گزارش کار

آزمایشگاه مقاومت مصالح

تهیه کننده :

بابک ممقانی

شماره آزمایش :

آزمایش شماره ۱

عنوان آزمایش :

آزمایش خزش

هدف از آزمایش :

هدف از این آزمایش بررسی تغییر شکل فلزات تحت اثر بار ثابت در اثر مرور زمان می باشد

تئوری آزمایش :

برای فلزاتی مانند آهن ،پدیده خزش وقتی اهمیت پیدا می کند که دما به حد قابل ملاحظه ای بالا رود این دما برای فلزات ساده در حدود نصف درجه حرارت ذوب برحسب درجه کلوین است. از نظر متالوژیکی این دما برابر با دمای تجدید تبلور فلز است . به عنوان مثال دمای بحرانی ($T=0.4\ Te$) برای آهن ۴۵۰ و برای آلومینیوم ۱۰۰ وبرای سرب ۳۰ درجه سانتیگراد می باشد. تغییر شکل این مواد زیر این دما به قدری کم است که می توان گفت تغییر شکل کاملاً تابع بار می باشد.

پدیده خزش در مصالح دیگری مانند بتون نیز مطرح می شود و نیز شل شدن کابل های آویزان از تیرهای برق بعد از زمان طولانی تا حدود زیادی به پدیده خزش مربوط است .

در بتون خزش به صورت افزایش در کرنش تحت تنش ثابت و ماندگار ، بعد از به حساب آوردن دیگر تغییر شکلهای وابسته به زمان مانند جمع شدگی ،تورم و تغییر شکل های حرارتی که به تنش مربوط نیستند تعریف می شود.بنابراین خزش بعد ار کرنش الاستیک اولیه که با مدول الاستیسیته سکانت در زمان بارگذاری داده می شود، ایجاد و به حساب می آید.خزش یک پدیده کاملاً برگشت پذیر نمی باشد و تغییر شکل پس ماند را می توان به عنوان خزش برگشت ناپذیر در نظر گرفت که به وقوع «هیتوزیس » در یک سیکل بارگذاری کوتاه مدت کمک می کند. در بتون با سنگدانه های

معمولی ، منشاء خزش خمیر سیمان سفت شده می باشد.چون سنگدانه در محدوده تنشهای موجود در بتون ، در معرض خزش نمی باشد.

دستگاه آزمایش :

مطابق شکل (۱) دستگاه آزمایش از اجزاء زیر تشکیل شده است .

۱) قاب اصلی دستگاه

۲) قلاب بارگذاری

۳) نمونه آزمایش

۴) ساعت اندازه گیری تغییر مکان

۵) پین های نگهدارنده نمونه

روش آزمایش :

یکی از نمونه ها را انتخاب می کنیم برای مثال در این آزمایش از نمونه سربی استفاده می کنیم سرب فلزی است نرم که به راحتی بوسیله دست می توان آن را خم

کرد . چون برای فلزاتی دیگر نظیر فولاد که فلزی بسیار سفت و محکم می باشد شاید سالها زمان لازم باشد تا پدیده خزش انجام پذیرد . بنابراین برای پی بدن به پدیده خزش در این آزمایش از نمونه سربی استفاده می کنیم و سپس مشخصات هندسی نمونه را از قبیل طول (L) بر حسب mm و عرض (b) بر حسب Cm و ضخامت نمونه (h) بر حسب Cm را بدست می آوریم و از روی آن می توان A=bh را بر حسب $(cm)^2$ حساب کرد.

سپس پین های نگهدارنده نمونه را باز می کنیم سپس با متعادل کردن اهرم ، پین ها را از محل سوراخ نمونه گذرانده می بندیم . در چنین شرایطی که هیچ وزنه ای روی قلاب بارگذاری قرار ندارد در اثر وزن خود بازوی اهرم ، نیرویی برابر 108 kgبر نمونه وارد خواهد شد.

سپس ساعت اندازه گیری تغییر مکان را روی سفر تنظیم می کنیم .(در داخل ساعت بزرگ یک شمارنده کوچک نیز وجود دارد که شاید در هنگام صفر کردن ساعت درست برروی صفر تنظیم نشود و کمی از صفر اختلاف داشته باشد این شمارنده نشان دهنده اینست که نمونه چند میلی متر افزایش طول داده است این شمارنده بر حسب ۱/۱۰۰ میلی متر است و هر دور آن نشان دهنده افزایش طولی به اندازه یک میلی متر است یعنی اگر شمارنده عدد ۳ را نشان دهد یعنی نمونه به اندازه ۳ میلی متر افزایش طول داده است.) سپس مقدار وزنی را محاسبه می کنیم که نیروی وارد بر نمونه برابر ۶۰٪ نیروی تسلیم نمونه باشد.

مقدار وزن را می توان از فرمول زیر محاسبه کرد:

$P= 0.6\ F_y\ A$ $W= (p-1.8)\ L_L/L_R$

از مشخصات هندسی نمونه داریم :

$L=2.64\ cm = 264\ mm$
$b= .49cm$ $h= 27mm = 0.27\ cm$
$A= bh = 0.49 * 0.27 = 0.1323\ cm^2$
$F_y= 300 \rightarrow p= 0.6\ F_yA \rightarrow p= 0.6 * 300 * 0.1323 = 23.814$
$W=(p- 1.8)\ L_L/L_R \rightarrow W= (23.814 – 1.8)\ 4.5/31.6 = 3.134\ kg$
$L_L= 4.5\ cm$ $L_R= 31.6\ cm$

برای اعمال ضریب اطمینان به جای 3.134 kg ، 2.900 kg نیرو اعمال می کنیم . سپس وزنه محاسبه شده (W) را با در نظر گرفتن ضریب اطمینان به آرامی روی قلاب قرار می دهیم قبل از این کار دوباره ساعت را کنترل می کنیم که حتماًروی صفر تنظیم شده باشد و حتماً بایستی نحوه وارد کردن نیرو خیلی به آرامی صورت گیرد و بلافاصله پس از این کار در فواصل زمانی حدود ۲۰ ثانیه (متناسب با سرعت خزش) ، تغییر طول نمونه (δ) را یادداشت می کنیم و به جدولی مطابق جدول زیر انتقال می دهیم .

T(s)	δ(mm)	$\varepsilon = \delta / l$

برای نوشتن افزایش طول نمونه در فواصل مساوی ۲۰ ثانیه ابتدا به شمارنده کوچک درون ساعت نگاه می کنیم و عدد را از آنجا می خوانیم که نشان دهنده افزایش طول نمونه بر حسب میلیمتر است و کسر عدد را از ساعت بزرگ می خوانیم . نتایج بدست آمده در این آزمایش مطابق جدول صفحه بعد می باشد . این کار را (نوشتن افزایش طول نمونه) را تا جایی انجام می دهیم که نمونه پاره شود یا وزنه ها به کف دستگاه برسند.

T(s)	δ(mm)	$\varepsilon = \delta / l$	T(s)	δ(mm)	$\varepsilon = \delta / l$
20	2.6	0.0098	220	3.57	0.0135
40	2.8	0.10	240	3.64	0.0137
60	2.95	0.0111	260	3.71	0.0140

80	3.06	0.0115	280	3.77	0.0142
100	3.15	0.0119	300	3.82	0.0144
120	3.25	0.0123	320	3.88	0.0146
140	3.32	0.0125	340	3.94	0.0149
160	3.39	0.01284	360	3.99	0.0151
180	3.44	0.01303	380	4.05	0.0153
200	3.52	0.0133	400	4.10	0.0155
T(s)	δ(mm)	$\varepsilon=\delta/l$	T(s)	δ(mm)	$\varepsilon=\delta/l$
420	4.15	0.0157	1160	5.67	0.0214
440	4.20	0.0159	1180	5.70	0.0215
460	4.24	0.0160	1200	5.75	0.0217
480	4.29	0.0162	1220	6.01	0.0227*
500	4.34	0.0164	1240	6.15	0.0232
520	4.39	0.0166	1260	6.30	0.0238
540	4.44	0.0168	1280	6.42	0.0243
560	4.48	0.0169	1300	6.54	0.0247
580	4.50	0.0170	1320	6.67	0.0252
600	4.52	0.0171	1340	6.80	0.0257
620	4.55	0.0172	1360	6.92	0.0262
640	4.59	0.0173	1380	7.06	0.0267
660	4.63	0.0175	1400	7.20	0.0272
680	4.67	0.0176	1420	7.32	0.0277
700	4.72	0.0178	1440	7.45	0.0282
720	4.76	0.0180	1460	7.57	0.0286
740	4.81	0.0182	1480	7.72	0.0292
760	4.85	0.0183	1500	7.85	0.0297
780	4.90	0.0185	1520	8.03	0.0304
800	4.95	0.0187	1540	8.19	0.0310
820	4.99	0.0189	1560	8.33	0.0315
840	5.04	0.0190	1580	8.55	0.0323
860	5.08	0.0192	1600	8.71	0.0329
880	5.12	0.0193	1620	8.90	0.0337
900	5.16	0.0195	1640	9.11	0.0345
920	5.21	0.0197	1660	9.36	0.0354
940	5.24	0.0198	1680	9.56	0.0362
960	5.29	0.0200	1700	9.84	0.0372
980	5.32	0.0201	1720	10.10	0.0382

1000	5.36	0.0203	1740	10.40	0.0393
1020	5.42	0.0205	1760	10.80	0.0409
1040	5.47	0.0207	1780	11.18	0.0423
1060	5.48	0.0207	1800	11.31	0.0428
1080	5.50	0.0208	1820	11.34	0.0429
1100	5.55	0.0210	1840	11.36	0.0430
1120	5.59	0.0211	1860	11.37	0.0430
1140	5.62	0.0212	1880	11.40	0.0431

×- توضیح اینکه از این به بعد به مقدار وزنه ها ۲۰۰ گرم اضافه می کنیم برای خارج شدن از حد یکنواختی وافزایش سرعت آزمایش

حال برطبق نتایج بدست آمده منحنی تغییر طول نسبی بر حسب زمان را در یک نمودار نشان می دهیم .

