

## شبیه سازی خروج از خط قطار هنگام عبور از پیچ

محمد مهدی جلیلی<sup>۱</sup>، محمد دورعلی<sup>۲</sup>

دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک

صندوق پستی ۹۵۶۷-۱۱۳۶۵، تهران، ایران

[durali@sharif.edu](mailto:durali@sharif.edu)

### چکیده

در این مقاله مدل دینامیکی جدیدی از واگن قطار که دارای ۴۳ درجه آزادی می باشد مورد بررسی قرار گرفته است. برای محاسبه نیروهای قائم و مماسی تماسی از تئوری الاستیک هرتز و تئوری کالکر خطی استفاده شده است. واگن هنگام عبور از یک پیچ با شعاع ۲۲۰ متر و در سرعت های ۵ و ۲۰ متر بر ثانیه شبیه سازی شده است و ضرایب خروج از خط قطار در هر مورد به دست آمده اند. نتایج شبیه سازی نشان داده اند که مانور در سرعت های کمتر همواره ایمن تر نمی باشند.

واژه های کلیدی: ضریب خروج از خط - مدل دینامیکی - عبور از پیچ - شبیه سازی - ایمنی

### مقدمه

و پیچش ریلها به وجود می آیند استفاده گردید [۴]. همچنین در یک بررسی که در سال ۱۹۹۹ منتشر شد، عوامل موثر در خروج از خط به صورت تجربی در چین بررسی گردیدند [۵]. مدلهایی نیز وجود دارند که دینامیک طولی و جانبی را به طور همزمان مورد بررسی قرار داده اند. از آن جمله در سال ۱۹۹۰ توسط اتحادیه راه آهنهای آمریکا (AAR) و با استفاده از یک وسیله نقلیه ریلی مخصوص آزمایش نیروهای کششی و فشاری وارد بر قلاب هنگام حرکت واگن در قوسها با سرعت بالا اندازه گیری شد و میزان تاثیر این نیروها بر خروج از خط بررسی گردید [۶]. عمده ترین عامل سوانح ریلی در دنیا خروج از خط می باشد (حدود ۷۰٪ موارد). این آمار در ایران نیز سطح بالایی دارد (۲۳۹ مورد در سال ۱۳۷۵) [۷]. عوامل متعددی در خروج از خط نقش دارند که از آنجمله می توان به عیوب ساختاری در ریلها، عدم نگهداری صحیح خطوط آهن، تصادم دو قطار با یکدیگر یا قطار

شبیه سازی خودروهایی ریلی عموماً در دو گروه عمده دینامیک طولی و دینامیک جانبی انجام می گیرد. در دینامیک طولی مجموعه ای از واگن ها که به وسیله قلاب به یکدیگر متصل اند بررسی می گردند. به عنوان مثال در سال ۱۹۸۹، یومین در چین ضربه های حاصل از برخورد واگن ها را بررسی نمود [۱]. در سال ۱۹۹۲، فوکازاوا نیروهای ضربه ای وارد بر قلابهای واگنهای دو محوره را هنگام ترمزگیری محاسبه کرده است [۲]. همچنین در سال ۱۹۹۸، چن اویان دینامیک طولی مترو را در ژاپن مورد بررسی قرار داد [۳]. در شبیه سازی دینامیک جانبی قطار بیشتر اثرات متقابل چرخ و ریل و خروج از خط قطار مورد بررسی قرار می گیرد. به عنوان نمونه در سال ۱۹۹۶، مدلی که ضرایب فنریت و میرایی ریل و زیرسازی خطوط آهن را در نظر می گرفت توسط ژای و همکارانش برای بررسی خروج از خط که به دلیل ناهمراستایی

۱- دانشجوی دکتری

۲- استاد

حین ترمز، از اصطکاک یاتاقانها در این مدل صرفنظر می‌شود. شکل ۳ منحنی رفتاری فنرهای واگن را در جهات قائم و جانبی نشان می‌دهد. همچنین شکل ۴ منحنی رفتاری دمپرهای غیر خطی را نشان می‌دهد [۸]. رفتار اصطکاک خشک تا حدی شبیه به دمپر است ( شکل ۵ ). با این تفاوت که نیروی حاصله با حاصلضرب ضریب اصطکاک در نیروی قائم بر سطح برابر است. وجود ناپیوستگی در منحنی شکل ۵ (الف) باعث از دست دادن نقطه تعادل (  $v=0$  ) و نیاز به کوچک کردن بیش از اندازه فاصله زمانی در حل عددی می‌شود. به این دلیل مرسوم است مدل اصلاح شده شکل ۵ (ب) استفاده شود [ ۹ ] که در آن تا فاصله کوچکی اطراف نقطه صفر، رفتاری خطی وجود دارد.

