تخمین بعد فرکتالی با استفاده از درخت‌های چهارتایی به منظور قطعه‌بندی بافت

علی محمدی*، منصور جم زاد†

چکیده

مطالعات نشان داده است که بعد فرکتالی از ویژگی‌های مناسب برای توصیف خصوصیات بافت و تمایز آن‌ها از یکدیگر است. در این مقاله الگوریتم جدیدی برای تخمین بعد فرکتالی براساس تقسیم درخت‌های چهارتایی ارایه شده است. در روش پیشنهادی تصویر سطح خاکستری به صورت یک سطح سه بعدی در نظر گرفته می‌شود، که بعد فرکتالی آن با تجزیه سطح تصویر به بلوک‌های درخت چهارتایی حساب می‌گردد. با این روش مقادیر حساب شده بعد فرکتالی برای بافت‌های مختلف از تمایز خوبی برخوردار بوده که منتج به قطعه‌بندی بافت‌ها با خطایی پایین می‌گردد. این الگوریتم در مقایسه با روش‌های قبلی کارایی بهتری را در ایجاد تمایز مابین بافت‌ها به ویژه در مواردی که بافت‌های مورد بررسی تباین‌های متفاوتی دارند، فراهم می‌کند.

کلمات کلیدی

بعد فرکتالی، بافت، درخت‌های چهارتایی، قطعه‌بندی تصویر.

Quad Tree Based Fractal Dimension Estimation for Texture Segmentation

Ali Mohammadi, Mansour Jamzad

Abstract

Studies have revealed that fractal dimension can successfully describe and distinguish texture images. In this paper, a novel fractal dimension estimation algorithm based on quad tree decomposition is proposed. In the proposed method the gray level texture image is treated as a three dimensional surface which fractal dimension is calculated by decomposing the image into quad tree blocks. The fractal dimension calculated with this approach can efficiently discriminate different textures and provide accurate classification results. This algorithm has superior performance in discriminating textures especially when textures have different contrast.

Keywords

Fractal dimension, texture, quad tree, image segmentation.

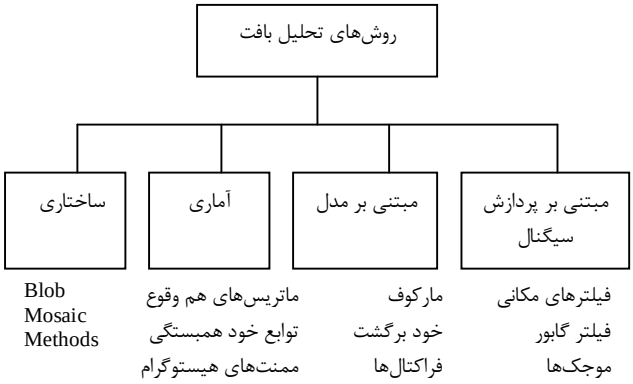
* دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی کامپوتر، دانشگاه صنعتی شریف، a_mohammadi@ce.sharif.edu
† استادیار، دانشکده مهندسی کامپوتر، دانشگاه صنعتی شریف، jamzad@sharif.edu

۱- مقدمه

بعد یک شی اندازه‌ای از میزان پیچیدگی آن است. بعد فرکتالی[1] این ایده را برای تئوری علوم کامپیوتر دقیق‌تر و مفیدتر می‌سازد. بعد فرکتالی می‌تواند بیانگر میزان پیچیدگی یک تصویر بافت[2] باشد.

بافت یکی از قطعات کلیدی ادراک بصری انسان است که نقش مهمی در بینایی ماشین و تشخیص الگو بازی می‌کند. اهمیت بافت به خاطر حضور آن در اکثر تصاویر دنیای واقعی است. هر کسی می‌تواند بافت را تشخیص دهد اما تعریف دقیق آن کمی مشکل است[8]. بافت را می توان تکرار الگوها یا آرایش خاصی از پیکسل‌ها در نظر گرفت، که دارای خصوصیاتی نظیر تناوب و مقیاس می‌باشد.

روش‌های تحلیل بافت را می توان به چهار دسته کلی روش‌های ساختاری، روش‌های آماری، روش‌های مبتنی بر مدل و روش‌های مبتنی بر پردازش سیگنال تقسیم کرد. این دسته بندی در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل۱: دسته بندی روش‌های تحلیل بافت

همان طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، استفاده از فراکتال‌ها برای تحلیل بافت در دسته روش‌های مبتنی بر مدل قرار می‌گیرد. در این روش‌ها مدلی برای تصویر بافت فرض شده و سپس سعی می‌شود پارامترهای این مدل تخمین زده شود.

