ آیا می‌توان نوشت: $G_1(s)=\frac{10}{(s^2+2s+2)}$ ؟ پاسخ: خیر

چون گین dc برای G و G_1 یکی نیست.

$$G(s)=\frac{10}{10(s^2+2s+2)(1+\frac{s}{10})} \longrightarrow \frac{s}{10}<<1 \Rightarrow G(s)=\frac{10}{10(s^2+2s+2)}$$

این فرم درست است: چون $dc_{gain}=G(0)=0.5$ تغییر نکرده است.

• تخمین پارامترهای سیستم درجه ۲:

توضیح: در این بخش می‌توان سیستم که پارامترهای سیستم درجه ۲ را بیابیم اگر با اعمال ورودی، به سیستم درجه ۲، خروجی را داشته باشیم

- پارامترهای سیستم درجه ۲ استاندارد: ξ و ω_n

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

- پارامترهای سیستم درجه ۲ به فرم کلی: ξ و ω_n و K

$$G(s)=\frac{K\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

• چون همیشه $dc_{gain}=1$ می‌باشد.

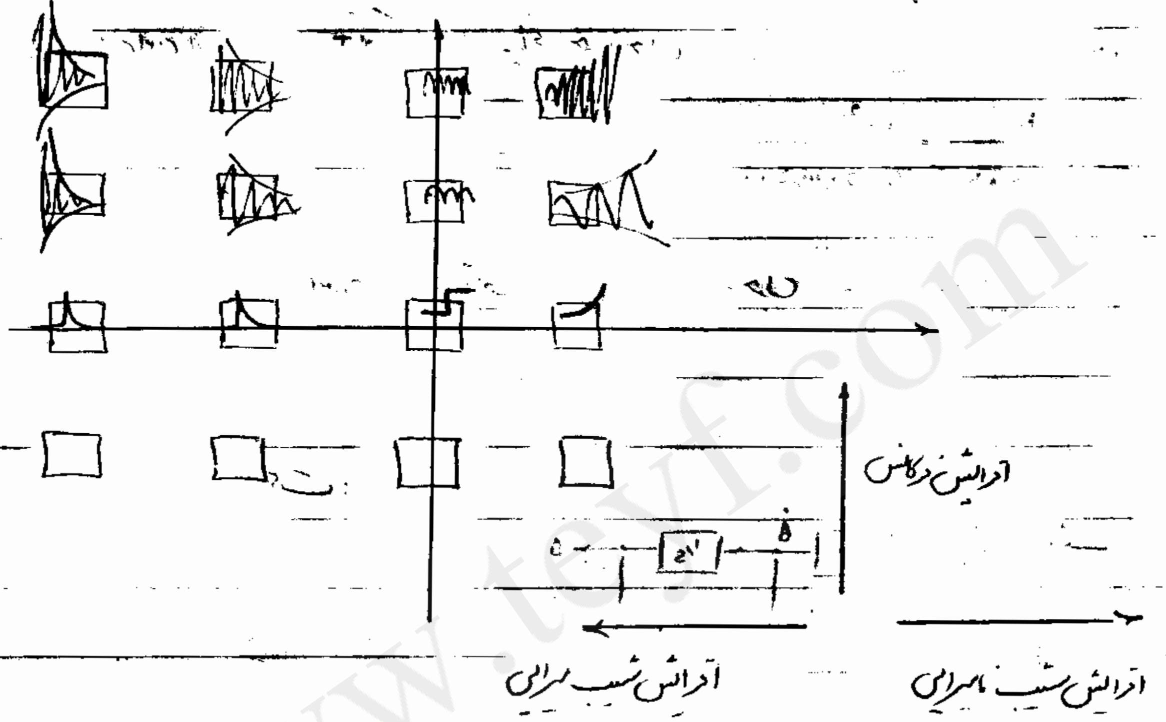
از روی P.O مقدار: ξ بدست می‌آید و از روی T_s و T_r، ω_n بدست می‌آید.

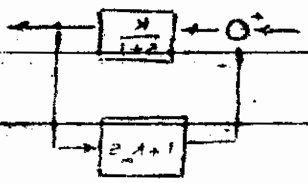
K هم که همان مقدار ماندگار سیستم است.