### دستگاه‌های مختصات

برای بیان روابط حرکت ابتدا لازم است دستگاههای مختصات مورد استفاده، معرفی شوند و روابط تبدیل آنها بدست آورده شود. در این مقاله برای تعیین میزان و جهت دوران از تبدیل اویلر ZYX استفاده شده است. فرض کنیم، مختصات ۱۲۳ دستگاه مختصات جسمی و مختصات XYZ دستگاه مختصات ثابت باشند. ماتریس تبدیل مختصات از دستگاه XYZ به دستگاه ۱۲۳ را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$R_{ZYX}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\gamma & \cos\beta\cos\gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

فرض می‌کنیم نرخ تغییرات زوایای اویلر به ترتیب  $\dot{\alpha}$ ،  $\dot{\beta}$  و  $\dot{\gamma}$  باشد. در نتیجه سرعت زاویه‌ای جسم برابر است با:

$$\Omega = \dot{\alpha}\vec{u}_z + \dot{\beta}\vec{u}_y + \dot{\gamma}\vec{u}_1 \quad (2)$$

همچنین بین مؤلفه‌های سرعت در دستگاه مختصات ثابت XYZ و دستگاه مختصات جسمی ۱۲۳ رابطه زیر برقرار است:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta\sin\gamma & \cos\beta\cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

با یک مانع، ترمزگیری شدید و عبور از مسیرهای مارپیچ یا پیچ‌های تند اشاره کرد.

در این مقاله دینامیک جانبی واگن هنگام عبور آن از پیچ تند مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری برای عبور آن با سرعت‌های ۵ و ۲۰ متر بر ثانیه در یک پیچ با شعاع ۲۲۰ متر ارائه شده‌اند.

### معرفی مدل واگن

مدلی که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است دارای ۴۳ درجه آزادی می‌باشد. درجات آزادی در نظر گرفته شده برای هر یک از اجزاء مدل در جدول ۱ درج شده‌اند.

جدول ۱- درجات آزادی هر یک از اجزاء مدل

اجزاء واگن	تعداد	درجه آزادی	جمع درجات آزادی
محور	۴	۴	۱۶
قاب بوژی	۲	۷	۱۴
گهواره	۲	۳	۶
بدنه واگن	۱	۷	۷
			۴۳

شکل ۱ نمای روبروی واگن را نشان می‌دهد. تمام اجزاء جانبی و قائم واگن در این شکل نشان داده شده‌اند. همچنین شکل ۲ اجزاء واگن را در نمای جانبی نشان می‌دهد. همانطور که از شکل‌های فوق مشاهده می‌شود این مدل قادر به بررسی دینامیک طولی، جانبی و قائم واگن به طور همزمان می‌باشد.

همانطور که در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است، مدل مورد بررسی قادر به شبیه‌سازی انواع مختلف قطارهای باری و مسافری می‌باشد. این مدل، غیرخطی، سه‌بعدی و دارای ۴۳ درجه آزادی به ازاء هر واگن است و با در نظر گرفتن اجزاء سیستم‌های تعلیق اولیه و ثانویه و لقی‌ها و اصطکاک‌های آنها، تغییرات گشتاور ترمزی در محورهای مختلف، اثرات تماس فلانچ چرخ با کناره ریل، نیروهای غیرخطی تماس بین چرخ و ریل، قید سینماتیکی کاسه بوژی، نیروهای بین بالشتکها و گهواره، ارتباط بین واگن‌ها و اثرات پیچشی واگن و بوژی ارائه گردیده است. با توجه به سرد نبودن روانساز یاتاقان چرخها در

مرکز جرم محور و زاویه Yaw آن معین می‌شوند. روابط تبدیل دستگاه‌های مزبور به صورت زیر است:

$$\{p\}_{rw} = [T^r] \{p\}_{rr} \quad (10)$$

که در آن:

$$[T^r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \end{bmatrix} \quad (11)$$

و:

$$\{p\}_{rw} = [T^l] \{p\}_{ll} \quad (12)$$

که در آن:

$$[T^l] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & -\cos \beta \end{bmatrix} \quad (13)$$

زیر نویسه‌های  $t_1$  و  $t_2$  برای مشخص نمودن دستگاه‌های جدید به کار رفته‌اند.