مندلبرات[3] ریاضی‌دان لهستانی به عنوان اولین نفری که هندسه فرکتالی را مطرح و توسعه داده است، شناخته می‌شود. او به دنبال روشی برای تخمین طول خطوط ساحلی بود. ایده‌ای که او برای حل مساله بکار برد: "اندازه گیری در مقیاس‌های مختلف بود". به این صورت که تمام نقاط با فاصله کمتر از ε از خط ساحلی را در نظر بگیرید. این نقاط تشکیل یک نوار با عرض $2\times\varepsilon$ می‌دهند، در این صورت طول خط ساحلی به طور تقریبی برابر با نسبت مساحت این نوار به عرض آن می‌باشد

$$L_\varepsilon = \frac{Area}{2\times\varepsilon} \qquad (۱)$$

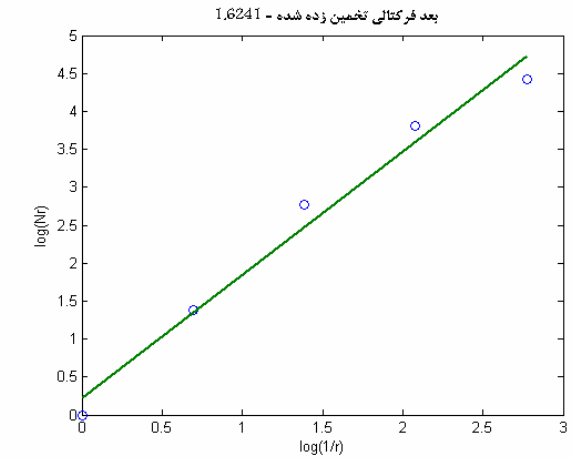
مندلبرات با اندازه‌گیری خطوط ساحلی مختلف متوجه شد که برای هر خط ساحلی یک ثابت D وجود دارد، که به ازای آن رابطه زیر به خوبی برای مقیاس‌های مختلف ارضا می‌شود

$$L_\varepsilon = C\varepsilon^{1-D} \qquad (۲)$$

او ثابت D را بعد فرکتالی نامید. با تبدیل رابطه فوق به یک رابطه خطی، رابطه ۳ نتیجه خواهد شد

$$logL_\varepsilon = (D-1)log\frac{1}{\varepsilon} + logC \qquad (۳)$$

از آنجا که بعد فرکتالی ضریب زاویه معادله خط فوق است می‌توان آن را با رسم لگاریتم مقادیر اندازه گیری شده در مقیاس‌های مختلف به لگاریتم آن مقیاس و سپس بدست آوردن شیب بهترین خط عبور کننده از این نقاط حساب نمود. شکل ۲ رسم لگاریتم به لگاریتم برای بدست آوردن بعد فرکتالی را نشان می‌دهد.



شکل۲: رسم لگاریتم پارامتر اندازه گیری شده به لگاریتم مقیاسی که این اندازه گیری انجام شده به منظور تخمین بعد فرکتالی

ایده مندلبرات را می‌توان برای محاسبه بعد فرکتالی اشیای پیچیده توسعه داد. به طور کلی بعد فرکتالی یک شی با رابطه ۴ تعریف می‌شود

$$D = \frac{logNr}{log\,{}^{1}\!/_{r}} \qquad (۴)$$

که N پارامتری هندسی از شی است که در مقیاس r اندازه گیری شده است. این پارامتر می‌تواند طول، مساحت، حجم و... باشد.

برای یک تصویر این ایده به این صورت بسط داده می‌شود که تصویر به صورت یک سطح[4] سه بعدی در نظر گرفته شده و سپس حجم در برگیرنده این سطح در مقیاس‌های مختلف اندازه گیری می‌شود.

