

## مدل سازی طراحی معکوس چرخ‌دنده ساده

محسن حاجی زاده<sup>۱</sup>، عنایت اله حسینیان<sup>۲</sup>

دانشگاه امام حسین (ع)

مرکز تحقیقات صنایع جدید-کیلومتر ۱۱ جاده مخصوص کرج

Mohsen\_hajizadeh@yahoo.com

### چکیده

چرخ‌دنده قسمتی حساس در مکانیزم‌های مکانیکی است که انتقال قدرت را با نسبت معین انجام می‌دهد. در طراحی چرخ‌دنده‌ها علاوه بر پارامترهای اصلی طراحی، دقت‌های ابعادی و تolerانس‌های هندسی حساسیت خاصی دارند که این حساسیت بخصوص در طراحی معکوس چرخ‌دنده اهمیت بیشتری می‌یابد. در طراحی معکوس چرخ‌دنده متغیرهای مختلفی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته، شناسایی و اندازه‌گیری می‌شود. در این بین متغیرهایی مانند زاویه فشار، لنگی و الونس دندان نقش مهمی داشته و بر عملکرد چرخ‌دنده در هنگام درگیری تأثیرات فراوان دارند. در این مقاله سعی شده است که با استفاده از ابزارهای معمولی اندازه‌گیری، روشی برای محاسبه و کنترل و بازرسی زاویه فشار، لنگی و الونس دندان ارائه شود، با توجه به حجم زیاد محاسبات، کد کامپیوتری که سرعت و دقت مناسبی دارد تهیه شده است.

### واژه‌های کلیدی: چرخ‌دنده-طراحی معکوس-مدل سازی-تولرانس

### مقدمه

غیراستاندارد با استفاده از مشخصات ظاهری چرخ‌دنده و با ابزارهای اندازه‌گیری معمولی ارائه شود. با استفاده از این روش پس از شناسایی مشخصات اولیه مقادیر مربوط به زاویه فشار، لنگی و الونس دندان محاسبه می‌گردد.

### شناسایی مشخصات اولیه چرخ‌دنده

مشخصات ظاهری چرخ‌دنده عبارتند از: تعداد دندان چرخ‌دنده پینیون ( $N_p$ ) و چرخ‌دنده ( $N_G$ )، قطر خارجی، قطر ریشه و فاصله مراکز چرخ‌دنده‌ها ( $C$ ) روابط حاکم بین مشخصات ظاهری و مدول چرخ‌دنده به صورت زیر است [۱]:

$$C = \frac{m(N_p + N_G)}{2} \quad (1)$$

چرخ‌دنده عضوی از مکانیزم‌ها است که انتقال قدرت را با نسبت معین انجام می‌دهد. در طراحی چرخ‌دنده‌ها علاوه بر پارامترهای اصلی طراحی (مدول، گام، قطر خارجی، ارتفاع دندان) دقت‌های ابعادی و تolerانس‌های هندسی نیز از حساسیت خاصی برخوردارند که این حساسیت بخصوص در طراحی معکوس چرخ‌دنده اهمیت بیشتری می‌یابد. اما در بیشتر طراحی‌های معکوس بکار رفته برای چرخ‌دنده‌ها این عوامل مورد توجه قرار نمی‌گیرند و در نتیجه جعبه دنده یا چرخ‌دنده‌ها پس از ساخت و نصب دچار مشکلات فراوان می‌شود. علاوه بر این به علت غیراستاندارد بودن بسیاری از چرخ‌دنده‌های موجود، طراحی معکوس آنها با مشکلات عدیده‌ای روبرو است. در این مقاله سعی شده است روشی برای مهندسی معکوس چرخ‌دنده‌های ساده استاندارد و