* محل قطبها و پاسخ حالت گذرا :

- جزء حقیقی قطب : شیب میرایی

- جزء موهومی قطب : فرکانس نوسان

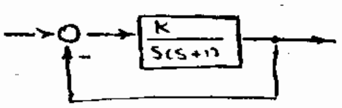




• فیدبک سرعت:

عموماً قطب در حلقه باز در اختیار ما نیست و نمی‌توانیم آن را تنظیم کنیم

مثال: K را طوری بیابید که $\begin{cases} P.O \le \dots \\ T_s \le \dots \end{cases}$



$$T(s) = \frac{K}{s^2+s+K}$$

آیا برای این تابع می‌توان T_s تعیین کرد؟ پاسخ: خیر، چون $\xi\omega_n$ ثابت است و در دست ما نیست.

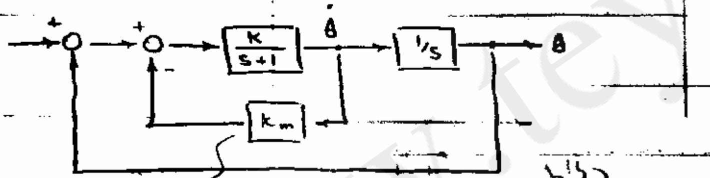
$$\frac{K}{s^2+s+K} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \longrightarrow \xi\omega_n = 0.5$$

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = 8$$

از طرفی ξ هم در اختیار ما نیست چون با تغییر K، ω_n تغییر می‌کند و چون $\xi\omega_n$ ثابت است ← ξ هم تغییر می‌کند

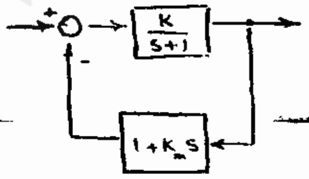
← تنها یکی از پارامترهای سیستم را می‌توانیم کنترل کنیم.

راه حل: فیدبک سرعت:



مانند دمپر عمل می‌کند
$(F = b\dot{\theta})$

پس از ساده‌سازی داریم:



$$\Rightarrow T(s) = \frac{\frac{K}{s(s+1)}}{1+\frac{K(1+K_h s)}{s(s+1)}}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{K}{s^2+(1+KK_h)s+K} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \longrightarrow \begin{cases} \omega_n^2 = K \\ 2\xi\omega_n = 1+KK_h \end{cases}$$

← به کمک K_h میتوان ξ را (میرایی) تغییر داد و تاثیری روی ω_n ندارد.

بدیهی است: چون یک دمپر فرکانس طبیعی یک سیستم را تغییر نمی‌دهد.

$\{ \text{با } K \rightarrow \omega_n \text{ تنظیم میشود} ; \text{ با } K_h \rightarrow \xi \text{ تنظیم میشود.}$

* مثال: پارامترهای K و K_h را برای رسیدن به $P.O < 20\%$ و $T_p < 1(s)$ تنظیم کنید.

$P.O = 100 \cdot e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$, $P.O = 20 \rightarrow \xi = 0.456 \rightarrow P.O < 20\% \rightarrow \xi > 0.456$

$T_p = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \rightarrow \omega_n = 3.53 \rightarrow \omega_n > 3.53$ $\} \rightarrow \begin{cases} P.O < 20\% \\ T_p < 1 \end{cases}$

الان به راحتی ξ و ω_n را به K و K_h تبدیل می‌کنیم:

$K = \omega_n^2 = 12.5$,

$1 + KK_h = 2 \times 3.53 \times 0.456 \rightarrow K_h = 0.178$

• خطای حالت دائمی:

خطای حالت دائم یکی از مهمترین اندازه‌های عملکرد است.

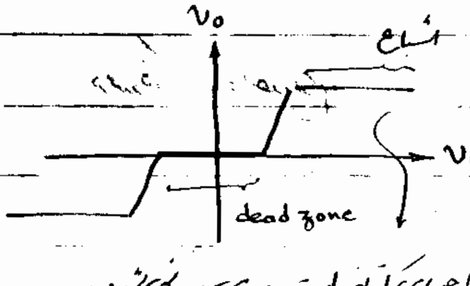
برای هر سیستم یک حد قابل قبول برای خطای حالت دائم وجود دارد.