در این مقاله مفهوم درخت‌های چهارتایی[5] برای اندازه گیری حجم دربرگیرنده سطح تصویر وفق داده شده و از این رو الگوریتمی جدید

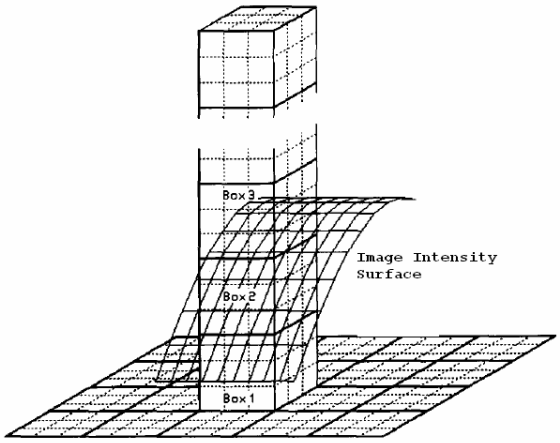
برای تخمین بعد فرکتالی برای مشخص کردن و تمایز بافت‌ها ارایه می‌کنیم. کیفیت بعد تخمین زده شده بر روی بافت‌های مختلف از آلبوم استاندارد برداتز[۶] ارزیابی شده است.

بخش اول مقدمه‌ای از مفهوم بعد فرکتالی را بیان می‌کند. در بخش دوم روش‌های محاسبه بعد فرکتالی برای تصاویر مرور می‌شود. بخش سوم به ارایه روش پیشنهادی اختصاص یافته، و نتایج در بخش‌های چهارم و پنجم آورده شده است.

۲- روش‌های محاسبه بعد فرکتالی تصاویر

روش‌های مختلفی برای محاسبه بعد فرکتالی تصاویر ارایه شده است. رایج‌ترین این روش‌ها، روش شمارش جعبه‌های تفاضلی[۷] و روش استفاده از اپراتورهای مورفولوژی[۸] است.

الگوریتم شمارش جعبه‌های تفاضلی [5] به این صورت است که برای یک مقیاس داده شده ε، تصویر به خانه‌هایی با اندازه $\varepsilon \times \varepsilon$ تقسیم می‌شود. در هر خانه ستونی از جعبه‌ها با ابعاد $\varepsilon \times \varepsilon \times \varepsilon'$ وجود دارد که $\varepsilon' = \left\lfloor \varepsilon \times \frac{G}{M} \right\rfloor$ و G بزرگترین مقدار سطح خاکستری[۹] و M اندازه تصویر می‌باشد. این تقسیم در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل۳: تقسیم سطح تصویر در روش شمارش جعبه‌های تفاضلی[۵]

تعداد جعبه‌هایی که برای پوشش دادن سطح تصویر در هر خانه نیاز است برابر است با

$$n_\varepsilon(i,j) = v - u + 1 \qquad (۵)$$

v شماره جعبه حاوی سطح خاکستری بیشینه و u شماره جعبه حاوی سطح خاکستری کمینه می‌باشد. حجم کل دربرگیرنده سطح و سهم هر پیکسل در محاسبه این حجم به ترتیب با استفاده از روابط ۶ و ۷ بدست می‌آیند

$$N_\varepsilon = \sum_{i,j} n_\varepsilon(i,j) \qquad (۶)$$

$$\mu_\varepsilon(i,j) = \frac{n_\varepsilon(i,j)}{N_\varepsilon} \qquad (۷)$$

سپس بعد فرکتالی از مرتبه q با استفاده از رابطه ۸ حساب می‌گردد

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{ln[\sum_{i,j} \mu_\varepsilon(i,j)^q]}{ln(\frac{1}{\varepsilon})} \qquad (۸)$$

مرتبه q در رابطه ۸ باعث می‌شود مقادیر حساب شده با توانی برابر q بزرگ یا کوچک شوند و بدین ترتیب می‌توان دامنه مقادیر پویاتری را بدست آورد.

روش دیگر برای محاسبه بعد فرکتالی، استفاده از اپراتورهای مورفولوژی است. اپراتور گسترش[۱۰] از اپراتورهای مورفولوژی است که باعث حذف جزئیات از یک تصویر می‌شود. ایده اصلی در این روش استفاده از این اپراتور به منظور حذف جزئیات کمتر از مقیاس مورد نظر و سپس اندازه گیری حجم در برگیرنده سطح تصویر در این مقیاس است. ساماراباندو [6] روشی مبتنی بر مورفولوژی برای محاسبه بعد فرکتالی ارایه داد که کارایی بهتری در مقایسه با روش شمارش جعبه‌های تفاضلی دارد. در این روش بعد فرکتالی با انجام یک سری گسترش‌های متوالی بر روی تصویر و سپس رسم لگاریتم حجم در برگیرنده سطح تصویر گسترش یافته به لگاریتم اندازه عنصر ساختاری[۱۱] حساب می‌گردد. در این روش در هر مقیاس اندازه عنصر ساختاری ثابت است ولی تعداد گسترش‌ها بر روی تصویر متغیر بوده و بسته به مقیاس متوالیاً تکرار می‌گردد.