۳) حال می توانیم یک منحنی درجه ۳ بصورت $\varepsilon = At^3+Bt^2+Ct+D$ بطور تقریبی از روی شکل گذراند.

با اعمال محاسبات داریم :

$A= 1.4558 * 10^{-11}$

$B = - 3.196 * 10^{-8}$

$C = 2.8836 * 10^{-5}$

$D = 8.8967 * 10^{-3}$

$\rightarrow \varepsilon = 1.4558 * 10^{-11} t^3 - 3.196 * 10^{-8} t^2 + 2.8836 * 10^{-5} t + 8.8967 * 10^{-3}$

شماره آزمایش :

آزمایش شماره ۲

عنوان آزمایش :

خیز تیرهای خمیده

هدف آزمایش :

هدف از این آزمایش تعیین خیز تیرهای خمیده تحت اثر بارگذاری از طریق تئوری و آزمایش و نیز مقایسه نتایج بدست آمده می باشد.

تئوری آزمایش :

برای محاسبه خیز و دوران در نقاط مختلف یک عضو خمیده ، از روشهای انرژی (روش کار مجازی یا رابطه کاستیلیانو) استفاده می شود. همچنین بدلیل آنکه انرژی تغییر شکل (strain energy) ناشی از نیروهای محوری و برشی نسبت به انرژی ناشی از تلاش خمشی خیلی کمتر می باشد در محاسبات از اثر تلاش های فوق صرف نظر خواهد شد.

الف) تیر نیم دایره کنسولی با بار قائم در انتها

شکل (۱) را در نظر می گیریم همانطور که می دانیم تغییر مکان یک نقطه در یک امتداد معین با اعمال بار واحد مجازی در امتداد مورد نظر و استفاده از رابطه زیر بدست آورد.

$$1.\delta = \int (mm / EI)\, ds \qquad (1)$$

که در آن داریم :

1 : نیروی واحد مجازی در امتداد مورد نظر

δ : تغییر مکان نقطه اثر نیروی واحد مجازی در امتداد همان نیرو و تحت بار گذاری واقعی

m : لنگر خمشی تیر تحت اثر بارگذاری واقعی

m : لنگر خمشی تیر تحت اثر بار واحد مجازی 1

E : ضریب ارتجاعی تیر

I : ممان اینرسی مقطع قائم تیر نسبت به محور خمش

ds : المان طولی از عضو خمیده

بنابراین اگر نیروی واحد مجازی 1 را در نقطه A و در امتداد δx اثر دهیم ، خواهیم داشت :

$$m = - 1 (R - R \cos \theta) \qquad (2)$$

و اگر نیروی واحد مجازی 1 را در نقطه A و در امتداد δy اثر دهیم ، خواهیم داشت :

$$m = -1 . R \sin\theta \qquad (3)$$

و المان طولی ds را نیز می توان به شکل زیر نوشت :

$$ds = R . d\theta \qquad (4)$$

لنگر خمشی mتحت اثر بار p را می توان بصورت زیرنوشت :

$$m = -P.R\sin\theta \qquad (5)$$

بنابر این داریم :

$$1 . \delta_x = \int_0^{\pi} \frac{P.R\sin\theta \,(R\sin\theta)}{EI} . R d\theta$$

$$\delta x = 2 * (PR^3 / EI) \qquad (6)$$

ونیز می توان نوشت :

$$1 . \delta_y = \int_0^{\pi} \frac{P.R\sin\theta \,(R\sin\theta)}{EI} . R d\theta$$

$$\delta y = \pi/2 * (PR^3 / EI) \qquad (7)$$

ب- تیر ربع دایره کنسولی با بار قائم در انتها

با انجام مراحل مشابه حالت الف ، روابط زیر را برای محاسبه تغییر مکان بدست می آوریم .

$$\delta x = 1/2 * (PR^3 / EI) \qquad (8)$$

$$\delta y = \pi/4 * (PR^3/ EI) \qquad (9)$$

ج) تیر دایره ای کامل با بار قائم در پائین آن

$$\delta x = (2/\pi - 1/2) * (PR^3/ EI) \qquad (10)$$

$$\delta y = (\pi/4 - 2/\pi) * (PR^3/ EI)$$

دستگاه آزمایش :

این دستگاه از سه نوع تیر خمیده ، حلقه ، نیم دایره و ربع دایره ، همچنین ساعت های اندازه گیری تغییر مکان و قلاب های مخصوص ، جهت اعمال نیرو تشکیل شده است .

روش آزمایش :

قبل از هر کاری شعاع تیر خمیده و مشخصات هندسی مقطع آنرا در نظر می گیریم .

که نتایج این کار به شرح زیر می باشد:

×- چون ضخامت تیر در نقاط مختلف کمی تفاوت می کند بنابر این برای این کار از ۶ نقطه مختلف اندازه گرفته و میانگین آنها را در نظر گرفته ایم .

برای دایره کامل داریم :

R= 15.45 cm b= 2.51 cm h= 0.442 cm

$I = bh^3/12 \rightarrow I = (2.51) * (0.442)^3/12 = 0.018061727\ cm^4$

برای نیم دایره داریم :

R= 15.45 cm b= 2.51 cm h= 0.46 cm

$I = bh^3/12 \rightarrow I = (2.51) * (0.46)^3/12 = 0.020359446\ cm^4$

برای ربع دایره داریم :

R= 15.45 cm b= 2.5 cm h= 0.45 cm

$I = bh^3/12 \rightarrow I = (2.51) * (0.45)^3/12 = 0.018984375\ cm^4$

سپس قلاب های بارگذاری را نصب می کنیم سپس ساعت های اندازه گیری تغییر مکان را در جهت های افقی وعمودی در محل مربوطه نصب کرده و عقربه آنها را روی صفر تنظیم می کنیم و در ادامه برای هر یک از حالت های آزمایش ، طبق مقادیر ارائه شده در زیر بارگذاری نموده ،سپس باربرداری می نمائیم تا مجدداً تغییر مکان به صفر برسد.

برای ربع دایره بار 2kg را اعمال می کنیم بطوریکه اگر بار 2kg را برداریم دوباره عقربه ساعت به عدد صفر برسد وسپس تغییر مکان ها را یادداشت نموده و در جدولی می نویسیم.
برای تیر نیم دایره بار 1kg اعمال می کنیم و تغییر مکانهای ایجاد شده را یادداشت و در جدول می نویسیم و برای دایره کامل بار 3kg را اعمال می کنیم و تغییر مکانهای ($\delta x= \delta x_1 + \delta x_2$) و δy را یادداشت می کنیم و به جدول منتقل می کنیم و در جدول نتایج عملی و تئوری این اعمال را با هم مقایسه می کنیم .

برای دایره کامل داریم :

P= 3kg

عملی : $\delta y = 0.40$ mm

$$\begin{cases} \Delta x_1 = 0.35 \text{ mm} \\ \Delta x_2 = 0.20 \text{ mm} \end{cases} \rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 = 0.55 \text{ mm}$$

تئوری : $\delta x = (2/\pi - 1/2)\,(PR^3/EI) \rightarrow \delta x = \dfrac{(2/\pi - 1/2)\,3*(15.45)^3}{2.1*10^6*0.018061727} =$

$= 0.039851226$ cm $= 0.39851226$ mm

تئوری : $\delta y = (\pi/4 - 2/\pi)\,PR^3/EI \rightarrow \delta y = \dfrac{(\pi/4 - 2/\pi)\,3*(15.45)^3}{2.1*10^6*0.018061727} =$

$= 0.043397828$ cm $= 0.43397828$ mm

برای نیم دایره داریم :

عملی : P= 1 kg

$\delta y = 1.72$ mm

$\delta x = 2.9$ mm

p=1 تئوری : $\delta x = 2 (PR^3/EI) \rightarrow \delta x = 2 \frac{1*(15.45)^3}{2.1*10^6*0.020359446} =$

$= 0.172516326$ cm $= 1.72516324$ mm

$\delta y = \pi/2 (PR^3/EI) \rightarrow \delta y = \pi/2 \frac{1*(15.45)^3}{2.1*10^6*0.020359446} =$

0.135494004 cm $= 1.35494004$ mm

برای ربع دایره داریم :

P = 2kg

عملی : $\delta x = 1.15$ mm $\delta y = 1.71$ mm

تئوری : $\delta x = 1/2(PR^3/EI) \rightarrow \delta x = ½ \left(\frac{2*(15.45)^3}{2.1*10^6*0.018984375}\right) =$

$= 0.092505989$ cm $= 0.92505989$ mm

تئوری : $\delta y = \pi/4(PR^3/EI) \rightarrow \delta y = \pi/4 * \left(\frac{2*(15.45)^3}{2.1*10^6*0.018984375}\right) =$

$= 0.145308068$ cm $= 1.45308068$ mm

چون در آزمایشگاه دستگاه مدت زمان طولانی کار کرده است بنابراین دقت خود را از دست داده است بنابر این فقط یک وزنه حداکثر را مثلا برای دایره کامل به عوض گامبندی تا 3kg فقط وزنه 3kg را اعمال می کنیم بنابر این با یک نقطه نمی توان نمودار عملی را رسم نمود. ولی نمودار تئوری قابل رسم است .