<sup>۱</sup> کارشناس ارشد

<sup>۲</sup> مربی- دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری



چرخ‌دنده یک زاویه فشار مشخص در نظر گرفته می‌شود که این زاویه فشار، زاویه فشار در محل برخورد دایره گام با منحنی اینولوت چرخ‌دنده است ولی در عمل با تغییر فاصله مراکز چرخ‌دنده‌ها زاویه فشار تغییر می‌کند. تعیین و اندازه‌گیری زاویه فشار کاری بسیار مشکل است که در حالت معمولی با کمک تهیه پروفیل از روی دندانه قابل اندازه‌گیری است. که احتیاج به دستگاههای گرانیقیمی مانند CMM دارد. برای آنکه بتوان با ابزارهای معمولی نیز این کار را انجام داد. از محاسبات ریاضی کمک می‌گیریم. برای اندازه‌گیری، ابتدا با چند پین مختلف، پین‌هایی که به قطر ۱,۷۲۸ برابر مدول نزدیک باشد، اندازه قطر چرخ‌دنده از روی پین تعیین می‌شود، در نتیجه محل تماس‌های مختلف برخورد بین پین و منحنی بدست می‌آید. به کمک روابط اندازه قطر از روی پین روابط (۹) و (۱۰) و حل معادله (۸) به روش نیوتون-رافسون می‌توان زاویه فشار را بدست آورد. برای این منظور اندازه قطر از روی پین را برای زوایای فشار و قطر پین‌های مختلف با استفاده از روابط (۹) و (۱۰) محاسبه کرده و منحنی‌های اندازه قطر از روی پین برای زوایای فشار مختلف برحسب قطر پین رسم می‌گردد. برای انجام این محاسبات ابتدا لازم است که مقدار اینولوت در محل تماس پین‌ها محاسبه گردد که این مقدار به کمک رابطه زیر بدست می‌آید:

$$inva = invA \pm \frac{T}{D} \pm \frac{d_w}{D \cos A} \mp \frac{\pi}{N} \quad (7)$$

زاویه فشار ( $A$ )، زاویه فشار در نقطه برخورد پین با پروفیل دندانه ( $a$ )، ضخامت دندانه در دایره گام ( $T$ )، قطر گام ( $D$ )، قطر پین ( $d_w$ )، تعداد دندانه ( $N$ ) اندازه قطر از روی پین‌ها را محاسبه نمود. تابع اینولوت بصورت زیر معرفی می‌گردد:

$\varphi - \text{inv} \varphi = \tan \varphi$  که برحسب رادیان است.

مقدار زاویه اینولوت با جاگذاری آن در معادله (۸) که از روش حل عددی نیوتون-رافسون استفاده کرده است بدست می‌آید:

$$\varphi_{new} = \varphi_{old} - \frac{[invA - \varphi_{old} + \tan(\varphi_{old})]}{[\tan(\varphi_{old})]^2} \quad (8)$$

دندانه ابزار برشی ( $t_c$ )، شعاع دایره مبنای ابزار برشی ( $R_{bc}$ ) و ضخامت دندانه ( $t_g$ ) است. برای شناسایی این چرخ‌دنده، پس از اینکه مدول محاسباتی از فرمول (۲) با مدول حاصل از فرمول (۳) مطابقت نداشت ضخامت دندانه در دایره گام با استفاده از فرمول (۶) محاسبه می‌شود و با مقدار اندازه‌گیری شده آن توسط کولیس دنده مقایسه می‌گردد تا ضخامت ابزار برشی محاسبه گردد.

برای حالتی که فاصله مراکز استاندارد است، قطر خارجی چرخ‌دنده بزرگتر، کمتر از اندازه استاندارد بوده و به همان اندازه چرخ‌دنده پینیون بیشتر از اندازه استاندارد است. جداول مربوط به این حالت در انتهای متن آورده شده است (جدول شماره ۲) [۱]:

برای شناسایی این چرخ‌دنده، مدول از روی فرمول (۲) به راحتی محاسبه می‌گردد سپس قطر خارجی اندازه‌گیری می‌شود و با مقایسه قطر خارجی استاندارد محاسباتی از فرمول (۳) با مقدار اندازه‌گیری شده، درصد تغییرات بدست می‌آید، همانطور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، برای زوایای فشار و تعداد دندانه‌های مختلف اندازه ضریب تغییرات قطر خارجی متفاوت است.

### تعیین زاویه فشار، الونس دندانه، لنگی

پس از شناخت مشخصات اساسی چرخ‌دنده مثل مدول، گام، دایره گام باید زاویه فشار، الونس و لنگی تعیین شود. برای این منظور لازم است به کمک چند پین که اندازه قطرهای آنها نزدیک به مقدار ۱,۷۲۸ برابر مدول باشد، اندازه قطر از روی پین‌های چرخ‌دنده را اندازه‌گیری نمود سپس با یکی از پین‌ها که اندازه قطر آن از ۱,۷۲۸ برابر مدول بیشتر باشد اندازه قطر از روی پین را در چندین دندانه از محیط چرخ‌دنده اندازه‌گیری کرد و مقادیر بدست آمده در هر یک از مراحل را بصورت جداگانه در دو سری جدول یادداشت نمود. به کمک مقادیر جدول اول زاویه فشار و الونس دندانه و مقادیر جدول دوم، لنگی چرخ‌دنده در قطر گام محاسبه می‌گردد.