در [1] بهبودی برای روش مورفولوژی ارایه شده است که در آن برای اندازه گیری حجم سطح تصویر در مقیاس‌های مختلف از عناصر ساختاری متغیر متناسب با مقیاس استفاده می‌شود. روش کار به این صورت است که به ازای چند مقیاس مختلف ε، تصویر با عنصر ساختاری مربعی با اندازه $3 \times \varepsilon$ گسترش می‌یابد. سپس حجم کل در برگیرنده سطح تصویر از مجموع قدر مطلق تفاضل نظیر به نظیر مقدار سطح خاکستری هر پیکسل از مقدار گسترش تصویر در آن پیکسل محاسبه می‌گردد. یعنی با محاسبه گسترش تصویر به صورت زیر

$$f_\varepsilon(i,j) = \max_{k=1,2,\ldots,P} \{f(i,i_k, j+j_k) + B\} \qquad (۹)$$

سهم هر پیکسل در محاسبه حجم کل از رابطه ۱۰ بدست می‌آید.

$$\mu_\varepsilon(i,j) = \frac{\left| f_\varepsilon(i,j) - f(i,j) \right|}{\sum_{i,j} \left| f_\varepsilon(i,j) - f(i,j) \right|} \qquad (۱۰)$$

در [1] از مقیاس های ۲ تا ۶ برای عناصر ساختاری و محاسبه گسترش تصویر استفاده شده است.

پس از محاسبه سهم هر پیکسل در حجم کل، مقدار بعد فرکتالی، بر طبق رابطه ۸ حساب می‌گردد. البته حد رابطه ۸ مستقیماً قابل محاسبه نبوده بلکه با رسم $ln[\sum \mu_{\varepsilon}(i,j)^{q}]$ به $ln(\frac{1}{\varepsilon})$ به ازای چند مقیاس مختلف و عبور دادن بهترین خط گذرنده از این نقاط بدست می‌آید. شیب این خط مقدار بعد فرکتالی خواهد بود.

۳- تخمین بعد فرکتالی تصاویر با استفاده از درخت‌های چهارتایی

تجزیه درخت چهارتایی بر اساس تکرار بازگشتی تقسیم تصویر به چهار زیر تصویر[۱۲] یک اندازه می‌باشد. اگر یک زیر تصویر یک بلوک یکنواخت[۱۳] نباشد، مجدداً به چهار زیر تصویر هم اندازه تقسیم می‌شود تا موقعی که همه بلوک‌ها یکنواخت باشند.

در این جا تقسیم درخت‌های چهارتایی برای محاسبه بعد فرکتالی وفق داده می‌شوند. با در نظر گرفتن تصویر به صورت یک سطح سه بعدی و سپس استفاده از حد آستانه[۱۴]های متفاوت در تعیین میزان یکنواختی بلوک‌ها، سطح تصویر به چندین بلوک یکنواخت با اندازه‌های متفاوت شکسته می‌شود. سپس حجم در برگیرنده سطح در هر بلوک یکنواخت حساب شده و با مجموع آن‌ها حجم کل در برگیرنده سطح بدست می‌آید. محاسبه حجم در مقیاس‌های مختلف، با تغییر حد آستانه مشخص کننده میزان یکنواختی بلوک، صورت می‌گیرد. این الگوریتم به صورت شبه کد در زیر آورده شده است.

```
Procedure QuadTree_Fractal_Dimension(Image);
Initalize threshold_step=10; numScale =4;  and
        threshold = (Mean of 10 percent of Maximum
        pixels)-(Mean of 10 percent of Minimum pixels);
for  i=1 to numScale /*for each scale*/
        measuredVol  = processBlock(Image,threshold);
        add log(1/(threshold-initThreshold))  to X vector
        add  log(measuredVol)  to Y  vector;
        threshold = threshold – threshold_step;
end  for
Plot Y against X  and fit a line with least square error,
the slope of this line is the frcatal dimension of Image
end procedure

Procedure  processBlock(subImage,threshold);
MaxMean = Mean of 10 percent of Maximum pixels;
MinMean = Mean of 10 percent of Minimum pixels;
If (MaxMean-MinMean > threshold)
     Homogonous = false;
else Homogonous = true;
If Homogonous
    measuredVol =abs(subImage - MaxMean) ;
else
   divide the image into four equal sized sumImage, for
   each sumImage call processBlock(subImage,threshold)
end procedure
```