محاسبه خیز برای تیر های مختلف با گامهای مختلف : (تئوری)

محاسبه خیز تیر ربع دایره با اعمال بارهای مختلف از صفر تا 2kg با گامهای 0.5 kg : (بصورت تئوری)

$$\delta x = 1/2(PR^3/EI) \rightarrow ½ * \frac{0.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018984375} = 0.23126497 \text{ mm}$$

$$\delta y = \pi/4(PR^3/EI) \rightarrow \pi/4 * \frac{0.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018984375} = 0.36327017 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(1)} = ½ * \frac{1*15.45^3}{2.1*10^6*0.018984375} = 0.46252994 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(1)} = \pi/4 * \frac{1*15.45^3}{2.1*10^6*0.018984375} = 0.72654034 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(1.5)} = ½ * \frac{1.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018984375} = 0.69379492 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(1.5)} = \pi/4 * \frac{1.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018984375} = 1.08981051 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(2)} = 0.92505989 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(2)} = 1.45308068 \text{ mm}$$

محاسبه خیز تیر برای تیر نیم دایره با اعمال بارهای مختلف از صفر تا ۱ کیلوگرم با گام ۲. کیلوگرم : (تئوری)

$$\delta x = 2(PR^3/EI) \quad \delta y = \pi/2(PR^3/EI)$$

$$\delta x_{(.2)} = 2 * \frac{0.2*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 0.34503264 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(.2)} = \pi/2 * \frac{0.2*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 0.270988 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(.4)} = 2 * \frac{0.4*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 0.69006529 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(.4)} = \pi/2 * \frac{0.4*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 0.54197601 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(.6)} = 2 * \frac{0.6*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 1.03509794 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(.6)} = \pi/2 * \frac{0.6*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 0.81296402 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(.8)} = 2 * \frac{0.8*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 1.03509794 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(.8)} = \pi/2 * \frac{0.8*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 1.08395203 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(1)} = 2 * \frac{1*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 1.72516324 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(1)} = \pi/2 * \frac{1*15.45^3}{2.1*10^6*0.020359446} = 1.35494004 \text{ mm}$$

محاسبه خیز تیر برای تیر دایره کامل با اعمال بارهای مختلف از صفر تا 3kg با گام 0.5 kg

$$\delta x = (2/\pi - 1/2)\ (PR^3/EI) \qquad \delta y = (\pi/4 - 2/\pi)\ PR^3/EI$$

$$\delta x_{(0.5)} = (2/\pi - 1/2) * \frac{0.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.06641871 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(0.5)} = (\pi/4 - 2/\pi) * \frac{0.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.07232971 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(1)} = (2/\pi - 1/2) * \frac{1*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.13283742 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(1)} = (\pi/4 - 2/\pi) * \frac{1*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.14465942 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(1.5)} = (2/\pi - 1/2) * \frac{1.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.19925613 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(1.5)} = (\pi/4 - 2/\pi) * \frac{1.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.21698914 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(2)} = (2/\pi - 1/2) * \frac{2*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.26567484 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(2)} = (\pi/4 - 2/\pi) * \frac{2*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.28931855 \text{ mm}$$

$$\delta x_{(2.5)} = (2/\pi - 1/2) * \frac{2.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.33209355 \text{ mm}$$

$$\delta y_{(2.5)} = (\pi/4 - 2/\pi) * \frac{2.5*15.45^3}{2.1*10^6*0.018061727} = 0.36164856 \text{mm}$$

$\delta x_{(3)} = 0.39851226$ $\delta y_{(3)} = 0.43397828$

با توجه به نتایج بدست آمده می توان نمودار را برای هریک از تیرها رسم کرد البته به صورت تئوری و نه عملی چون در آزمایشگاه به علت نداشتن دقت کافی دستگاهها فقط بار نهایی را داریم و با یک نقطه نمی توان نموداری برای عملی رسم کرد.

شماره آزمایش :

آزمایش شماره ۳

عنوان آزمایش :

پیچش تا حد گسیختگی

هدف آزمایش :

در این آزمایش رابطه لنگر پیچشی با زاویه پیچش نمونه ، در یک نمودار مورد بررسی قرار می گیرد . همچنین از روی نمودار فوق بعضی از مشخصات مهم فلز مانند مدول ارتجاعی برشی (G) و تنش برشی تسلیم نمونه (τ_u) را بدست خواهیم آورد.

تئوری آزمایش :

مطابق شکل (۱) ،میله ای را در نظر می گیریم که تحت لنگر پیچشی T قرار گرفته است می دانیم در مقاطع عمود بر محور ،تنش های برشی مماس بر دوایر به مرکز محور میله خواهیم داشت و طبق قانون کوشی تنش های برشی در جهت عمود بر آنها نیز الزاماً بوجود خواهد آمد . توزیع تنش برشی روی مقطع میله در امتداد شعاع بستگی به دو عامل خواهد داشت .

الف) نحوه توزیع کرنش برشی در امتداد شعاع

ب) رابطه بین تنش برشی و کرنش برشی . در زیر هر دو مورد ،مورد بررسی قرار می گیرد.

الف) توزیع کرنش برشی در امتداد شعاع مقطع :

دو فرض اساسی در مورد تغییر شکل میله تحت پیچش به صورت زیر خواهیم داشت که در هر شرایط صادق خواهد بود (هم در محدوده الاستیک و هم در محدوده پلاستیک)

I :مقاطع عمود بر محور مسطح باقی می ماند.

II : شعاع های مقطع عمود بر محور مستقیم می مانند.

با توجه به فرض های فوق ،مقدار کرنش برشی برای المان EFGH (میزان انحراف زوایای متوازی الاضلاع E'F'G'H' از حالت قائمه) نشان داده شده در شکل (۱) به صورت زیر بدست می آید.

$$\Upsilon_R = BB'/L = R\phi/L \qquad (1)$$

در رابطه فوق ، R شعاع مقطع نمونه ، ϕ زاویه پیچش ابتدا و انتهای نمونه نسبت به هم و L طول نمونه و Υ_R کرنش برشی در لایه خارجی نمونه می باشد.

و به روش مشابه کرنش برشی در المانی به فاصله r از محور نمونه از رابطه زیر بدست می آید .

$$\Upsilon_R = r\phi/L \qquad (2)$$

بنابراین مقدار کرنش برشی در امتداد شعاع مقطع میله در هرشرایط (هم در محدوده تغییر شکل الاستیک و هم پلاستیک) به صورت خطی از مقدار صفر در روی محور میله شروع شده و به بیشترین مقدار خود در قسمت خارجی نمونه ختم می گردد.

ب) رابطه تنش برشی و کرنش برشی برای فلزات معمولی :

نمودار تنش برشی و کرنش برشی برای اغلب فلزات مطابق شکل (۲) خواهد بود.

قسمت ابتدای نمودار محدوده ارتجاعی خطی بوده و قانون هوک صادق خواهد بود.

$$\tau < \tau_y \rightarrow \tau = G\Upsilon \qquad (3)$$

در رابطه فوق G مدول ارتجاعی برشی فلز می باشد.

در ادامه نمودار قسمت الاستوپلاستیک را خواهیم داشت و در نهایت در قسمت پلاستیک کامل ،تنش برشی تقریباً ثابت و برابر با تنش برشی گسیختگی (τ_u) خواهد بود. حال با در نظر گرفتن مطالب بندهای الف و ب می توان نمودار لنگر پیچشی و زاویه پیچش را برای یک نمونه بررسی کرد. شکل (۳) نمودار لنگر پیچشی را بر حسب زاویه پیچش برای یک نمونه نشان می دهد .