### مدل تماس چرخ و ریل

مدل تماس چرخ و ریل یکی از بخش‌های اصلی در مدلسازی خودروهای ریلی است که مدل واگن را با مدل مسیر به یکدیگر مربوط می‌سازد. سطح چرخ‌های قطار دارای انحنا و سطح ریل نیز منحنی می‌باشد. عدم برابری عرض ریل با فاصله بین فلنج چرخ‌ها در مسیر حرکت قطار باعث می‌شود که در حین حرکت، محور و چرخ‌ها حرکت‌های عرضی نموده و علاوه بر حرکت قائم حرکات زاویه‌ای نیز انجام دهند. شکل ۶ مدل تماس محور با ریل را نشان می‌دهد که در آن  $Z_{\pi}$  و  $Z_{\pi I}$  به ترتیب جایجایی قائم ریل‌های راست و چپ و  $\Phi_W$ ،  $\Psi_W$  و  $Y_W$  و  $Z_W$  به ترتیب زوایای غلت و سمت و جایجایی جانبی و قائم محور می‌باشند. در مورد مدل استفاده شده در این شبیه‌سازی مساله تماس چرخ و ریل به حل دستگاه معادلات غیر خطی که شامل ۱۰ معادله و ۱۰ مجهول می‌باشد منجر می‌شود. به علت ماهیت غیر خطی این دستگاه معادلات، معادلات فوق به روش عددی حل می‌گردند. همگرایی جواب در بعضی موارد ممکن است زمان زیادی لازم داشته باشد که در یک پروسه طراحی و بهینه‌سازی یا کنترلی مطلوب نیست. همچنین ممکن است در بعضی موارد این معادلات به ازای یک ورودی اولیه خاص همگرا نشوند. لذا استفاده مستقیم این روش در شبیه‌سازی در اغلب کاربردها غیر ممکن است.

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix} = R^{-1} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

روابط (۲) و (۴) در بدست آوردن معادلات حرکت مدل قطار استفاده فراوانی دارند.

در مورد محور به دلیل دارا بودن تقارن محوری، از دستگاه مختصات ساده‌تری استفاده می‌کنیم. مبدأ دستگاه مختصات که برای محور به کار برده می‌شود، متصل به مرکز جرم محور است و محور  $Y$  آن بر محور تقارن منطبق است. به علت تقارن محوری، این دستگاه مختصات، حول محور  $Y$  هیچ حرکتی ندارد. هر بردار موقعیت در این دستگاه با دو دوران میانی به دستگاه مختصات اولیه قابل تبدیل است. به این صورت که ابتدا یک دوران  $\psi$  حول محور  $Z$  محور  $X$  را به  $x'$  تبدیل می‌کند و سپس دوران  $\phi$  حول محور  $x'$  دستگاه را به دستگاه جسمی ۱۲۳ منطبق می‌کند. فرض می‌کنیم که نرخ تغییرات زوایای  $\psi$  و  $\phi$  به ترتیب  $\dot{\psi}$  و  $\dot{\phi}$  باشد. در نتیجه سرعت زاویه‌ای جسم برابر است با:

$$\omega = \dot{\psi} \vec{u}_z + \dot{\phi} \vec{u}_1 \quad (5)$$

همچنین با استفاده از تبدیل مختصات داریم:

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi c\phi & s\psi s\phi \\ s\psi & c\psi c\phi & -c\psi s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

در نتیجه:

$$\begin{aligned} \omega &= \dot{\psi} (s\phi \vec{u}_2 + c\phi \vec{u}_3) + \dot{\phi} \vec{u}_1 \\ &= \dot{\phi} \vec{u}_1 + \dot{\psi} s\phi \vec{u}_2 + \dot{\psi} c\phi \vec{u}_3 \end{aligned} \quad (7)$$

همچنین محور نسبت به دستگاه متصل به خود یک دوران نسبی دارد که آن را با  $\omega_{B/F}$  نشان می‌دهیم:

$$\omega_{B/F} = \dot{\theta} \quad (8)$$

در نتیجه سرعت زاویه‌ای محور به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{\Omega} = \vec{\omega} + \vec{\omega}_{B/F} \quad (9)$$