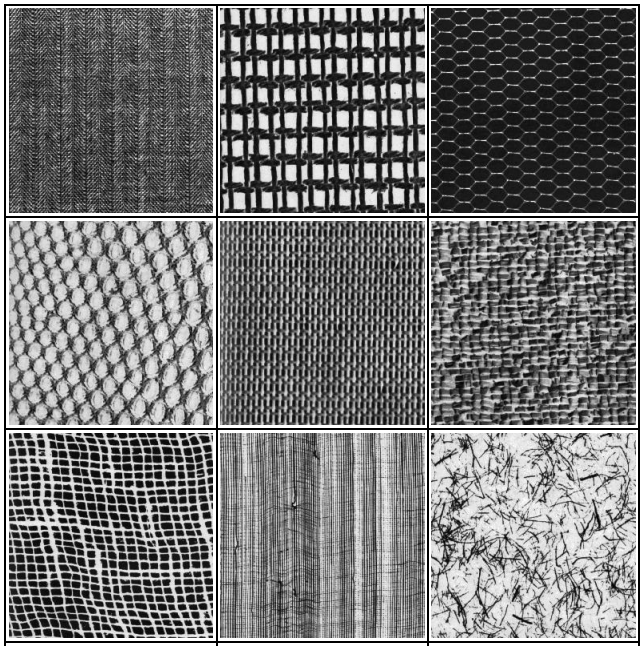
برای تعیین یکنواختی بلوک‌ها همه پیکسل‌های یک بلوک بر اساس مقدار سطح خاکستری مرتب می‌شوند، سپس میانگین ده درصد از پیکسل‌های بیشینه و ده درصد از پیکسل‌های کمینه حساب می‌گردد، اگر اختلاف این دو میانگین کمتر از یک حد آستانه باشد آن بلوک یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. میانگین گیری از مقادیر بیشینه و کمینه دارای مزیت اضافی حذف اثر نویز نیز می‌باشد. در هر بلوک یکنواخت، حجم با جمع اختلاف پیکسل‌های آن بلوک از میانگین ده درصد از پیکسل‌های بیشینه در همان بلوک تقریب زده می‌شود.

۴- نتایج بدست آمده

از آنجا که استفاده از اپراتورهای مورفولوژی برای محاسبه بعد فرکتالی در مجموع دارای کارآیی بهتری نسبت به روش شمارش جعبه‌های تفاضلی می‌باشد، ما نتایج روش ارایه شده را با الگوریتم مبتنی بر مورفولوژی ارایه شده در [1] مقایسه می‌کنیم.

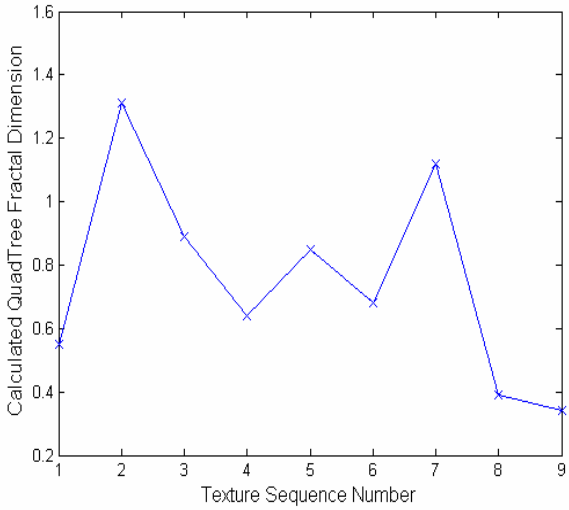
برای تست الگوریتم از مجموعه تصاویر بافت آلبوم استاندارد برداتز استفاده شده است. بعد فرکتالی با استفاده از الگوریتم ارایه شده و الگوریتم مبتنی بر مورفولوژی [1] حساب شده و نتایج حاصل از آن در قطعه بندی تصاویر ترکیبی از بافت‌ها، با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

مجموعه ۹ تصویر انتخاب شده از آلبوم برداتز برای تست الگوریتم در شکل ۴ نشان داده شده اند. الگوریتم ارایه شده بر روی این تصاویر اعمال شده و نتیجه بعد فرکتالی حساب شده برای هر یک از بافت‌ها در نمودار شکل ۵ آورده شده است.