همانطور که از روی نمودار فوق پیداست برای پیچش های کم ($\phi \le \phi_y$) نمودار بصورت خط راست بوده و حداکثر تنش برشی مقطع از تنش برشی تسلیم فلز کمتر می باشد بنابراین پیچش کاملاً ارتجاعی بوده و رابطه تنش برشی و کرنش برشی از قانون هوک تبعیت می کند در نتیجه توزیع تنش برشی در امتداد شعاع مقطع بصورت خطی خواهد بود . لنگر پیچشی تسلیم τ_y لنگری خواهد بود که تنش برشی را در المان بیرون مقطع به حد تسلیم رسانده باشد . رابطه بین لنگر پیچش و تنش ماکزیمم مقطع از معادله تعادل لنگر بصورت زیر بدست می آید.

$$T = \int_0^{2\pi} \int_0^{R} r(r\tau_R/R)(rd\theta dr) \quad \rightarrow \quad \tau_R = \frac{T.R}{J} \qquad (6)$$

در رابطه فوق J ممان اینرسی قطبی مقطع بوده و از رابطه $J = \pi R^4/2$ بدست می آید

همچنین با بیشتر شدن لنگر پیچشی ($T > T_y$) ، تنش برشی در المان بیرونی مقطع به حد تسلیم خواهد رسید بنابراین افزایش تنش برشی ، دیگر متناسب با افزایش کرنش برشی نخواهد بود (شکل (۲)) بلکه بقدری کمتر خواهد بود این خاصیت با افزایش تنش برشی شدیدتر خواهد شد و در نهایت در بحظه گسیختگی توزیع تنش برشی در امتداد شعاع مقطع، بصورت مستطیلی خواهد بود. در نتیجه رابطه بین لنگر پیچشی گسیختگی و تنش برشی گسیختگی بصورت زیر خواهد بود.

$$T_u = \int_0^{2\pi} \int_0^{R} r\tau_u(rd\theta dr) \quad \rightarrow \quad \tau_u = \frac{3}{2\pi} * \frac{T.R}{R^3}$$

دستگاه آزمایش :

مطابق شکل (۶) دستگاه آزمایش از قسمتهای زیر تشکیل یافته است

۱) محور اصلی دستگاه پیچش همراه بانکهای نگهدارنده نمونه

۲) دستگیره مخصوص اعمال لنگر پیچشی

۳) دستگاه دیجیتالی ،نشان دهنده لنگر پیچشی

۴) نقاله مشخص کننده زاویه پیچش

۵) عقربه نقاله که به طرف دیگر نمونه نصب می گردد .

۶) نمونه آزمایش

روش آزمایش :

ابتدا شعاع وتر نمونه مورد نظر را اندازه می گیریم : L= 5.21cm R= 4.2 mm

جنس نمونه های انتخابی برنج می باشد.

سپس نقاله مدرج را یک سانتی متر مانده از انتهای نمونه نصب می کنیم و عقربه آنرا به همین شکل در طرف دیگر نصب می کنیم و سپس دستگاه دیجیتالی نشان دهنده لنگر پیچشی را روی صفر تنظیم می کنیم .

سپس نمونه آزمایش را همراه با نقاله و عقربه ، بطوریکه امتداد عقربه و صفر نقاله بسمت بالا قرار گیرد حدود یک سانتی متر داخل فکهای نگهدارنده قرار می دهیم .

با پیچاندن دستگیره مخصوص بارگذاری ، دوباره دستگاه دیجیتالی را روی صفر تنظیم می کنیم . و نوک عقربه را مقابل درجه صفر نقاله تنظیم می کنیم و برای دیدن زاویه پیچش در نمونه بهتر است ابتدا توسط ماژیک یک خطی را روی نمونه بکشیم و بعد از پیچش تغییر زاویه را توسط آن خطی براحتی تشخیص دهیم .

با چرخاندن فرمان اعمال لنگر پیچشی در جهت مثلثاتی ،بر نمونه لنگر پیچشی وارد خواهد شد. زاویه پیچش را از روی نقاله و مقدار لنگر پیچشی را از روی دستگاه دیجیتالی ، با گام 50 kg.cm برای نمونه فولادی و با گام 25 kg.cm برای نمونه برنجی قرائت می کنیم و به جدول انتقال می دهیم .

باید توجه داشت بعد از هر قرائت یک بار فرمان اعمال لنگر پیچشی را در جهت عکس بصورت تدریجی چرخاند تا مقدار لنگر پیچشی در دستگاه دیجیتالی دوباره صفر گردد در آن لحظه زاویه پیچشی نمونه را قرائت می کنیم در صورتی که حداکثر مقدار بارگذاری تا آن لحظه در محدوده ارتجاعی وجود داشته باشد زاویه پیچش نمونه باید صفر باشد اگر عددی غیر از صفر برای زاویه پیچش مشاهده گردد به مفهوم وجود داشتن تغییر شکل ماندگار در نمونه ، خواهد بود . لذا لنگر پیچشی و زاویه پیچشی مربوط نشان دهنده حد حالت ارتجاعی خواهد بود. بعد از مشاهده تغییر شکل ماندگار ، لازم نیست در انتهای هر گام دوباره دستگیره اعمال لنگر پیچشی در جهت معکوس چرخانده شود آزمایش را تا حد گسیختگی نمونه ادامه می دهیم همچنین باید توجه کنیم که واحد دستگاه دیجیتالی N.m می باشد و می دانیم که $10kg.cm \approx 1N.m$

اعداد زاویه پیچش را برای این نمونه (برنجی) با گامهای 2N.m یادداشت می کنیم و نتایج را در جدول زیر یادداشت می کنیم .

L= 5.21 cm	
R= 0.42 cm	
$J= \pi R^4/2=\pi(0.42)^4/2 = 0.48878406\ cm^4$	
T kg.cm	ϕ rad
2	22
4	23
6	23.5
8	24

10	24.5
12	25
14	25.2
16	25.5
18	26
20	26.2
22	26.5
24	27
26	27.3
28	27.6
30	27.8
32	28.1
34	28.5
36	28.8
38	29
40	29.3
42	29.5
44	29.8
46	30
48	30.2
50	30.5
52	30.8
54	31.1
T kg.cm	ϕ rad
56	31.3
58	31.6
60	32
62	32.1
64	32.5
66	32.8
68	33.1
70	33.5

$$Z = \frac{Pa}{6EIL}\left[-x^3+3Lx^2-(2L^2+a^2)x+a^2L\right] + \frac{Pab(a+2b)}{12EIL^3}\left[x^3-3Lx^2+2L^2x\right]$$

$$Z = \frac{0.5 * 20}{6*10.5*10^6*0.02*80} [-50^3+3*80*50^2-(2*80^2+20^2)*50+20^2*80]=-1.5\ z$$

$$Z = \frac{0.5 * 40}{6*10.5*10^6*0.02*80} [-50^3+3*80*50^2-(2*80^2+40^2)*50+40^2*80]=-2.5\ z$$

شماره آزمایش :

آزمایش شماره ۴

نام آزمایش :

خمش تیرهای مستقیم

هدف آزمایش:

هدف از این آزمایش اندازه گیری خیز تیرهای مستقیم است که تحت بارگذاری قرار گرفته اند از دو طریق آزمایش (عملی) و تئوری و مقایسه آنها و همچنین درستی اصل جمع آثار قوا می باشد.

تئوری آزمایش :

در خمش رابطه بین شعاع انحنا هر نقطه از میان تار و لنگر خمشی رابطه زیر برقرار می باشد.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

حال با استفاده از رابطه فوق رابطه میان بار و خیز را برای شرایط تکیه گاهی متفاوت بصورت زیر حساب می کنیم .

– تیر دو سر مفصل تحت بار منفرد : یک چنین سازه ای سازه ایزو استاتیک بوده و شکل و روابط آن هم بصورت زیر می باشد.

$$(0 \le x \le a) : z = (Pb/6EIL)\ [\ x^3 - (L^2 - b^2)x]$$

$$(a \le x \le L) : z = (Pa/6EIL)\ [\ -x^3 + 3Lx^2 - (2L^2 + a^2)x + a^2L]$$

– تیر یک سر مفصل یک سر گیردار با یک بار متمرکز : این سازه یک سازه هیپر استاتیک یا ۱ درجه نامعین می باشد که باز شکل و روابط مربوط به آن در زیر آمده است :

$$(0 \le x \le a) : z = (Pb/6EIL)\ [\ x^3 - (L^2 - b^2)x] + \frac{Pab(a+2b)}{12EIL^3}\ [x^3 - 3Lx^2 + 2L^2x]$$

$$(a \le x \le L) : z = (Pa/6EIL)\ [\ -x^3 + 3Lx^2 - (2L^2 + a^2)x + a^2L] + \frac{Pab(a+2b)}{12EIL^3}\ [x^3 - 3Lx^2 + 2L^2x]$$

روش آزمایش :

الف) حالت دوسر مفصل

ابتدا مشخصات هندسی مقطع تیر و خود طول تیر که یک تیر برنجی است را اندازه گیری می نماییم و در مواردی هم که لازم باشد چندین بار اندازه گرفته و میانگین را در نتایج در نظر می گیریم که نتایج حاصله به شرح زیر است :

(عرض مقطع تیر) $b= 19.9$ mm

(ضخامت) $h= (h_1+h_2+h_3)/3 = (5.1+4.42+5)/3 = 4.91$

(طول تیر) $L = 68$ cm

سپس با استفاده از مدار سه نقطه ثابت در روی تیر به فاصله های $L/4$ ، $L/2$ ، $5L/8$ را از فاصله تکیه گاه A علامتگذاری می کنیم (B ,C, D) که نقطه $B= 17$ cm محل اثر بار P_1 و نقطه $C = 64$cm محل اثر بار P_2 و نقطه $D= 42.5$ cm محل نصب ساعت اندازه گیری خیز می باشد بعد از علامتگذاری ساعت اندازه گیری خیز و قلابهای آویزان کردن بار را در جای خود نصب می کنیم سپس عقربه ساعت اندازه گیری خیز را روی صفر تنظیم می کنیم سپس بار P_1 را که اندازه آن 0.5 cm می باشد (و از طرف مسئولین آزمایشگاه تعیین شد) در محل خود به آرامی روی قلاب می گذاریم و مقدار خیز را قرائت می کنیم یک بار دیگر نیز بار P_1 را برداشته و بار P_2 را که اندازه آن هم 0.5 cm است در محل خود به آرامی قرار می دهیم و خیز ۱ را قرائت می کنیم و بعد در حالی که بار P_2 اعمال شود بار P_1 را نیز در کفه قلاب خودش قرار می دهیم و خیز را قرائت می کنیم سپس جدول زیر را تکمیل می نماییم و درستی اصل جمع آثار قوا را بررسی می کنیم اصل جمع آثار قوا در این آزمایش می خواهد این مطلب را بگوید که اگر خیز حاصل از وارد شدن بار P_1 را با خیز حاصل از بار P_2 جمع کنیم بایستی برابر با خیزی باشد که مجموع بارها یعنی بار P_1 و P_2 را با هم وارد کرده ایم .