### زاویه فشار

زاویه اینولوت در نقطه برخورد منحنی‌های اینولوت دو چرخ‌دنده بیانگر زاویه فشار هر چرخ‌دنده است. برای هر

منحنی قطر پین و محور عمودی اندازه قطر از روی پین است. با محاسبه خطا بین اندازه‌های محاسباتی در زوایای فشار مختلف و اندازه تجربی زاویه فشاری که خطای کمتری دارد زاویه فشار چرخ‌دنده است.

#### الونس دندان

الونس دندان میزان لاغر شدن دندان از مقدار استاندارد است. این لاغر شدن بصورت یکنواخت و مطابق با منحنی دندان است روش بدست آوردن الونس بدین صورت است که پس از بدست آوردن زاویه فشار، با توجه به محاسبات انجام شده مقدار اندازه قطر چرخ‌دنده از روی پین‌های بدست آمده و تجربی را مقایسه کرده و مقدار  $\text{Cosa}$  را برای هر دو محاسبه می‌کنیم. با استفاده از فرمول (۷) و دو مقدار برای ضخامت دندان بدست می‌آید. از کم کردن دو مقدار میزان الونس بدست می‌آید.

#### لنگی چرخ‌دنده در قطر گام

میزان خارج از مرکزی دایره گام چرخ‌دنده بعلاوه دو پهن بودن استوانه چرخ‌دنده لنگی چرخ دنده در قطر گام است. برای محاسبه میزان لنگی چرخ‌دنده در قطر گام به کمک یک پین با قطر مناسب (نزدیک به قطر ۱,۷۲۸ برابر مدول) شعاع چرخ‌دنده را اندازه‌گیری می‌نماییم. شعاع چرخ‌دنده اندازه شعاع از روی پین تا محور چرخ‌دنده است. این مقدار را روی دندانه‌های مختلف چرخ‌دنده بدست آورده و با هم مقایسه می‌نماییم، اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین مقدار بیانگر میزان ماکزیمم لنگی چرخ‌دنده در قطر گام چرخ‌دنده است.

#### بحث و نتیجه‌گیری

همانگونه که مشاهده شد، چرخ‌دنده‌ها علاوه بر استاندارد یا غیراستاندارد بودن انواع مختلفی از متغیرها دارند که برای شناسایی آنها لازم است ابتدا با متغیرهای گوناگون در چرخ‌دنده وجود دارد آشنا شده و مقادیر آنها را اندازه‌گیری نمود. با شناخت متغیرهای اصلی چرخ‌دنده (مدول، زاویه فشار، الونس دندان، لنگی) و نوع عملکرد، آن به راحتی می‌توان کلاس کیفیت چرخ‌دنده را شناسایی نمود و آن را طراحی معکوس نمود. اما هرگاه هر یک از این متغیرها شناسایی نشود طراحی معکوس چرخ‌دنده دچار مشکل

دقت نماید که اندازه زاویه  $\Phi$  در محدوده مثلثاتی بین  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  قرار داشته باشد، در غیر اینصورت مقدار زاویه  $\Phi$  را می‌بایست به این ناحیه منتقل نمود.

در این برنامه زاویه فشار فرضی، از ۵ درجه تا ۳۵ درجه با فواصل ۵/ درجه‌ای در نظر گرفته می‌شود و سپس اندازه قطر از روی پین به کمک رابطه (۸) یا (۹) برای چرخ‌دنده‌های فرد و زوج محاسبه می‌شود. برای چرخ‌دنده با تعداد دندانه‌های زوج [۱]

$$M_{\text{even}} = \frac{D \cos A}{\text{Cosa}} \pm d_w \quad (9)$$

برای چرخ‌دنده با تعداد دندانه‌های فرد [۱]

$$M_{\text{odd}} = \left( \frac{D \cos A}{\text{Cosa}} \right) \left( \cos\left(\frac{90}{N}\right) \right) \pm d_w \quad (10)$$