یک ماهیت که چگونه میتوانیم خطای حالت دائم را حذف کنیم؟

* خطای حالت دائم دو منبع (Source) دارد:

(۱) المانهای غیرخطی

(۲) عدم توانایی دینامیک سیستم برای تعقیب ورودیهای خاص



• المانهای غیرخطی: - اشباع

- dead zone

- خطای کوانتیزاسیون

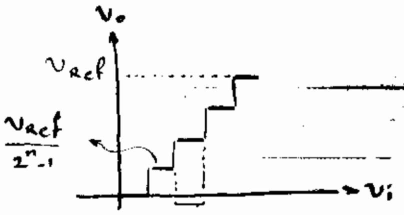
- اصطکاک کولمب

اشباع: ناحیه‌ای که تغییرات ورودی دیده نمی‌شود.

خطای سطح‌بندی: Quantization Error

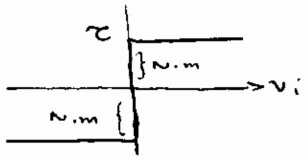
خطای کوانتیزاسیون: - ساده‌سازی کامپیوتری

مبدل ADC یا A2D دیجیتال n بیت می‌توان 2^n-1 سطح را نشان داد.



این محدوده خطا است همیشه دیده می‌شود

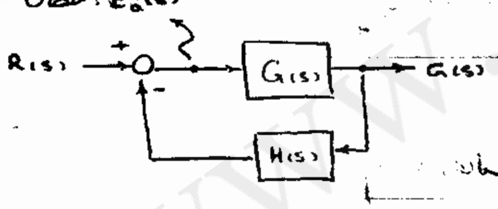
اصطکاک کولمب:



- یعنی باید τ به حدی باشد که بر اصطکاک غلبه کند.

بحث اصلی ما قسمت دوم است (عدم توانایی تعقیب دقیق) که اکنون به آن می‌پردازیم:

خطای عملگر: $E_a(s)$



$$E(s) = R(s) - C(s)$$

$$E_a(s) = R(s) - H(s)\cdot C(s)$$

$$\begin{cases} E(s) = R(s) - T(s)R(s) \\ T(s) = \dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E(s) = R(s) - \frac{G}{1+GH}\cdot R(s) = R(s)\left(1-\frac{G}{1+GH}\right) \Rightarrow E(s) = \frac{1+GH-G}{1+GH}\cdot R(s)$$

در سیستم فیدبک واحد داریم:

$$H=1 \Rightarrow E(s) = E_a(s) = \frac{1}{1+G(s)}\cdot R(s)$$

در تمامی مباحث این بخش فرض پایداری $T(s)$ لحاظ شده است. چون می‌خواهیم از قضیه مقدار نهایی کمک بگیریم:

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s)$$

بر فرض : $R(s)=\frac{1}{s}$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} sE(s)=\lim_{s\to 0}\frac{s}{1+G(s)}\cdot\frac{1}{s}=\frac{1}{1+G(0)}$$

الان پارامتری به نام نوع سیستم را معرفی می‌کنیم :

* نوع سیستم :

سیستمی با تابع تبدیل مقابل را در نظر بگیرید :

$$G(s)=K\cdot\frac{(1+Z_1S)\cdots(1+Z_mS)}{S^N(1+P_1S)\cdots(1+P_nS)}$$

این سیستم ، m عدد صفر دارد. $N+n$ عدد قطب دارد.