حالت دو سر مفصل				
حالت بارگذاری	P_1 (kg)	P_2 (kg)	δ(mm) عملی	δ(mm) تئوری
1	0.5	0.00	0.35	

2	0.00	0.5	0.87	
3	0.5	0.5	1.32	

$I_{ox} = bh^3/12 = (1.99)(0.491)^3/12 = 0.02$

$\delta_3 = 1.32$ عملی $\rightarrow \delta_3 = \delta_1 + \delta_2 = 1.22$ اصل جمع آثار قوا

درصد خطا = (1.32-1.22) /1.32 *100 = 7.5 % خطا

ب) حالت یک سر گیردار و یک سر مفصل :

همان کارهای حالت قبلی را برای تیری که یک سر آن دارای تکیه گاه گیرداری و یک سر آن دارای تکیه گاه مفصلی است انجام می دهیم و جدول آنرا کامل می کنیم :

حالت یک سر گیردار و یک سر مفصل				
حالت بارگذاری	P_1 (kg)	P_2 (kg)	δ(mm) عملی	δ(mm) تئوری
1	0.5	0.00	1.13	
2	0.00	0.5	1.80	
3	0.5	0.5	3.14	

$\delta_3 = 3.14$ عملی $\rightarrow \delta_3 = \delta_1 + \delta_2 = 2.93$ اصل جمع آثار قوا

درصد خطا = (3.14-2.93) /3.14 *100 = 6.6 % خطا

شماره آزمایش :

آزمایش شماره ۵

نام آزمایش :

پیچش الاستیک

هدف آزمایش :

می خواهیم رابطه بین زاویه پیچش و لنگر خمشی را از طریق آزمایش بدست آورده و مقدار آن را با مقدار بدست آمده از روابط تئوری مقایسه می نماییم .

تئوری آزمایش :

زاویه پیچش برای یک میله با مقطع گرد و به طول L از رابطه $\phi = T.L/G.J$ بدست می آید که :

ϕ زاویه پیچش نسبی در مقطع ابتدا و انتهای طول L از میله

T لنگر پیچشی وارد شده بر میله

G مدول ارتجاعی برشی نمونه آزمایش که از رابطه روبرو بدست می آید $G= E/2(1+\mu)$

J ممان اینرسی قطبی مقطع میله $I=\int A\rho^2 dA$ که برای مقطع گرد و به شعاع R برابر است با : $J= \pi R^4/2$

که در این آزمایش بر میله لنگر پیچشی معلومی وارد خواهد شد و زاویه پیچش در طول L از میله با اندازه گیری تغییر مکانهای انتهای بازوهای متصل به ابتدا وا نتهای طول L بدست می آید سپس از روابط تئوری هم این زوایا محاسبه شده و با هم مقایسه می گردند.

دستگاه آزمایش :

این دستگاه شامل یک قاب اصلی و یک نمونه آزمایشی که در روی آن یک طول L جدا شده و در ابتدا و انتهای این طول L بازوهایی نصب شده است که برروی انتهای این بازوها هم ساعت اندازه گیری نصب شده همچنین یک انتهای نمونه هم به یک مقطع دایره ای که قطر آن حدوداً 8 ~10 cm می باشد وصل شده که با بارگذاری قائم روی این مقطع دایره ایجاد لنگر پیچشی در مقطع نمونه می نماید و انتهای دیگر دستگاه نیز به یک محل ثابت بسته شده است.

شرح آزمایش :

ابتدا مقادیر شعاع مقطع نمونه (R) وفاصله دو بازو از هم (L) فاصله ساعت اندازه گیری از میان تار نمونه (e1,e2) شعاع قرقره بارگذاری (a) را اندازه گیری می نماییم .

R= 3.2 mm L= 30.2 cm $e_1=e_2$=6 cm a= 4.25 cm

سپس عقربه ساعت های اندازه گیری را صفر می نماییم سپس محل بارگذاری را که مقدار آن از طرف مسئولین آزمایشگاه 1 kg تعیین شد انجام می دهیم و ساعتهای اندازه گیری را قرائت می نماییم که نتایج آن در جدول زیر خلاصه شده است :

درصد خطا	محاسبه ϕ از روی مشخصات نمونه (تئوری)		اندازه گیری زاویه دوران ϕ بطور مستقیم		
تئوری – عملی / عملی	L = 30 cm J= 0.0164 R=0.32 cm G= 7.81250 a= 4.25 cm		e_1 = 60 mm e_2 = 60 mm		
	ϕ_c= T.L/G.J (rad)	I= M * a (kg.cm)	تفاضل زوایا	زاویه بازوی دوم	زاویه بازوی جلو	M (kg)
3.75 %	ϕ_c=0.01001	I=4.25	0.0104	0.0059	0.0163	1

درصد خطا = [(0.104-0.01001)/0.104]* 100 = 3.75 % خطا

از دلایل مهمی که باعث عدم تطبیق کامل نتایج عملی با تئوری می باشد یک خطا در دستگاه می باشد و دومی خطا در اندازه گیری و یکی هم عدم وارد شدن کامل گشتاور پیچش به طول L از نمونه است .

شماره آزمایش :

آزمایش شماره ۶

نام آزمایش :

آزمایش کمانش

هدف آزمایش :

بدست آوردن بار بحرانی ستونها در شرایط مختلف تکیه گاهی از روش عملی و تئوری و مقایسه نتایج آنها و دیدن این مساله که اصل جمع آثار قوا در این مساله برقرار نمی باشد .

تئوری آزمایش :

برای طراحی عضو کشش تنش را به تنش مجاز کششی محدود می کنند ولی برای عضو فشاری عامل مهمتری بنام کمانش وجود دارد که این عامل باعث می شود قبل از اینکه تنش به تنش لهیدگی برسد کمانش بوجود آید و حتی عضو فشاری گسیخته و منهدم شود بنابراین در طراحی عضو فشاری تنش را به چنین تنشی محدود می کنند و آنرا بار بحرانی ستون می نامند که محاسبه آن با توجه به شرایط مختلف تکیه گاهی متفاوت است حال ما می خواهیم این بار را محاسبه کنیم :

الف) محاسبه بار بحرانی دو سرمفصل

مطابق شکل عضوی را در نظر می گیریم که نیروی محوری P بر آن اثر کند فرض کنید ستون را با یک عامل خارجی از حالت مستقیم خارج نماییم بعد از حذف آن عامل دوباره ستون به وضعیتی برخواهد گشت که تعادل تمام قسمتهای عضو برقرار باشد .لنگر خمشی در طول تیر از روی معادله روبرو بدست می آید.

$$M= PY$$

برای اینکه سازگاری تغییر شکل داشته باشیم باید معادله اولی برقرار باشد:

$$EIY''= - M$$

در نتیجه به ترتیب خواهیم داشت :

$$EIY''+PY = 0$$

$$Y''+K^2Y=0 \qquad (K^2=P/EI) \quad \text{فرض:}$$

و جواب معادله دیفرانسیل هم بصورت زیر خواهد شد:

$$Y= Asin(kx)+Bcos(kx)$$

وبا اعمال شرایط مرزی خواهیم داشت :

$x=0 , y=0, \quad \rightarrow \quad B=0$

$x=L , y=0 \quad \rightarrow \quad Asin(kl)=0 \quad \rightarrow \quad \sqrt{A} = 0$ یا $kl= n\pi$

$\rightarrow \quad y=Asin(n\pi x/L) \quad \rightarrow \quad k= n\pi/L$

$\rightarrow \quad n^2\pi^2/L^2= P/EI \quad \rightarrow \quad P= n^2\pi^2EI/L^2$

و با توجه به اینکه مقدار بار بحرانی از رابطه وق بایستی کمترین مقدار را داشته باشد : $n=1$

درنتیجه خواهیم داشت : $P_{cr}= \pi^2EI/L^2$

ب) محاسبه خیز عضو در سه مفصل برای حالتی که هم نیروی محوری و هم بار جانبی بر عضو وارد می شود حال می خواهیم با تکرار روابط بالا برای حالتی که هم نیروی محوری و هم بار جانبی بر عضو وارد می شود خیز عضو را بدست آوریم مطابق شکل بار محوری P و بار جانبی Q بر عضو وارد می شود که بار Q در وسط عضو قرار دارد با توجه به تقارن شکل معادلات تعادل را برای نیمه اول بدست می آوریم :

$0 \le x \le L/2 : M = Q/2 + x + P^* y$

$EIY'' = -M$

$EIY'' + PY = -Gx/2$

$Y'' + k^2Y = -Qx/2EI \qquad (k^2 = P/EI)$

$Y= Asin(kx) + Bcos(kx) – Qx/2P$

با اعمال شرایط مرزی خواهیم داشت :

$(x=0 ,Y=0) \qquad B=0$

$(x=L/2 , Y'=0) \qquad A= \frac{G}{2Ph} * \frac{1}{cos(kL/2)}$

$y= \frac{Q}{} * \frac{1}{} * sin(kx) = Qx/2p$ معادله خیز

$2Pk \quad \cos(kl/2)$

حال اگر بخواهیم خیز وسط عضو را بدست آوریم بجای x مقدار L/2 را جایگزین می نماییم

$$Y(1/2) = \frac{Q}{2Pk}(\tan(kl/2)-(kl/2))$$

$a_0 = QL^3/48EI$ $\qquad$ $Q = 48EI * a_0/L^3$, $P = k^2EI$ (طبق فرض)

$$Y(1/2) = \frac{24}{(kl^3)}(\tan(kl/2)-(kl/2))* a_0$$

$$kl = \pi\sqrt{P/P_{cr}}$$

$$Y(1/2) = \frac{24}{\pi^3}*\left[\frac{p}{P_{cr}}\right]^{3/2}(\tan(\pi/2(\sqrt{P/P_{cr}}))- (\pi/2(\sqrt{P/P_{cr}})))* a_0$$

ج) محاسبه خیز عضو یک سر گیردار و یک سر مفصل برای حالتی که هم نیروی محوری و هم نیروی جانبی وجود دارد.

