

۱- عبارت های زیر را بطور مناسب کامل کنید. (۲/۵ نمره)

الف) مجموعه اعداد صحیح نسبت به عمل تقسیم بسته نیست.

دلیل: دو عدد مانند ۵ و ۷ را اگر بر هم تقسیم کنیم عددی بیرون از مجموعه اعداد صحیح بدست می آید.

ب) اگر الگوریتم غربال را برای اعداد ۱ تا هر یک از اعداد ۳۰ تا ۲۰۹ به کار ببریم، فقط یک عدد وجود دارد که ۳ بار خط خورده است.

دلیل: زیرا عدد ۳۰ از حاصلضرب ۳ عدد اول (۲ و ۳ و ۵) بدست می آید و تا زمانی که به عددی که از حاصلضرب ۴ عدد اول تشکیل شده است نرسیم، عددی که چهار بار خط بخورد در مجموعه وجود نخواهد داشت. آن عدد ۲۱۰ است که از ضرب ۲ و ۳ و ۵ و ۷ بوجود می آید و لذا تا عدد ۲۰۹ می تواند به عنوان جواب قابل قبول باشد.

ج) عدد ۸ تنها عدد طبیعی است، که تفاضل کوچکترین و بزرگترین مقسوم علیه اش، برابر ۷ است.

دلیل: کوچکترین مقسوم علیه هر عدد برابر با ۱ و بزرگترین آنها برابر با خود عدد است. پس وقتی تفاضل خود عدد از ۱ برابر با ۷ می شود ناچار باید خود عدد ۸ باشد.

د) جذر عدد هر عدد بین ۰ و ۱ از خود عدد، بزرگتر و جذر عدد هر عدد بزرگتر از یک از خود عدد، کوچکتر است.

۲- در هر یک از موارد زیر عدد خواسته شده را بنویسید. (۱ نمره)

الف) اگر عدد  $a$  را در قرینه معکوس عدد ۲ ضرب کنیم حاصل برابر ۱ می شود.  $a$  چیست؟

$$\text{حل: } a = -2 \rightarrow a = 1 \div (-\frac{1}{2}) = 1 \times (-2) = -2 \rightarrow a \times (-\frac{1}{2}) = 1$$

ب) اگر قرینه عدد  $b$  را در سه برابر معکوس ۴ ضرب کنیم حاصل برابر ۲ است.  $b$  چیست؟

$$\text{حل: } b = -\frac{8}{3} \rightarrow b = 2 \div (\frac{3}{4}) = 2 \times (\frac{4}{3}) = \frac{8}{3} \rightarrow (-b) \times (\frac{3}{4}) = 2$$

۳- برنامه ای کامپیوتری نوشته ایم که اعداد را گرفته و آنها را به توان ۲ می رساند. سپس قسمت اعشاری عدد بدست آمده را حذف و

نتیجه را چاپ می کند. مجموعه تمام اعداد گویا را به این برنامه می دهیم. تمام عددهایی که چاپ می شود را مشخص کنید. (۱ نمره)

حل: وقتی هر عدد گویا را به توان ۲ برسانیم و اعشار را حذف کنیم: اولاً: حاصل همیشه یک عدد مثبت یا صفر (= نامنفی) است. ثانیاً: تمام اعداد طبیعی بعلاوه صفر بوجود می آید. پس جواب برابر با مجموعه  $I$  یعنی اعداد حسابی است

۴- اگر  $a = 2^{1.34}$  باشد، عدد  $\frac{a}{4}$  و عدد  $8a$  را بصورت عددی تواندار بیان کنید. (۱/۵ نمره)

حل:

$$\frac{a}{4} = \frac{2^{1.34}}{2^2} = 2^{1.34-2} = 2^{-0.66} = 2^{1.34}$$

$$8a = 2^3 \times 2^{1.34} = 2^3 + 1.34 = 2^{4.34}$$

۵- عددی تواندار داریم که اگر آن را ۳ بار بر ۲ و ۲ بار بر ۵ تقسیم کنیم، حاصل عددی طبیعی می شود. اگر این عدد بر ۷ نیز قابل قسمت باشد، کمترین مقدار برای این عدد چیست؟ (۱ نمره)

حل: اگر عدد مزبور را  $a$  بنامیم باید  $\frac{a}{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7} \in N$

چون گفته کمترین مقدار برای این عدد پس باید کمترین عدد طبیعی را نیز در نظر بگیریم که ۱ است. لذا عدد  $a$  از حاصلضرب عوامل مخرج بدست می آید که برابر ۱۴۰۰ است.

۶- در موارد زیر در هر جای خالی، عبارت مناسب قرار دهید. (۳ نمره)

(الف)  $\{x | x \in N \text{ or } I, -7 \leq x \leq 7\} \subset \{x | x \in I, -7 \leq x \leq 7\} \subset \{x | x \in I \text{ or } Z \text{ or } Q \text{ or } R, -7 \leq x \leq 7\}$

(ب)  $\{x | x \in Z, -9/5 < x < -7/5\} = \{-9, -8\}$

(ج)  $\{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{2x | x \in N, x \geq 1\}$

(د)  $\{\frac{n}{n+1} | n \in N\} = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots\}$

۷- در هر یک از موارد زیر با ذکر دلیل کامل مشخص کنید که آیا آن عدد، گویا است یا خیر؟ (۳ نمره)

(الف)  $-\frac{9}{-8}$  بلی! چون بعد از ساده کردن، صورت و مخرج عضو مجموعه اعداد صحیح هستند و مخرج مخالف صفر است.

(ب)  $\frac{7-7}{3-3}$  خیر! چون اگرچه صورت و مخرج عضو مجموعه اعداد صحیح هستند اما مخرج برابر با صفر است!

(ج)  $\frac{-\sqrt{25}}{2/5}$  بلی! چون بعد از ساده کردن، به عدد ۲- می رسیم که عددی گویاست (زیرا بصورت یک کسر که صورت و مخرج عضو مجموعه اعداد صحیح و مخرج مخالف صفر باشد قابل بیان است)

(د)  $1 + \sqrt{2} - \sqrt{4}$  خیر! چون ۲ مربع کامل نیست و لذا رادیکال آن یک عدد گویا نمی شود. (در واقع حاصل یک عدد نامختوم نامنظم است) و وقتی اعداد بعد از اعداد در  $\sqrt{2}$  نامنظم باشد جمع کردن این عدد با ۱ و ۲- آن را منظم نمی کند. (این توضیح را از روی برگه یکی از بچه ها نوشتم)

(ه)  $\frac{0./\overline{346}}{0./\overline{77}}$  بلی! چون صورت یک عدد اعشاری نامختوم ولی منظم است و قابل تبدیل کردن به کسر است و مخرج هم عدد  $\frac{77}{100}$  است که یک کسر است و در کل می توان این عدد را بصورت کسر نوشت. (همچنین می توان گفت: صورت عددی گویا و مخرج هم عددی گویاست و چون اعداد گویا نسبت به تقسیم بسته است پس حاصل این کسر عددی گویاست)

(و)  $\frac{\pi}{3/14}$  خیر! چون عدد پی نامختوم نامنظم است و اگرچه  $3/14$  منظم است اما تقسیم یک عدد نامنظم بر عددی منظم، آن را منظم نمی کند. پس گویا نیست. (این را هم از روی برگه یکی از بچه ها نوشتم)

«خسته نباشید»

«در تحویل برگه خود عجله نکنید و قبل از تحویل، مطمئن شوید که یک بار بطور کامل جواب های خود را بررسی کرده اید.»