دو دستگاه مختصات دیگر که در روابط بعدی استفاده می‌شوند، در شکل (۶) نشان داده شده‌اند. محور  $X$  این دستگاه در جهت حرکت قطار است و محور  $Y$  آنها مماس بر نقطه تماس چرخ‌ها و ریل می‌باشد. زوایای  $\alpha$  و  $\beta$  با دانستن موقعیت جانبی

تماس تعریف می‌شود، باید مقادیر  $V_{p2}$  و  $V_{p1}$  را در دستگاه‌های  $t_r$  و  $t_l$  بنویسیم. در نتیجه:

$$\{V_{p1}\}_{tr} = [T^r]^{-1} \{V_{p1}\}_{rw} \quad (17)$$

$$\{V_{p2}\}_{tl} = [T^l]^{-1} \{V_{p2}\}_{rw} \quad (18)$$

به همین ترتیب مقادیر  $V_{c1}$  و  $V_{c2}$  نیز در دستگاه‌های مختصات تماس به دست می‌آیند:

$$\{V_{c1}\}_{rw} = \{V_G\}_{rw} + \{\omega\}_{rw} \times \{p_{c1}\}_{rw} \quad (19)$$

$$\{V_{c1}\}_{tr} = [T^r]^{-1} \{V_{c1}\}_{rw} \quad (20)$$

$$\{V_{c2}\}_{rw} = \{V_G\}_{rw} + \{\omega\}_{rw} \times \{p_{c2}\}_{rw} \quad (21)$$

$$\{V_{c2}\}_{tl} = [T^l]^{-1} \{V_{c2}\}_{rw} \quad (22)$$

در هر مرحله از حل عددی، کلیه متغیرهای به کار رفته در روابط فوق معلومند و  $\{V_{p1}\}_{tr}$ ،  $\{V_{c1}\}_{tr}$ ،  $\{V_{p2}\}_{tl}$  و  $\{V_{c2}\}_{tl}$  به سادگی محاسبه می‌شوند. در نتیجه لغزش‌ها چنین به دست می‌آیند:

$$\xi_{xr} = \frac{\{V_{p1}\}_{tr}(1)}{\{V_{c1}\}_{tr}(1)} \quad (23)$$

$$\xi_{yr} = \frac{\{V_{p1}\}_{tr}(2)}{\{V_{c1}\}_{tr}(1)} \quad (24)$$

$$\xi_{xr} = \frac{([T^r]^{-1} \{\omega_{axle}\}_{rw})(3)}{\{V_{c1}\}_{tr}(1)} \quad (25)$$

$$\xi_{xl} = \frac{\{V_{p2}\}_{tl}(1)}{\{V_{c2}\}_{tl}(1)} \quad (26)$$

$$\xi_{yl} = \frac{\{V_{p2}\}_{tl}(2)}{\{V_{c2}\}_{tl}(1)} \quad (27)$$

$$\xi_{spl} = \frac{([T^l]^{-1} \{\omega_{axle}\}_{rw})(3)}{\{V_{c2}\}_{tl}(1)} \quad (28)$$

### معادلات حرکت

برای بدست آوردن معادلات حرکت مدل فوق از روش نیوتن- اویلر در نوشتن معادلات جسم صلب استفاده شده است. ۶ معادله فوق که در نوشتن معادلات هر یک از جرم‌های موجود در واگن از آنها استفاده شده است به صورت زیر می‌باشند [۱۲]:

در این مقاله این معادلات با استفاده از روش نیوتن در حل دستگاه معادلات غیر خطی حل شده‌اند. سپس از داده‌های بدست آمده از حل عددی معادلات تماسی چرخ و ریل برای آموزش یک شبکه عصبی استفاده گردیده است. در این مقاله از روش آموزشی لوببرگ - مارکوات برای آموزش شبکه عصبی مورد نظر استفاده شده است. شکل ۸ ساختار شبکه عصبی ایجاد شده را نشان می‌دهد [۱۰].