با تبدیل سازه فوق به یک سازه ایزو استاتیک شکل زیر را خواهیم داشت :

$0 \le x \le L/2 : M = (Q/2 + M_0/L)x - M_0 + Py$

$L/2 \le x \le L : M = (Q/2 + M_0/L)(L-x) + Py$

$EIY'' = -M$

$$Y''_1 + k^2 Y_1 = (-1/EI)(G/2 - M_0/L)x + M_0/EI$$

$$Y_1 = A_1 \sin(kx) + B_1 \cos(kx) - (1/P)(Q/2 - M_0/L)x + M_0/P$$

$$Y''_2 + k^2 Y_2 = (-1/EI)(G/2 - M_0/L)(L-x)$$

$$Y_2 = A_2 \sin(kx) + B_2 \cos(kx) - (1/P)(Q/2 - M_0/L)(L-x)$$

با اعمال شرایط مرزی زیر مقادیر A_1, A_2, B_1, B_2 بدست خواهد آمد.

$(x=0 , Y_1=0)$ $(x=L/2 , Y_1=Y_2)$

$(x=0 , Y'_1=0)$ $(x=L/2 , Y'_1=Y'_2)$

بنابراین مقدار خیز تیر در وسط دانه ها بصورت زیر خواهد بود.

$$Y_{1/2} = [\sin(kL/2) - (kL)\cos(kL/2) + kL/2] * A_1 + G * kL/2Pk (\cos(kL/2) - 1)$$

$$a_0 = (7/768) * (GL^3/EI) \qquad Q = (7/768) * (EIa_0/L^3) \quad , P = k^2 EI$$

$$Q/Pk = (768/7) * (a_0/(kL^3))$$

حال با جایگذاری رابطه فوق در خیز (۱/۲) خواهیم داشت :

$$Y_{(1/2)} = \{ [\sin(kL/2) - (kL)\cos(kL/2) + kL/2] [kL/2 - [\tan(kL) - \tan(kL/2)]\cos kL/2] +$$

$$[(kL/2) (\cos(kL/2) - 1] * (768/7) * (a_0/kL^3)$$

همچنین بار بحرانی نیز بصورت زیر خواهد بود :

$$P_{cr} = (\pi^2 EI) / (0.7L)^2$$

شرح آزمایش :

ابتدا مشخصات هندسی مقطع را بدست می آوریم سپس نمونه را در جای خود قرار می دهیم که تکیه گاهها دو سر مفصل می باشد سپس با چرخاندن رشته پمپ لقی نمونه را می گیریم طوری که هیچ فشاری به نمونه داده نشود سپس ساعت اندازه گیری را در جای خود نصب می کنیم و آنرا صفر می کنیم و سپس بار جانبی 0.4 kg بر آن وارد می کنیم سپس مقدار نیرو را در دستگاه دیجیتالی روی صفر تنظیم می کنیم سپس خیز تیر را از روی ساعت اندازه گیری قرائت می کنیم و سپس با چرخاندن رشته پمپ روغن نیروی محوری را گام به گام متناوباً اضافه کرده و در هر مرحله خیز را یادداشت می کنیم و جدول مربوطه را

کامل می کنیم یکبار هم همین کار را تکرار کرده فقط تکیه گاه یکسر گیردار و یکسر مفصل بوده و نیروی جانبی هم 0.6 kg می باشد.

L= 70.5 cm b= 2cm h= 5.2 mm

$Y_{1/2}$	P	Q	P/P_{cr}	P_{cr}
0	0	0	0	50.04
0.95	0	400	0	50.04
1.9	13.3	400	0.265	50.04
3.8	25.9	400	0.517	50.04
5.7	32	400	0.639	50.04
7.6	35.9	400	0.717	50.04
9.5	38.3	400	0.765	50.04

$I = bh^3/12 = 2* 0.525^3/12 = 0.024$ $P_{cr} = \pi^2EI/L^2 =$

$(\pi\ 205 * 10^6*0.024)/70.5^2 = 50.04$

- ستون یکسر گیردار و یکسر مفصل

$Y_{1/2}$	P	Q	P/P_{cr}	P_{cr}
0	0	0	0	102.12
0.7	0	0.6	0	102.12
1.4	76.1	0.6	0.745	102.12
2.8	90.9	0.6	0.890	102.12
4.2	94.5	0.6	0.940	102.12
5.6	96	0.6	0.940	102.12
7	97	0.6	0.949	102.12

$I = bh^3/12 = 0.024$

$P_{cr} = \pi^2 EI/(0.7L^2) = (\pi^2 * 1.05*10^6*0.024)/(0.7*70.5)^2$

شماره آزمایش :

آزمایش شماره ۷

نام آزمایش :

آزمایش کشش

هدف آزمایش :

رفتار تغییر طول فلزات در مقابل نیروی کششی در یک نمودار مورد بررسی قرار می گیرد

تئوری آزمایش :

آزمایش کشش را می توان برای فلزات مختلف انجام داد و با استفاده از نمودارهای بدست آمده خواص فلزات را سنجید . در رشته عمران فلز فولاد از اهمیت ویژه ای برخوردار است . مشخصات مهم فولاد که آن را نسبت به سایر مصالح ممتاز ساخته است ، مقاومت زیاد ، شکل پذیری و یکسان بودن مقاومت آن در فشار و کشش می باشد مهمترین خاصیت مهندسی فولاد ، نمودار تنش کرنش آن در آزمایش کشش می باشد که از روی این نمودار ، تنش تسلیم یا تنش جاری شدن فولاد بدست می آید . تنش تسلیم یا جاری شدن فولاد عامل اصلی وجه تمایز انواع فولاد در روابط محاسباتی می شود . انواع فولاد شامل :

۱) فولاد کربن دار نرمه ۲) فولاد پر مقاومت و کم آلیاژ

۳) فولاد باز پخت شده انواع مختلف فولاد کربن دار به ۴ دسته تقسیم می شوند:

۱) (مقدار کربن کمتر از ۱۵. درصد) کم کربن

۲) (۲۵. الی ۲۹. درصد) ملایم

۳) (۳. الی ۵۹. درصد) متوسط

۴) (۶. الی ۱،۷ درصد) پرکربن

فولادهای کربن دار ساختمانی در رده کربن ملایم قرار دارند و به آنها فولاد نرمه می گویند . افزایش درصد کربن باعث افزایش تنش تسلیم می شود . تنش تسلیم فولاد های نرمه بین ۲۲۰۰ تا ۲۴۰۰ کیلوگرم برسانتی متر مربع قرار دارد.

تنش تسلیم σ_y : تنشی است که در آن ماده شروع به سیلان می کند یعنی تنش نظیر نقطه ای که در آن نمودار به حالت افقی در می آید . تنش تسلیم برای شکل (۲) از امتداد قسمت تقریباً افقی نمودار و برای فلزات ترد مطابق شکل (۳) از روش انحراف یا offset بدست می آید .

بدین ترتیب که در روی محور طول ها کرنش معادل ۰،۲ ٪ را مشخص می کنند . سپس از این نقطه خطی موازی قسمت ابتدای نمودار تنش کرنش رسم می کنند تا نمودار را در نقطه ای قطع کند تنش مربوط به آن نقطه را تنش تسلیم می گویند.

ناحیه خمیری یا پله یا تسلیم یا پله پلاستیک : با افزایش بار کششی حالتی پیش می آید که بدون افزایش قابل ملاحظه نیرو ماده شروع به سیلان می کند خط تقریباً افقی بدست آمده در روی نمودار را پله تسلیم می گویند.

سخت شدگی مجدد : پس از ناحیه پلاستیک ، ناحیه ای وجود دارد که تنش مجدداً با افزایش کرنش ، ازدیاد پیدا می کند .لیکن با شیب به مراتب کمتر از ناحیه الاستیک ، مثلاً برای فولاد نرمه ضریب الاستیسیته ناحیه سخت شدگی مجدد ،حدود $62000\ kg/cm^2$ می باشد.

تنش نهایی: تنشی هست که از تقسیم ماکزیمم نیروی اعمالی ، بر سطح مقطع اولیه حاصل می شود.