- مرتبه سیستم : بزرگترین درجه مخرج

* نوع سیستم : تعداد انتگرال گیرهای سیستم : تعداد قطبهای سیستم در مبداء $(S=0)$

$$G(0)=\lim_{s\to 0}G(s)=\begin{cases}K & \leftarrow N=0\\ \infty & \leftarrow N\geq 1\end{cases}$$

- نتیجه : تنها حالتیکه خطای ماندگار سیستم $\left(e_{ss}=\frac{1}{1+G(0)}\right)$ ، صفر باشد، آنست که $G(0)$ بینهایت باشد :

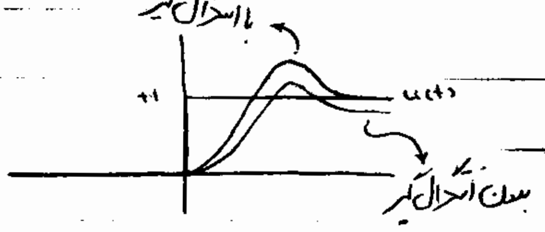
یعنی $N\geq 1$ باشد ، به عبارت دیگر سیستم باید حداقل یک انتگرال گیر داشته باشد.

ثابت خطای موقعیت :

$$K_p=\lim_{s\to 0}G(s)$$

$$K_p=\begin{cases}K & , N=0\rightarrow e_{ss}=\frac{1}{1+K}\\ \infty & , N\geq 1\rightarrow e_{ss}=0\end{cases}$$

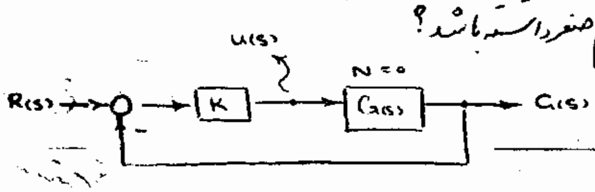
شرط اینکه سیستم بتواند ورودی پله را تعقیب کند، آنست که حداقل یک انتگرال گیر داشته باشد.



آیا با افزایش K می‌توان خطا را صفر کرد؟ پاسخ: خیر- چون K را نمی‌توان تا بینهایت برد.

به عبارت واضح تر:

چرا سیستم زیر نمی‌تواند خطای حالت دائم صفر داشته باشد؟



چون K محدود نمی‌تواند خروجی نامحدود ایجاد کند.

تذکر: اگر K را با یک انتگرال گیر تعویض کنیم، می‌تواند خطای ماندگار سیستم صفر شود. چون انتگرال گیر سطح زیر منحنی خطا را می‌خواهد نه خود خطای لحظه‌ای را.

در حقیقت، انتگرال گیر، سطح زیر منحنی خطا را به سیستم اعمال می‌کند: بیان ریاضی:

$$\left.\begin{array}{l} e=0 \Rightarrow U(s)=Ke=0 \Rightarrow C(s)=0 \Rightarrow C(s)\neq R(s) \\ e=0 \Rightarrow C(s)=R(s) \end{array}\right\}$$ تناقض

$$e=\frac{1}{1+K}\cdot r \Rightarrow u=\frac{K}{1+K}\cdot r \Rightarrow e=(r)\left(1-\frac{K}{1+K}\right)=\frac{r}{1+K}=e$$ تناقض ندارد.

با K محدود، اگر خطا صفر باشد ⇐ به تناقض می‌رسیم ⇐ با افزایش K نمی‌توانیم خطای حالت دائم را صفر کنیم.

تذکر: اگر انتگرال گیر داشته باشیم، می‌توانیم $e=0$ داشته باشیم، درحالیکه $U(s)$ غیر صفر است.

چون انتگرال گیر سطح زیر منحنی خطا را اندازه می‌گیرد.

* جلسه سیزدهم : یکشنبه : ۸۲/۱/۳۱

* خطای حالت دائمی :

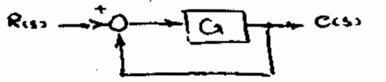
یادآوری : در ورودی پله : $e_{ss} = \lim\limits_{s\to 0} sE(s) \Rightarrow e_{ss} = \dfrac{1}{1+G(0)} = \dfrac{1}{1+K_p}$

$K_p = \lim\limits_{s\to 0} G(s)$: ثابت خطای موقعیت

دیدیم که :

$G(s) = K \cdot \dfrac{(1+T_{z_1})\cdots(1+T_{z_m})}{s^N(1+T_{p_1})\cdots(1+T_{p_n})}$ و نوع سیستم را تعریف کردیم

الان ورودی شیب را بررسی می کنیم :