1:D16	2:D20	3:D34
4:D35	5:D53	6:D84
7:D103	8:D106	9:D110

شکل۴: نه بافت طبیعی از آلبوم برداتز. شماره ارجاع و نام بافت‌ها در جدول زیر تصاویر نشان داده شده است.



شکل ۵: بعد فرکتالی حساب شده با استفاده از درخت‌های چهارتایی برای تصاویر برداتز

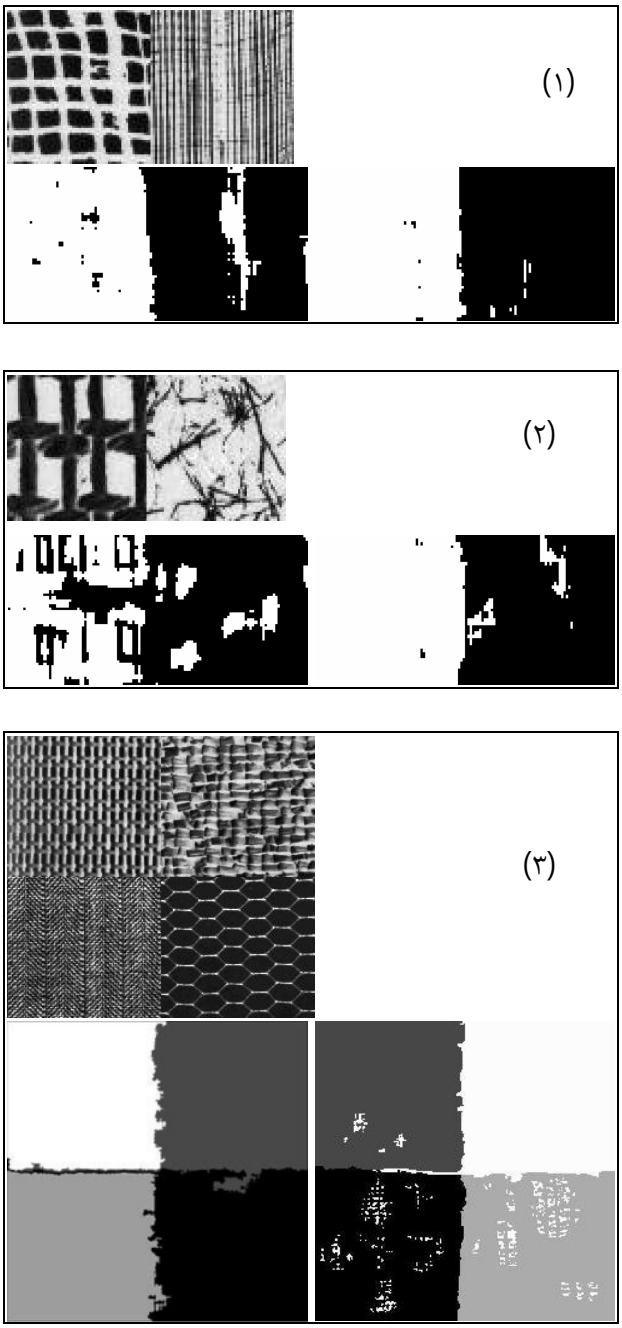
همان‌طور که از روی نمودار شکل ۵ مشخص است هر چه تباین[۱۵] در بافت بیشتر باشد، بعد فرکتالی حساب شده با این روش مقدار بیشتری خواهد داشت. بنابراین این روش به ویژه برای بافت‌های دارای تباین‌های متفاوت از هم، تمایز خوبی ایجاد نموده که باعث قطعه‌بندی بافت‌ها با مقدار خطای کم خواهد شد.

برای نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی از بعد فرکتالی حساب شده توسط این الگوریتم برای قطعه‌بندی تصاویر استفاده شده است.

با در نظرگرفتن یک پنجره با ابعاد ۱۶*۱۶ مقدار بعد فرکتالی به صورت محلی در داخل این پنجره حساب شده و مقدار حساب شده به پیکسل مرکز پنجره نسبت داده شده است. به این ترتیب با حرکت دادن این پنجره بر روی تصویر برای هر پیکسل از تصویر یک بعد فرکتالی حساب می‌گردد. مقادیر حساب شده به عنوان بردار ویژگی به یک الگوریتم خوشه بندی[۱۶] داده می‌شوند تا پیکسل‌های تصویر را دسته‌بندی کند.