نیروهای مماسی تماس لغزشی چرخ و ریل با استفاده از تئوری خطی کالکر به دست آمده‌اند. برخلاف مدل‌های معمول چرخ که در آن چرخ حرکت سمت ندارد، مدل چرخ در این مقاله دارای ۲ درجه آزادی می‌باشد: حرکت جانبی چرخ و حرکت سمت. بنابراین در این قسمت به محاسبه لغزشها در محل تماس چرخ و ریل می‌پردازیم. برای ارائه روابط ریاضی از شکل ۶ کمک می‌گیریم که در آن  $e_1$  و  $e_2$  اندازه عددی فاصله نقطه تماس چرخ و ریل از مرکز جرم محور هستند و  $\Gamma_1$  و  $\Gamma_2$  شعاع چرخها در هر یک از این نقاط می‌باشند. لازم به ذکر است که به علت تغییر محل نقطه تماس روی پروفیل چرخ، شعاع چرخ در محل تماس متغیر است. مرکز دایره‌های متناظر با این شعاع‌ها با  $C_1$  و  $C_2$  نشان داده شده‌اند. دستگاه مختصات متصل به جسم را با  $\Gamma W$  و دستگاه مختصات مرجع را با  $p$  نشان می‌دهیم. ماتریس تبدیل مختصات از دستگاه متصل به جسم به دستگاه مختصات مرجع و دستگاه مختصات ریل‌ها را به ترتیب با  $T_w$ ،  $T^r$  و  $T^l$  نشان می‌دهیم.

با استفاده از روابط سینماتیک اجسام صلب و تبدیل مختصات چنین نتیجه می‌شود [۱۱] و [۱۲]:

$$\{V_{p1}\}_{rw} = \{V_G\}_{rw} + \{\omega_{B/F}\}_{rw} \times \{p_{p1}\}_{rw} + \{\omega\}_{rw} \times \{p_{p1}\}_{rw} \quad (14)$$

که در آن:

$$\{V_G\}_{rw} = [T_w]^{-1} \{V_G\}_p \quad (15)$$

و:

$$\{V_G\}_p = \begin{Bmatrix} \dot{X}_w \\ \dot{Y}_w \\ \dot{Z}_w \end{Bmatrix} \quad (16)$$

برای یافتن  $\{V_{p2}\}_{rw}$  کافی است  $\Gamma_1$  و  $e_1$  به ترتیب به  $\Gamma_2$  و  $e_2$  تبدیل شوند. از آنجا که لغزش در دستگاه مختصات

قسمتی از مدل تغییر می‌کند یا جابجایی قطعات از میزان لقی آنها بیشتر می‌شود ( و برخورد روی می‌دهد)، فاصله زمانی انتخاب شده بسیار کوچک شود و دقت جواب در حد مورد نظر حفظ شود. به طور کلی نیاز به فاصله زمانی کوچک از جمله مشکلات حل عددی در خودروهای ریلی است. یک دلیل آن سختی زیاد فربندی سیستم تعلیق نسبت به جرم بوژی و اجزاء آن است که در نتیجه پیوند طبیعی برخی درجات آزادی بسیار کم می‌شود و لازم است فاصله زمانی به مراتب کوچکتری در حل استفاده گردد. در غیر این صورت جواب، غیر دقیق یا حتی ناپایدار می‌شود. گاهی کوچکی فاصله زمانی لازم برای پایداری جواب، منجر به افزایش غیر قابل قبول زمان اجرا می‌شود.

در برنامه کامپیوتری تدوین شده در این تحقیق از روش Runge Kutta Cash- Karp استفاده شده است. با وجود این که این روش از دیگر روشهای حل معادلات دیفرانسیل کندتر است ولی دارای قابلیت اعتماد بیشتری می‌باشد. ورودیهای اصلی برنامه را فایل‌های حاوی اطلاعات هندسی و دینامیکی واگنها و اجزاء آنها، موقعیت و سرعت اولیه اجزاء واگنها (به عنوان شرایط اولیه)، خطای عددی قابل قبول در حل عددی، زمان شروع و خاتمه اجزاء و نیروها و گشتاورهای خارجی مانند نیرو و گشتاور ناشی از باد تشکیل می‌دهند.

### بررسی نتایج عددی

خروج از خط به معنای بالا رفتن لبه چرخ ( فلانچ ) از ریل و عبور آن به طرف دیگر ریل است. به گونه ای که ریل دیگر محدود کننده حرکت جانبی چرخها نباشد. محققین به تجربه دریافتند که نسبت نیروی جانبی به نیروی قائم در ناحیه تماس چرخ با ریل ، نقش تعیین کننده ای در پدیده خروج از خط دارد . نسبت فوق ضریب خروج از خط نامیده می‌شود. عبور قطار از پیچ به خصوص پیچ‌های تند، یکی از عوامل مهم خروج از خط می‌باشد. افزایش لغزش جانبی چرخها در این حالت، موجب افزایش زیاد در ضریب خروج از خط قطار می‌گردد. هرچه شعاع پیچ کمتر باشد، احتمال خروج از خط قطار نیز افزایش می‌یابد. به این دلیل سعی می‌شود تا حد امکان شعاع انحنای مسیر حرکت قطار زیاد در نظر گرفته شود. ولی گاهی بعضی محدودیت‌ها به خصوص محدودیت‌های طبیعی مانع این امر می‌باشند. کمترین شعاع پیچ در ایران ۲۲۰ m می‌باشد که در این مقاله برای شبیه‌سازی حرکت قطار در پیچ، از آن