تنش گسیختگی : تنشی هست که از تقسیم نیرو در هنگام گسیختگی به سطح مقطع اولیه حاصل می شود .البته باید توجه داشت که تنش واقعی گسیختگی به دلیل کاهش سطح مقطع در یک قسمت از طول نمونه از تنش σ_B بیشتر خواهد شد . ولی منظور از مفهوم تنش گسیختگی ، مقدار تنشی هست که نمونه در قسمت لاغر شده در لحظه گسیختگی دارد .

ناحیه ارتجاعی و ناحیه خطی : در روی نمودار نقطه ای مانند L را می توان تشخیص داد که تا آن نقطه نمودار بصورت خط راست می باشد نقطه مزبور حد حالت خطی گفته می شود که شیب خط فوق مصرف مدول یانگ یا مدول الاستیسیته می باشد و رابطه : $E= \sigma/\varepsilon$ خواهد بود . ونیز در روی نمودار نقطه ای مانند e چنان تعیین می شود که تنش های بیش از آن در نمونه تغییر طول ماندگار بوجود آورد و با حذف بارهای کمتر از آن نمونه به حالت اولیه خود برگردد این نقطه را حد ارتجاعی گویند.

ناحیه گلوئی شدن (بطری شدن) : در انتهای حالت سخت شدگی بدون اینکه نیاز باشد مقدار نیرو افزایش یابد در یک قسمت از نمونه ، مقطع شروع به لاغرشدن می کند تا گسیخته شود این ناحیه را ناحیه گلوئی شدن می نامند.

داکتیلیت یا نرمی فلز:

این خاصیت در حقیقت مصرف چکش خواری فلز می باشد وبرای تعیین آن دو معیار بکار می رود.

معیار اول نرمی فلز بصورت درصد افزایش طول نمونه بشرح زیر می باشد.

درصد افزایش طول $= 100 * (L_B-L_0)/L_0$

L_0 طول اولیه نمونه و L_B طول نمونه در لحظه گسیختگی است .

معیار دوم نرمی فلز بصورت درصد کاهش مساحت در ناحیه گلوشدگی بشرح زیر است :

درصد کاهش مساحت $= 100 * (A_0-A_B)/A_0$

A_0 مساحت اولیه مقطع نمونه A_B مساحت مقطع در ناحیه گلو شدگی

دستگاه آزمایش :

۱) پمپ روغن
۲) دستک پمپ دستی
۳) پیچ تخلیه روغن جک
۴) جک
۵) نمونه آزمایش
۶) پیچ های نگه دانده نمونه
۷)ساعت اندازه گیری تغییر طول
۸) گیره نگه دارنده مساحت اندازه گیری طول
۹) قاب متحرک دستگاه
۱۰) قاب ثابت دستگاه

شرح آزمایش :

۱- ابعاد نمونه را اندازه گرفته (طول L_0 ، قطر D_0) و با پیچ نگه دارنده ،نمونه را در جای خود محکم می کنیم . توجه شود که موقع محکم کردن پیچ ها ، خود قابها از قاب اصلی باز نشوند

۲- پیچ تخلیه روغن رابسته و با حرکت دسته پمپ ، قاب متحرک دستگاه را آنقدر بالا می بریم که لقی دستگاه گرفته شود.

۳- ساعت اندازه گیری تغییر مکان را چنان نصب می کنیم که اندازه گیری تغییر طول نمونه امکان پذیر باشد و عقربه را روی صفر تنظیم می کنیم .

۴- مقدار نیرو را در دستگاه دیجیتالی روی صفر قرار می دهیم .

۵- با حرکت آرام دسته پمپ نیروی کشتی بر نمونه وارد خواهد شد مقدار نیرو را از دستگاه نیروسنج دیجیتالی و مقدار تغییر طول را از روی ساعت اندازه گیری می خوانیم .

جنس نمونه آزمایش :

فولادی

قطر نمونه D_0= 8.6 mm طول نمونه L_0=75 mm مساحت A_0=0.58 cm^2

L_1 = 6.1 mm

F (kg)	ΔL (mm)	ε= ΔL/L_0	σ = F/A_0 (kg/cm^2)
200	0.14	0.0018	344.82
400	0.20	0.0026	689.65

77 D_1= mm

A_1=0.29 cm^2

600	0.30	0.004	1034.48
800	0.38	0.005	1379.31
1000	0.45	0.006	1724.13
1200	0.52	0.0069	2068.96
1400	0.59	0.0078	2413.79
1600	0.65	0.0086	2758.62
1800	0.71	0.0094	3103.44
2000	0.76	0.0103	3448.27
2200	0.81	0.0108	3793.10
2400	0.88	0.0117	4137.93
2600	0.96	0.0128	4482.75
2800	1.08	0.0144	4827.58
3000	1.29	0.0175	5172.41

تنش تسلیم : 5172.41 تنش گسیختگی : 4827.58

داکتیلیته نمونه :

درصد افزایش طول = 100 * (7.7-7.5)/7.5=2.66%

درصد کاهش مساحت = 100*(0.58-0.29)/0.58 = 50 %

$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \rightarrow \quad E = \sigma / \varepsilon \rightarrow \quad E = 265250 \ kgf/cm^2$

شماره آزمایش :

آزمایش شماره ۸

نام آزمایش :

آزمایش پیچش مقاطع توخالی جدار نازک

هدف آزمایش :

در این آزمایش درستی رابطه بین زاویه پیچش و لنگر پیچشی در محدوده ارتجاعی برای نمونه ای از یک مقطع توخالی جدار نازک مورد بررسی قرار می گیرد .

تئوری آزمایش :

می دانیم برای مقطع توخالی جدار نازک مطابق شکل (۱) ، رابطه بین لنگر پیچشی و زاویه پیچش به صورت زیر است .

$\phi = (T*L)/(4A^2G)\int ds/t$

ϕ : زاویه پیچش مقطع ابتدا و انتهای طول L از عضو تحت پیچش نسبت به هم

T : لنگر پیچشی وارد بر عضو

L : طول عضو

G : مدول ارتجاعی بررسی نمونه آزمایش

A : مساحت داخلی منحنی بسته ا یکه از وسط جدار می گذرد.(تار خط چین در شکل (۱))

t : ضخامت جدار که می تواند برای نقاط مختلف یک مقطع متغیر باشد

ds : جزو طولی از منحنی بسته ای که از وسط جدار می گذرد

همچنین می دانیم تنش برشی در مقطع عضو در امتداد جدار بوده و مقدار آن از رابطه زیر بدست می آید.

$\tau = T/2At$

دستگاه آزمایش :

۱- قاب اصلی دستگاه

۲- ساعت های اندازه گیری تغییر مکان

۳- قلاب های بارگذاری و وزنه های آزمایش

۴- نمونه آزمایش

۵- بازوی لنگر

روش آزمایش :

۱- مشخصات هندسی نمونه آزمایش را با اندازه گیری بدست می آوریم (t, a_1, L)

۲- طول بازوی لنگر را اندازه می گیریم (b' ، فاصله عمودی امتداد طنابهای کششی افقی از هم)

۳- ساعت های اندازه گیری تغییر مکان را در تماس با بازوی لنگر قرار داده و عقربه را روی صفر تنظیم می کنیم

۴- فاصله نوک گیج تا نوک گیج را اندازه می گیریم (b ، فاصله عمودی تغییر مکان های σ_1 ،σ_2)

۵- روی هریک از قلابهای بارگذاری ، بار 1kg قرار می دهیم .(M= 1 kg)

۶- تغییر مکانها را اندازه گیری و یادداشت می کنیم .(σ_2 ،σ_1)

طول نمونه L=45.95 cm G=820312.5

ضخامت t= 0.12 cm a_1=3.5 cm

b= 20.85 mm b' = 20.85 cm

$a= a_1 - t = 3.38$ $a^2=A = 11.42\ cm^2$

$\int ds/t = 4a/t = 4*3.38 / 0.12 = 112.67$

m =1 kg $\sigma_2 = \sigma_1 = 0.03$ mm

m = 2 kg $\sigma_2 = \sigma_1 = 0.06$ mm

برای m = 1 kg داریم :

$\phi_E = (\sigma_1 + \sigma_2) / b = 2.88$ (rad) عملی

$T = M . b'$ $T = 1*20.85=20.85$ (kg.cm)

$\phi_c = (20.85*45.95)/(4*11.42^2*0.82*10^6) * 112.67 = 2.77$ (rad) تئوری

درصد خطا $= | \phi_E - \phi_c | / \phi_c * 100 = 3.9$ %

برای m=2kg داریم :

$\phi_E = (\sigma_1 + \sigma_2) / b = 5.75$ (rad) عملی

$T = M . b'$ $T = 2*20.85=41.7$ (kg.cm)

$\phi_c = (41.7*45.95)/(4*11.42^2*0.82*10^6) * 112.67 = 5.44$ (rad) تئوری

درصد خطا $= | \phi_E - \phi_c | / \phi_c * 100 = 3.1$ %

در صد خطا	محاسبه ϕ از روی مشخصات نمونه (تئوری)	اندازه گیری زوایه دوران ϕ بصورت مستقیم (عملی)	

بار قائم	b=205 mm			L=45cm b'=21 cm t=0.12 cm G=0.82 *10^6 $a=a_1-t = 3.58$ $\int ds/t = 4a/t = 119.33$		
M (kg)	σ_1 (mm)	σ_2 (mm)	$\phi_E = (\sigma_1+\sigma_2) / b$ (rad)	T = M . b' (kg.cm)	$\phi = (T*L)/(4A^2G) \int ds/t$	$\lvert \phi_E - \phi_c \rvert / \phi_c * 100$
1	0.03	0.03	2.88	20.85	2.77	3.9 %
2	0.06	0.06	5.75	41.7	5.44	3.1 %

تئوری آزمایش و اثبات رابطه $\tau = T/2At$ **:**

برخلاف میله های منشوری (بامقطع غیر دایره) توپر ،محاسبه تنش های برشی و زاویه پیچشی یک عضو توخالی جدار نازک با هر سطح مقطع دلخواه ، تحت تاثیر لنگر پیچشی نسبتاً ساده است . همانند شکل ۵-۲۴- الف ،یک مقطع توخالی را که ضخامت جدار آن متغیر است و تحت تاثیر لنگر پیچشی قرار دارد ، در نظر می گیریم . یک عضو کوچک جدا کرده و با مقیاس بزرگتر در شکل ۵-۲۴- ب ، رسم می کنیم ، این جزء کوچک تحت تاثیر نیروهای F_1,F_2,F_3,F_4 باید در تعادل باشند. این نیروها مساوی حاصلضرب تنش برشی موثر بر سطوح قطع شده در مساحتهای متناظر می باشند.