$r(t) = t \rightarrow R(s) = \dfrac{1}{s^2}$

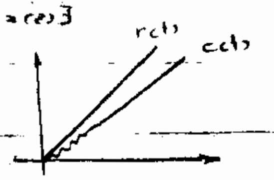
$E(s) = \dfrac{1}{1+G(s)} \cdot R(s) = \dfrac{1}{1+G(s)} \cdot \dfrac{1}{s^2}$ $\quad e_{ss} = \lim\limits_{s\to 0} \dfrac{1}{1+G(s)} \cdot \dfrac{1}{s} = \lim\limits_{s\to 0} \dfrac{1}{sG(s)}$

ثابت خطای سرعت $K_v = \lim\limits_{s\to 0} sG(s) \rightarrow e_{ss} = \dfrac{1}{K_v}$

$$\begin{cases} N=0 \rightarrow K_v = 0 \rightarrow e_{ss} = \infty \\ N=1 \rightarrow K_v = K \rightarrow e_{ss} = \dfrac{1}{K} \\ N\geq 2 \rightarrow K_v = \infty \rightarrow e_{ss} = 0 \end{cases}$$

$N=1 \rightarrow \quad r(t) = t$

$c(t) = r(t) - \dfrac{1}{K}$



$\dfrac{dr(t)}{dt} = 1$ $\quad$ سرعت خطا ندارد

$\dfrac{dc(t)}{dt} = 1$

ورودی شتاب (سهمی) :

$r(t) = \dfrac{t^2}{2} \rightarrow R(s) = \dfrac{1}{s^3}$

$E(s) = \dfrac{1}{1+G(s)} \cdot \dfrac{1}{s^3} \rightarrow e_{ss} = \lim\limits_{s\to 0} sE(s) = \lim\limits_{s\to 0} \dfrac{1}{s^2+s^2G(s)}$ $\quad$ ثابت خطای شتاب $K_a = \lim\limits_{s\to 0} s^2G(s)$

$$\rightarrow \begin{cases} N=0 \rightarrow K_a=0 \rightarrow e_{ss}=\infty \\ N=1 \rightarrow K_a=0 \rightarrow e_{ss}=\infty \\ N=2 \rightarrow K_a=K \rightarrow e_{ss}=\frac{1}{K} \\ N\geq 3 \rightarrow K_a=\infty \rightarrow e_{ss}=0 \end{cases} \qquad \leftarrow \quad e_{ss}=\frac{1}{K_a} \quad \leftarrow$$

. نتیجه‌گیری :

برای تعقیب ورودی شتاب و با خطای حالت ماندگار صفر، باید حداقل ۳ عدد انتگرال گیر در حلقه داشته باشیم

برای تعقیب ورودیهای با تغییر بیشتر و سریعتر، باید تعداد انتگرال گیر بیشتری داشته باشیم.

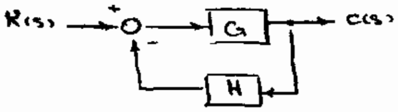
← مزیت انتگرال گیر: کاهش خطا

واما معایب انتگرال گیر:

(۱) تأخیر می‌دهد. تأخیر فاز ۱ انتگرال گیر: $\angle \frac{1}{s}=-90^\circ$

(۲) باعث ناپایداری می‌شود. " " ۲ " " : $\angle \frac{1}{s^2}=-180^\circ$

خطای حالت دائم سیستم با فیدبک غیرواحد:



$E(s) \neq E_a(s)$

$$\frac{E_a(s)}{R(s)}=\frac{1}{1+GH} \rightarrow E_a(s)=\frac{1}{1+G(s)H(s)}\cdot R(s)$$

فرمولهای بخش پیش تنها برای $E_a(s)$ جوابگو خواهند بود نه $E(s)$:

$$E(s)=R(s)-C(s)=R(s)-T(s)\cdot R(s) \rightarrow$$

$$E(s)=\frac{1+GH-G}{1+GH}\cdot R(s) \qquad (*)$$

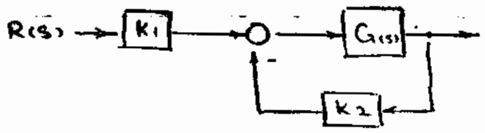
خطای حالت دائم یعنی اندازه‌ای سیستم در فرکانس صفر.