حال با استفاده از مقدار اندازه قطر از روی پین چرخ‌دنده و قطر پین نمودارهایی برای مقادیر تجربی و محاسباتی رسم می‌گردد. با مقایسه منحنی تجربی با منحنی‌های محاسباتی و تشخیص مشابه‌ترین منحنی محاسباتی به منحنی تجربی، منحنی زاویه فشار شناسایی می‌شود. برای این منظور شیب منحنی در نواحی مختلف منحنی‌ها بدست آمده و با هم مقایسه می‌شود، منحنی که شیبی شبیه‌تر به شیب منحنی تجربی داشته باشد، (اختلاف کمتری با منحنی تجربی داشته باشد) به عنوان منحنی زاویه فشار انتخاب می‌گردد. شیب منحنی با استفاده از این رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$S = \frac{M(j+1) - w(j+1)}{M(j) - w(j)} \quad (11)$$

$$M(j+1) = \text{اندازه قطر از روی پین } j+1 \text{ ام}$$

$$M(j) = \text{اندازه قطر از روی پین } j \text{ ام}$$

$$w(j+1) = \text{قطر پین } j+1 \text{ ام}$$

$$w(j) = \text{قطر پین } j \text{ ام}$$

برای این منظور مقادیر اندازه قطر چرخ‌دنده از روی پین برای هر زاویه فشار در جدول شماره (۳) آورده شده است و در جدول شماره (۴) اختلاف شیب منحنی‌های محاسباتی با منحنی تجربی در نواحی مختلف منحنی محاسبه شده است و حاصل اختلاف با توجه به روش حداقل مربعات در انتهای جدول شماره (۴) آورده شده است. همچنین می‌توان بصورت ترسیمی هم این اختلاف را در منحنی شکل شماره (۱) مشاهده نمود در این شکل محور افقی

خدا م که در به ثمر رسیدن این پژوهش همکاری و مساعدت داشتند کمال تشکر را داشته باشیم.

#### منابع:

- 1- Berg, Erlk; Jonesfranklin; Horton, "Machinery's handbook 22nd edition", press inc , 1984 . industrial
- ۲- اچ، مابی، هامیلتون، اف، رین هولتز، چارلز "دینامیک ماشین و مکانیزم" ترجمه و گردآوری، دکتر شاهین خدام، ویرایش چهارم، نشر سماط، تابستان ۱۳۷۷.
- 3- MIL-HDBK-, "Criteria for preparation of gear and spline engineering drawing" 1985.
- 4- AGMA - A88, "Gear classification and inspection handbook tolerance and measuring methods for unassembled spur and helical gears" (including metric equivalents), 1990
- 5- AGMA 1012-F, "Gear nomenclature, definitions of terms with symbols"

می‌شود. در مثال حاضر همانگونه که در منحنی های شکل (۱) مشاهده می‌شود دو منحنی تجربی و محاسباتی با زاویه فشار ۲۰ درجه، تطابق خوبی برهم دارند این تطابق منحنی بیانگر تشابه بین دو منحنی است پس بنابراین زاویه فشار چرخ دنده مورد نظر ۲۰ درجه است. منحنی حاضر حاصل از ۵ نقطه است که از ۵ اندازه برداری بدست آمده است شاید در وهله اول به نظر رسد که کلیه این متغیرها را می‌توان با یک اندازه برداری حساب کرد، ولی با توجه به اینکه تعداد متغیرها زیاد است و هر کدام می‌توانند نقشی موثر بر این اندازه داشته باشند لازم است که از تعداد بین‌های بیشتری استفاده شود تا پروفیل دندانه به خوبی مدل سازی شود. استفاده از تعداد بین‌های بیشتر به مفهوم محاسبات بیشتر و دقیق‌تر است که الزام استفاده از کد کامپیوتری را هر چه بیشتر نشان می‌دهد.

#### قدردانی و تشکر

در اینجا لازم است از پشتیبانی و حمایت بی دریغ مجتمع صنایع جنگ افزار سازی حدید و زحمات دکتر شاهین

**Tooth Proportions for Fine-Pitch Involute Spur and Helical Gears of 14½-, 20-, and 25-Degree Pressure Angle — American National Standard (ANSI B6.7-1977)**