از معادله $\sum Fx = 0$ ، داریم : $F_1 = F_3$ ولی $F_1=\tau_2 t_2 dx$ ، $F_3=\tau_1 t_1 dx$ است که در آنها $\tau_1=\tau_2$ تنش های برشی موثر بر سطوح متناظر t_1dx و t_2dx می باشد. بنابراین نتیجه می گیریم که $\tau_2t_2dx = \tau_1t_1dx$ ویا $\tau_2t_2 = \tau_1t_1$. لیکن از آنجایی که فاصله صفحات طولی قطع کننده جدار عضو به طور دلخواه انتخاب شده از رابطه بالا نتیجه می گیریم که حاصلضرب تنش برشی در ضخامت جداره در هر مقطع طولی دلخواه ، ثابت می باشد. این ثابت با حرف q نشان داده می شود و اگر تنش بر حسب نیوتن بر میلی متر مربع و ضخامت برحسب میلی متر بیان شوند ، واحد q بر حسب نیوتن بر میلی متر مربع بدست می آید .

ثابت شده که تنش های برشی موثر در محل تلاقی دو سطح عمود بر هم مساوی می باشند. بنابراین در گوشه A در شکل ۵-۲۴- ب ، $\tau_2=\tau_3$ وبطورمشابه در گوشه B ، $\tau_1=\tau_2$ می باشد. بنابراین $\tau_4\tau_1=\tau_2\tau_3$.

اکنون مقطع عضو توخالی جدار نازک را که در شکل ۵-۲۴-ب نشان داده شده است ، در نظر بگیرید . با توجه به بحث قبل ، نیروی وارد بر واحد طول پیرامون این مقطع جدار نازک ثابت و برابر جریان برش q می باشد . اگر جریان برش در جزء طول ds ضرب گردد حاصل کسر مساوی qds می باشد ، مساوی نیروی موثر بر جزء طول ds است .

حاصلضرب نیروی بسیار کوچک qds در بازوی r که همان لنگر نیروی qds حول نقطه دلخواه O می باشد ، نشان دهنده سهم کوچک ds در مقابله با لنگر پیچشی موثر می باشد. با اضافه کردن اثر تمام جزءهای کوچک بر روی یکدیگر ، لنگر پیچشی مقاوم کل مقطع بدست می آید : $T=\int rqds$

rds دو برابر سطح مثلث بسیار کوچک است بنابراین :

$T = 2A_mq$ یا $q = T/(2A_m)$

رابطه قبل فقط برای مقاطع جدار نازک به کار می رود . سطح A_m تقریباً متوسط سطوح محاط شده در داخل محیط داخلی مقطع می باشد . اگر لوله جدار نازک دارای درز باشد ، دیگر رابطه قبل را نمی توان به کار برد.

باتوجه به رابطه اخیر می توانیم تنش برشی موجود در هر یک نقطه دلخواه از لوله جدار نازک را که به ضخامت جدار در آنها t باشد ، بدست آوریم :

$\tau = q/t$ یا $\tau = T/2tA_m$

۳- مقاومت مقاطع توخالی دایره ای در برابر پیچش بیشتر است بنابراین مقاطع توخالی مربع شکل زاویه پیچشی بیشتری نسبت به مقاطع دایره ای دارد.

شماره آزمایش:

آزمایش شماره ۹

نام آزمایش :

آزمایش ضربه

تئوری آزمایش :

نام دیگر این آزمایش ،طاقت شیاری می باشد . طاقت شیاری اصطلاحی است که برای بیان مقاومت فلز در برابر ایجاد و گسترش ترک در ریشه یک شیار یا زخم استاندارد بکار می رود. طاقت شیاری توسط آزمایش شیار V شکل شارپی انجام می شود . اساس آزمایش ضربه تعیین مقدار انرژی لازم برای شکستن نمونه بیشتر باشد جسم نرمتر و هر چه کمتر باشد جسم سخت تر خواهد بود . نسبت این انرژی به سطح مقطع گسیختگی را ضریب تراکم (K) می نامند. ضریب تراکم فلزات با بالارفتن دما بدلیل نرم شدن بیشتر خواهد شد.

اگر زمان وارد شدن باری بیش از سه برابر دوره تناوب طبیعی یکدستگاه باشد آنرا بار استاتیکی ، واگر کمتر از نصف زمان تناوب طبیعی باشد آنرا بار ضربه ای گویند و زمان بارگذاری زمانی است که لازم است کمیت بار از مقدار صفر به حداکثر مقدار خود برسد.

دستگاه آزمایش :

مطابق شکل (۱) دستگاه آزمایش از اجزاء زیر تشکلیل شده است .

۱) بدنه اصلی دستگاه
۲) پاندول ضربه
۳) اهرم اطمینان
۴) دستگیره رها کننده پاندول
۵) عقربه پلاستیکی
۶) صفحه مدرج
۷) محافظ دستگاه
۸) محل قرار گیری نمونه

روش آزمایش :

۱- پشت توری محافظ رفته و پاندول را در جهت مثلثاتی به بالاترین نقطه ممکن برسانید

۲- با پیچاندن دستگیره رها کننده ، پیم متصل به بازوی پاندول را درشیار بازوی دستگیره قرار دهید و مطمئن شوید که پیم تا انتهای شیار پیش رفته است .

۳- با اهرم اطمینان طرف دیگر پیم را رها کنید

۴- نمونه را از دریچه طوری وارد و درجایش قرار دهید

۵- اهرم را از طرف چپ آزاد کنید

۶- دستگیره را بچرخانید تا پاندول آزاد شود

۷- میزان انحراف عقربه را یادداشت کنید

۸- یکبار بدون نمونه همین عملیات را تکرار کنید . θ'_1 و θ'_2 برای محاسبه انرژی تلف شده ناشی از اصطکاک بدست آورید و نمونه ای ۶ سانتی متر را انتخاب کنید و شیاری در وسطش به عمق ایجاد می کنیم.

$r = 0.098$ شعاع دایره چکش $m_1 = 3.16\ kg$ جرم محور

$L = 0.610\ m$ طول محور $m_2 = 6.36\ kg$ جرم چکش

$\theta'_1 = 150$ $\theta'_2 = 138$

$\theta_1 = 150$ $\theta_2 = 27$ $h = b = 0.83\ cm$

حال با استفاده از تابع انرژی پتانسیل داریم :

$$u(\theta) = [\, m_1 g\, L/2 + m_2 g\, (L+r)]\, [\, \sin(\theta - 90) + 1\,]$$

$u(150) = 91.883$ $u(27) = 14.269$

$E_T = u(\theta_1) - u(\theta_2) = 77.614$

$u(150) = 91.883$ $u(138) = 86.455$

$E_F = u(\theta'_1) - u(\theta'_2) = 5.428$

$E = E_T - E_F = 72.186$

$A = 0.83 * 1 = 0.83\ cm^2$

$K = E/A = 72.186/0.83 = 86.971$

انرژی پتانسیل از رابطه $U = mgh$ بدست می آید .

در پاندول m یعنی جرم شامل قسمت میله ای شکل (m_1) و قسمت دایره ای (m_2) می باشد پس در واقع $m = m_1 + m_2$

ارتفاع h برای میله L/2 یعنی نصف طول میله بوده و برای دایره پاندول (L+r) می باشد چون پاندول حرکت دایره ای دارد با زاویه خاصی سقوط می کند و در واقع یک مسیری دایره ای شکل را طی می کند .

$\sin(\theta - 90)$

$\sin(\theta - 90) + \sin 90$ یعنی داریم و $\sin 90$

$\sin(\theta - 90) + 1$ I

با ضرب رابطه mgh در رابطه I انرژی پتانسیل پاندول بدست می آید

$$U(\theta) = [\, m_1 gL/2 + m_2 g(L+r)][\sin(\theta - 90) + 1]$$

در آزمایش نمونه دوم چون عمق شیار کم بود . نمونه بطور کامل شکسته نشد بدیهی است که مقدار زاویه روی صفر باقی ماند.