$$\begin{aligned} m(\dot{v}_x + v_z \omega_y - v_y \omega_z) &= F_x \\ m(\dot{v}_y + v_x \omega_z - v_z \omega_x) &= F_y \\ m(\dot{v}_z + v_y \omega_x - v_x \omega_y) &= F_z \\ I_x \dot{\omega}_x + I_{xy}(\dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z) + I_{xz}(\dot{\omega}_z + \omega_x \omega_y) + \\ (I_z - I_x)\omega_y \omega_z + I_{yy}(\omega_y^2 - \omega_z^2) &= M_x \\ I_{xy}(\dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z) + I_y \dot{\omega}_y + I_{yz}(\dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y) + \\ (I_x - I_z)\omega_x \omega_z + I_{xz}(\omega_z^2 - \omega_x^2) &= M_y \\ I_{xz}(\dot{\omega}_x - \omega_y \omega_z) + I_{yz}(\dot{\omega}_y + \omega_x \omega_z) + I_z \dot{\omega}_z + \\ (I_y - I_x)\omega_x \omega_y + I_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2) &= M_z \end{aligned} \quad (29)$$

روابط بالا ۶ معادله برای بیان حرکت جسم صلب می‌باشند که در آن‌ها  $\omega_x, \omega_y, \omega_z, v_x, v_y, v_z$  به ترتیب سرعت‌های خطی و زاویه‌ای در دستگاه مختصات متصل به جسم می‌باشند و از روابط ۲ و ۴ به دست می‌آیند. کلیه گشتاورها و ترمهای اینرسی در معادلات فوق در دستگاه مختصات جسمی که مبدأ آن در مرکز جرم C می‌باشد، بیان می‌شوند.

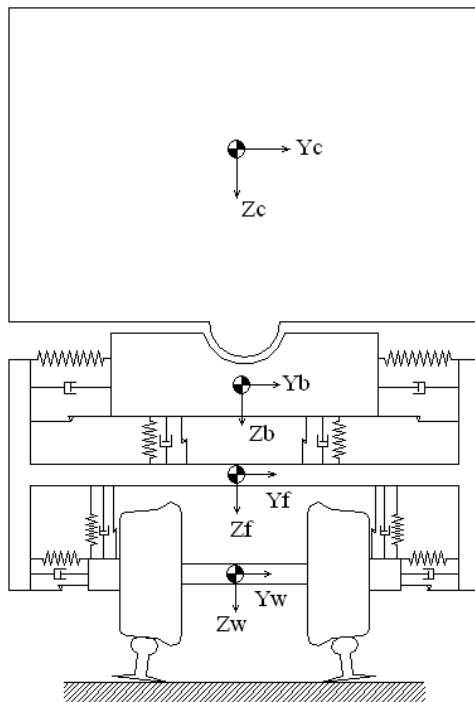
### روش حل

در تمام روشهای عددی موجود برای حل معادلات دیفرانسیل، به‌دست آوردن مشتق متغیرهای حالت در هر مرحله از مراحل حل، ضروری است. با استفاده از رابطه ۲۹ معادلات حرکت تک تک اجزاء مدل به‌دست می‌آید. با در نظر گرفتن معادلات حرکت برای تمام واگنها خواهیم داشت:

$$\dot{X} = F(X, t) \quad (30)$$

که در آن X بردار کل متغیرهای حالت واگن می‌باشد. در نتیجه از رابطه ۱۴، ۸۶ معادله دیفرانسیل که شامل ۸۶ متغیر حالت قطار می‌باشد به دست می‌آید. برای حل معادلات حرکت، می‌توان از روشهای مرسوم حل دستگاههای معادلات دیفرانسیل غیر خطی بهره گرفت. لازم است فاصله زمانی انتخاب شده برای هر مرحله از حل قابل تنظیم باشد. چرا که تغییرات سریع مقدار تابع در معادله ۳۰ در صورت انتخاب نامناسب فاصله زمانی، در پاسخ به دست آمده ایجاد خطا می‌کند. متغیر بودن فاصله زمانی باعث می‌شود زمانی که به عنوان مثال جهت نیروی اصطکاک در