در این جا از بعد فرکتالی مرتبه یک و دو به عنوان بردار ویژگی استفاده شده و الگوریتم خوشه بندی الگوریتم خوشه بندی فازی FCM[۱۷] می‌باشد. قطعه‌بندی بر روی سه تصویر ساخته شده از بافت-های نشان داده شده در شکل ۳ با استفاده از الگوریتم ارایه شده و الگوریتم مورفولوژی [1] انجام گرفته و نتایج در شکل ۶ مقایسه شده‌اند.

در جدول ۱ درصد خطای پیکسل‌های به اشتباه دسته بندی و میانگین خطا نشان داده شده است.



شکل۶: نتیجه قطعه‌بندی بافت‌ها، ستون سمت راست نتیجه الگوریتم درخت‌های چهارتایی و ستون سمت چپ نتیجه الگوریتم مورفولوژی می‌باشد.

شماره تصویر	بافت‌های تشکیل دهنده تصویر	روش مورفولوژی	روش درخت-های چهارتایی
1	D103,D106	6.63%	1.13%
2	D20,D110	19.9%	3.97%
3	D53,D84, D16,D34	3.3%	8.6%
میانگین		9.94%	4.56%

جدول۱: درصد خطا در قطعه بندی تصاویر

۵- نتیجه

بعد فرکتالی پارامتری است که می‌تواند خصوصیات بافت نظیر میزان نرمی و زمختی آن را به خوبی توصیف کند. در این مقاله یک روش تخمین بعد فرکتالی بر اساس درخت‌های چهارتایی ارایه شد و نتایج قطعه‌بندی تصاویر نشان داد که ویژگی استخراج شده با این روش، توانایی خوبی برای تمایز قایل شدن مابین بافت‌ها به خصوص در مواردی که بافت‌ها تباین‌های متفاوتی دارند، فراهم می‌کند.

مراجع

[1] Yong Xia, Dagan Feng, Rongchun Zhao, "Morphology based multifractal estimation for texture segmentation," IEEE Trans. Image Process., vol. 15, no. 3, March 2006.
[2] G. Du and T. S. Yeo, "A novel multifractal estimation method and its application to remote image segmentation," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 40, no. 4, pp. 980–982, Jul. 2002.
[3] Ajay Kumer Bisoi, Jibitesh Mishara, "On calculation of fractal dimension of images," Pattern Recognit. Lett. vol. 22, pp. 631-637, 2001.
[4] B. B. Chaudhuri and N. Sarkar, "Texture segmentation using fractal dimension," IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., vol. 17, no.1, pp.72-77, Jan. 1995.
[5] —, "An efficient differential box-counting approach to compute fractal dimension of image," IEEE Trans Syst. Man Cybern., vol. 24,no. 1, pp. 115–120, Jan 1994.
[6] J. Samarabandu, R. Acharya, E. Hausmann, and K. Allen, "Analysis of bone x-rays using morphological fractals," IEEE Trans. Med. Imag., vol.12, no. 9, pp. 466–470, Sep. 1993.
[7] F. Arduini, S. Fioravanti, and D. D. Giusto, "A multifractal-based approach to natural scene analysis," in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust.,Speech, Signal Processing, Apr. 14–17, 1991, pp. 2681–2684.
[8] P.Howarth, S.Roger, "Robust texture features for still-image retrieval", IEE Proc.-Vis. Image Signal Process., Vol. 152, No. 6, December 2005.
[9] P.Ohanian, R.Dubes, "Performance evalutaion for four classes of textural features', Pattern Recognit., 1992, 25, (8), pp. 819-833.
[10] John M. Hitchcock, "Effective fractal dimension: foundations and applications", Phd thesis, Iowa State University, 2003.

زیرنویس‌ها

[1] Fractal Dimension
[2] Texture
[3] Mandelbrot
[4] Surface
[5] Quad Tree
[6] Brodatz
[7] Differential Box Counting
[8] Morphology
[9] Gray level
[10] Dilation
[11] Structuring Element
[12] Sub-Image
[13] Homogenous Block
[14] Threshold
[15] Contrast
[16] Clustering
[17] Fuzzy C-mean