Item	Spur	Helical
Addendum, $a$	$\frac{1.000}{P}$	$\frac{1.000}{P_n}$
Dedendum, $b$	$\frac{1.200}{P} + 0.002$ (min.)	$\frac{1.200}{P_n} + 0.002$ (min.)
Working Depth, $h_k$	$\frac{2.000}{P}$	$\frac{2.000}{P_n}$
Whole Depth, $h_t$	$\frac{2.200}{P} + 0.002$ (min.)	$\frac{2.200}{P_n} + 0.002$ (min.)
Clearance, $c$ (Standard)	$\frac{0.200}{P} + 0.002$ (min.)	$\frac{0.200}{P_n} + 0.002$ (min.)
(Shaved or Ground Teeth)	$\frac{0.350}{P} + 0.002$ (min.)	$\frac{0.350}{P_n} + 0.002$ (min.)
Tooth Thickness, $t$ At Pitch Diameter	$t = \frac{1.5708}{P}$	$t_n = \frac{1.5708}{P_n}$
Circular Pitch, $p$	$p = \frac{\pi D}{N}$ or $\frac{\pi d}{n}$ or $\frac{\pi}{P}$	$p_n = \frac{\pi}{P_n}$
Pitch Diameter Pinion, $d$	$\frac{n}{P}$	$\frac{n}{P_n \cos \psi}$
Gear, $D$	$\frac{N}{P}$	$\frac{N}{P_n \cos \psi}$
Outside Diameter Pinion, $d_o$	$\frac{n+2}{P}$	$\frac{1}{P_n} \left( \frac{n}{\cos \psi} + 2 \right)$
Gear, $D_o$	$\frac{N+2}{P}$	$\frac{1}{P_n} \left( \frac{N}{\cos \psi} + 2 \right)$
Center Distance, $C$	$\frac{N+n}{2P}$	$\frac{N+n}{2P_n \cos \psi}$

All dimensions are in inches.  
 $P$  = Transverse Diametral Pitch  
 $P_n$  = Normal Diametral Pitch  
 $t_n$  = Normal Tooth Thickness at Pitch Diameter  
 $p_n$  = Normal Circular Pitch

$\psi$  = Helix Angle  
 $n$  = Number of pinion teeth  
 $N$  = Number of gear teeth

AGMA Applications and Quality Numbers for Racks and Gears — I

Gearing Application	Quality No.*	Gearing Application	Quality No.*
<b>AEROSPACE</b>		<b>CEMENT INDUSTRY</b>	
Actuators	7-11	(Continued)	
Control Gearing	7-11	Overhead Crane	5-6
Engine Accessories	10-13	Pug, Rod and Tube Mills	5-6
Engine Power	10-13	Pulverizer	5-6
Engine Starting	10-13	Raw and Finish Mill	5-6
Loading Hoist	7-11	Rotary Dryer	5-6
Propeller Feathering	10-13	Slurry Agitator	5-6
Small Engines	12-13	<b>CHEWING GUM INDUSTRY</b>	
<b>AGRICULTURE</b>		Chicle Grinder	6-8
Baler	3-7	Coater	6-8
Beet Harvester	5-7	Mixer-Kneader	6-8
Combine	5-7	Molder-Roller	6-8
Corn Picker	5-7	Wrapper	6-8
Cotton Picker	5-7	<b>CHOCOLATE INDUSTRY</b>	
Farm Elevator	3-7	Glazer, Finisher	6-8
Field Harvester	5-7	Mixer, Mill	6-8
Peanut Harvester	3-7	Molder	6-8
Potato Digger	5-7	Presser, Refiner	6-8
<b>AIR COMPRESSOR</b>	10-11	Tampering	6-8
<b>AUTOMOTIVE INDUSTRY</b>	10-11	Wrapper	6-8
<b>BALING MACHINE</b>	5-7	<b>CLAY WORKING MACHINERY</b>	5-7
<b>BOTTLING INDUSTRY</b>		<b>CONSTRUCTION EQUIPMENT</b>	
Capping	6-7	Backhoe	6-8
Filling	6-7	Cranes	
Labeling	6-7	Open Gearing	3-6
Washer, Sterilizer	6-7	Enclosed Gearing	6-8
<b>BREWING INDUSTRY</b>		Ditch Digger	3-8
Agitator	6-8	Transmission	6-8
Barrel Washer	6-8	Drag Line	5-8
Cookers	6-8	Dumpster	6-8
Filling Machine	6-8	Paver Loader	3
Mash Tubs	6-8	Transmission	8
Pasteurizer	6-8	Mixer	3-5
Racking Machine	6-8	Swing Gear	3-5
<b>BRICK MAKING MACHINERY</b>	5-7	Mixing Bucket	3
<b>BRIDGE MACHINERY</b>	5-7	Shaker	8
<b>BRIQUETTE MACHINES</b>	5-7	Shovels	
<b>CEMENT INDUSTRY</b>		Open Gearing	3-6
(Quarry Operation)		Enclosed Gearing	6-8
Conveyor	5-6	Stationary Mixer	
Crusher	5-6	Transmission	8
Diesel Electric		Drum Gears	3-5
Locomotive	8-9	Stone Crusher	
Electric Dragline		Transmission	8
(cast gear)	3	Conveyor	6
(cut gear)	6-8	Truck Mixer	
Electric Locomotive	6-8	Transfer Case	9
Electric Shovel		Drum Gears	3-5
(cast gear)	3	<b>COMMERCIAL METERS</b>	
(cut gear)	6-8	Gas	7-9
Elevator	5-6	Liquid, Water, Milk	7-9
Locomotive Crane		Parking	7-9
(cast gear)	3	<b>COMPUTING AND ACCOUNTING</b>	
(cut gear)	5-6	<b>MACHINES</b>	
(Plant Operation)		Accounting-Billing	9-10
Air Separator	5-6	Adding Machine-Calculator	7-9
Ball Mill	5-7	Addressograph	7
Compeb Mill	5-6	Bookkeeping	9-10
Conveyor	5-6	Cash Register	7
Cooler	5-6	Comptometer	6-8
Elevator	5-6	Computing	10-11
Feeder	5-6	Data Processing	7-9
Filter	5-6	Dictating Machine	9
Kiln	5-6	Typewriter	8
Kiln Slurry Agitator	5-6		