اگر $H(s)=1$ (مثلاً $G(s)=\frac{1}{1+\tau s}$) ← از رابطه (*) دیده می‌شود که همان فرمولهای فصل قبل معتبرند.

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} sE(s)=\frac{1+G(0)H(0)-G(0)}{1+G(0)H(0)}=\frac{1}{1+G(0)}$$

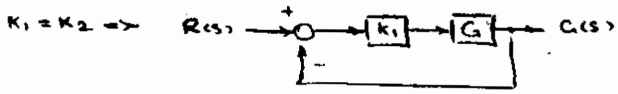
ـ ادامه مطالب پیش در مورد انتگرالگیرها ... برقرار است.

• حالت خاص:



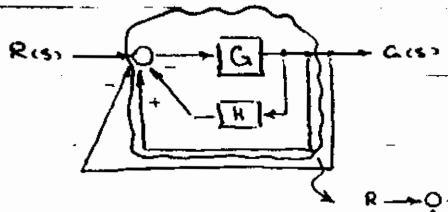
$H(s)$ تنها یک گین است.

در این صورت به فیدبک واحد تبدیل می‌شود:

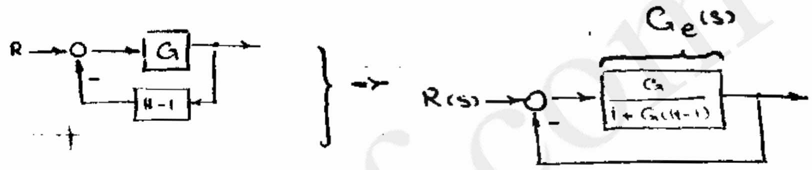


روابط در این فصل معتبر است. ←

• روش دیگری نیز موجود است:



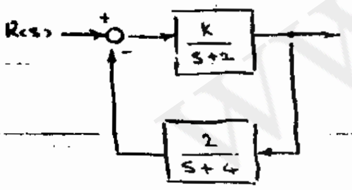
یک فیدبک مثبت و یک فیدبک منفی اضافه می‌کنیم.



$$\Rightarrow G_e(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)(H(s)-1)} \Rightarrow E(s) = E_a(s) = \frac{1}{1+G_e(s)} \cdot R(s)$$

← تمام روابط فصلی، با قرار دادن $G_e(s)$ به جای G برقرار است.

• مثال:



Find k s.t $e_{ss} = 0$

$R(s) = \frac{1}{s}$

حل: از روش $G_e(s)$ نمی‌رویم. از روش محاسبه بطور متعارف استفاده می‌کنیم

$$T(s) = \frac{\frac{k}{s+2}}{1+\frac{k}{s+2}\cdot\frac{2}{s+4}} = \frac{k(s+4)}{(s+2)(s+4)+2k}$$

رابطه کلی خطا: $E(s) = R(s) - C(s) = R(s) - T(s)\cdot R(s) = (1-T(s)) \cdot R(s)$

$$E(s) = (1-T(s))\cdot\frac{1}{s} \Rightarrow e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = 1 - \lim_{s\to 0} T(s)$$

← برای صفر شدن e_{ss} باید $\lim_{s\to 0} T(s) = 1$ باشد یعنی:

$$T(0) = \frac{4K}{8+2K} = 1 \rightarrow K = 4$$

مشاهده میکنید با وجود آنکه انتگرال گیری وجود ندارد و K هم محدود بود با این سیستم توانایی تعقیب ورودی پله را با خطای ماندگار صفر دنبال می کند

• با وجود مشکلات انتگرال گیر، چرا همیشه از روش فوق استفاده نکنیم؟

• پاسخ: اگر G را داشته باشیم، یافتن $H(s)$ مناسب امکان پذیر است، که خطای حالت دائم صفر شود، اما مشکل اینجاست که G را دقیقاً نمی شناسیم. (با شناخت دقیق سیستم است که قطبها، صفرها و گین بدست می آید)

ولی با وجود انتگرال گیر، علیرغم حضور تغییرات سیستم، کماکان خطا صفر خواهد شد. (گین dc انتگرال گیر، ∞ است)