- 5- Qian Lixin, "Test and study on Chinese freight wagon derailment on straight track", International Heavy Haul Association Conference Proceedings, Volume 1, Moscow, 1999.
- 6- Association of American railroads, Mechanical division, manual of standards and recommended practices, Vol. C-II, Section 2.16, 1990.
- ۷- "طبقه بندی و تحلیل سوانح سال ۱۳۷۵"، گروه بهره‌برداری مرکز مطالعات راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران، زمستان ۱۳۷۶.
- 8- Eickhoff B.M., Evans J.R., Minnis A.J., "A Review of Modeling Methods for Railway Vehicle Suspension Component", Vehicle System Dynamics, Vol. 24, pp. 469-496, 1995.
- 9- Garg V.K., Dukkipati R.V., "Dynamics of Railway Vehicle Systems", Canada Academic Press, 1984.
- ۱۰- محمد دورعلی و محمد مهدی جلیلی، "تعیین محل تماس چرخ و ریل با استفاده از حل عددی و شبکه عصبی"، مجموعه مقالات یازدهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران (ISME 2003)، صص. ۱۷۸۹ تا ۱۷۹۶، اردیبهشت ۱۳۸۲.
- 11- Jerry H. Ginsberg, "Advanced Engineering Dynamics", Cambridge University Press, 1998.
- 12- D'Souza A. Frank, Garg Vijay K., "Advanced Dynamics, Modeling and Analysis", Prentice Hall, 1984.



شکل ۱- نمای روبروی مدل واگن

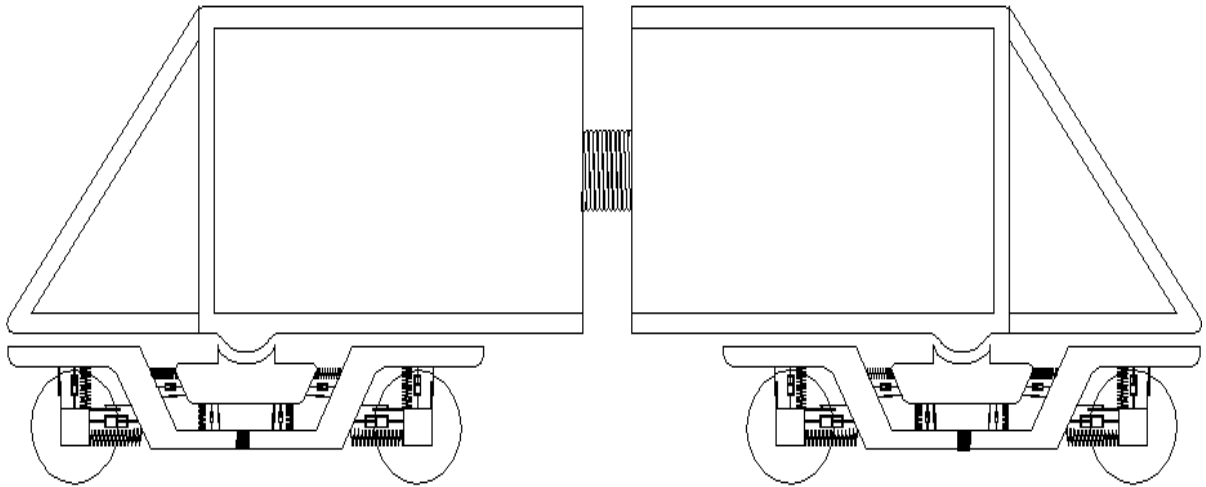
استفاده شده است. برای بررسی اثر سرعت قطار بر میزان تغییر ضریب خروج از خط، این شبیه‌سازی برای سرعت‌های ۵ و ۲۰ متر بر ثانیه صورت گرفته است. شکل‌های ۷ و ۸ ضریب خروج از خط محور جلوی واگن را بعد از ورود به پیچ نشان می‌دهند. شکل‌های ۹ و ۱۰ نیز ضریب خروج از خط محور عقب واگن را بعد از ورود به پیچ نشان می‌دهند