\* Quality Numbers are inclusive, from the lowest to highest numbers shown.

جدول (۳) - مقادیر محاسباتی و اندازه‌گیری شده قطر از روی پین چرخ‌دنده نمونه

قطر پین اندازه‌گیری	اندازه‌گیری تجربی	اندازه محاسباتی برای زاویه فشار ۱۴,۵ درجه	اندازه محاسباتی برای زاویه فشار ۲۰ درجه	اندازه محاسباتی برای زاویه فشار ۲۵ درجه
------------------------	-------------------	--	--	--

۲,۷۵	۵۴,۱۲	۵۳,۲۹	۵۴,۱۳	۵۴,۵۱
۳,۰۷	۵۵,۳۹	۵۵,۱۹	۵۵,۴	۵۵,۸۵
۳,۳۱	۵۶,۳۲	۵۶,۲۶	۵۶,۲۹	۵۶,۳۵
۳,۶	۵۷,۳۱	۵۷,۴۲	۵۷,۳۰۴	۵۷,۲۶
۳,۹۳	۵۸,۳۸	۵۸,۶۴	۵۸,۴	۵۸,۲۷
۴,۲۸	۵۹,۵۶	۵۹,۸۴	۵۹,۵۵	۵۹,۳۱
۴,۵۸	۶۰,۴۸	۶۰,۸۳	۶۰,۴۵۴	۶۰,۱۸

جدول (۳)- مقادیر خطای بین شیب منحنی های اندازه قطر از روی پین تجربی و محاسباتی برحسب قطر پین و با استفاده از روش حداقل مربعات

فاصله بین نقاط	خطا شیب منحنی ۱۴,۵ درجه	خطا شیب منحنی ۲۰ درجه	خطا شیب منحنی ۲۵ درجه
۲,۷۵-۳,۰۷	-۰,۲۵۹	۰,۰۳۱	-۱,۲۱۲
۳,۰۷-۳,۳۱	-۰,۸۳۳	۰,۰۴۱	۱,۹۱۶
۳,۳۱-۳,۶	-۰,۲۰۶	-۰,۱۳۷	۰,۱۰۳
۳,۶-۳,۹۳	۰,۳۳۳	-۰,۱۸۱	۰,۱۵۱
۳,۹۳-۴,۲۸	۰,۷۴۱	۰,۰۵۷	-۰,۲۵۷
۴,۲۸-۴,۵۸	۰,۹۳۳	-۰,۰۳۳	-۰,۸۳۳
خطا کلی	۲,۳۳۳	۰,۰۵۸	۵,۹۳۳

◆ Exp  
■ 14.5 degree  
▲ 20 degree  
✦ 25 degree

شکل (۱)- منحنی مقادیر اندازه گیری شده و محاسباتی قطر از روی پین