## نتیجه گیری

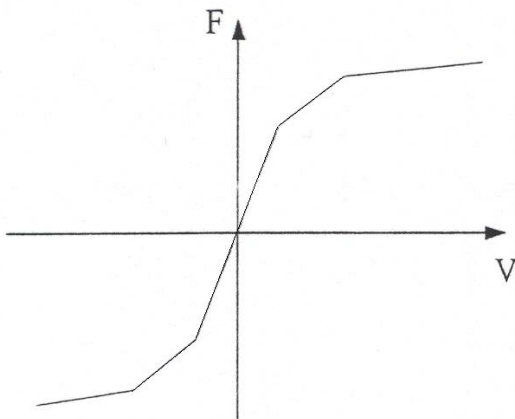
بررسی ضرایب خروج از خط ارائه شده در شکل‌های ۷، ۸، ۹ و ۱۰ که در این شبیه‌سازی برای چرخ‌های مختلف یک واگن به دست آمده است نشان می‌دهد که بیشترین مقدار این ضریب همواره برای محور جلوی واگن اتفاق می‌افتد. به طوری که ماکزیمم ضرایب خروج از خط محورهای جلو و عقب واگن در سرعت ۵ m/s به ترتیب برابر ۰/۱۶ و ۰/۵ و در سرعت ۲۰ m/s برابر ۰/۸ و ۰/۶۲ می‌باشد. همچنین حداکثر ضریب خروج از خط برای سرعت‌های بالاتر بیشتر است. به طوری‌که در سرعت ۲۰ m/s ماکزیمم این ضریب در حدود ۰/۸ و در سرعت ۵ m/s در حدود ۰/۶ می‌باشد. نکته جالبی که با مقایسه نمودارهای فوق نتیجه می‌شود این است که ضریب خروج از خط واگن هنگام عبور یک واگن با سرعت بالاتر لزوماً همیشه بیشتر از این ضریب برای سرعت‌های پایین‌تر نمی‌باشد. به عنوان مثال در نمودارهای اشکال ۸ و ۹ با این که حداکثر ضریب خروج از خط برای سرعت ۲۰ m/s بیشتر از حداکثر این ضریب برای سرعت ۵ m/s است ولی در پایان شبیه‌سازی این دو ضریب برای هر دو مورد، مقادیر تقریباً یکسانی را نشان می‌دهند.

## مراجع

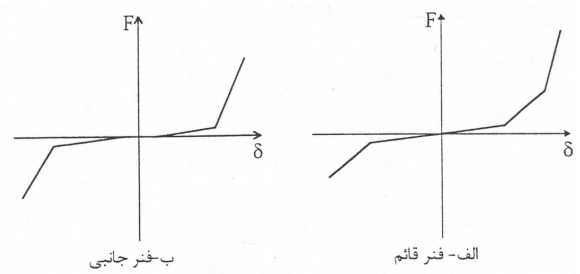
- 1- Yu Min Yi, "Analyses to Mechanism of train longitudinal impulse", fourth international heavy haul railway conference, pp. 591-594, 1989.
- 2- Katoshi Fukasawa, "Coupler forces of 1000t class tow- axle freight train", Quarterly report of RTRI, Vol. 33, No. 3, pp. 166-168, Aug. 1992.
- 3- Chen Oyan, "Dynamic simulation of Taipei EMU train", Vehicle system dynamics, Vol. 30, pp. 143-167, 1998.
- 4- W. Zhia, C.B. Cai, S.Z. Guo, "Coupling Model of Vertical and Lateral Vehicle/Track Interaction", vehicle system dynamics, Vol. 26, No.1 pp. 61-79, 1996.



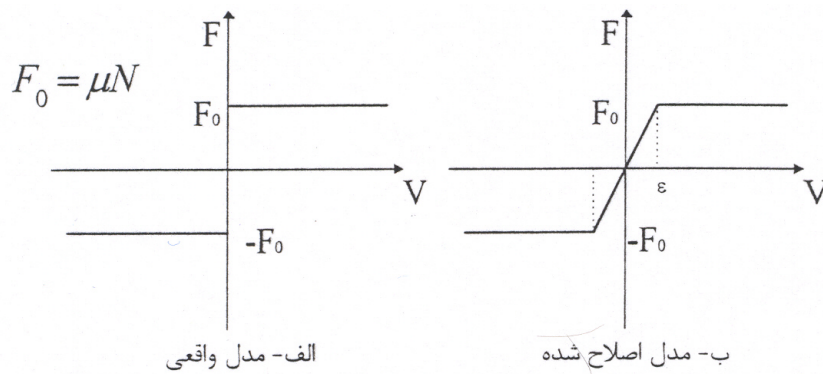
شکل ۲- نمای جانبی مدل واگن



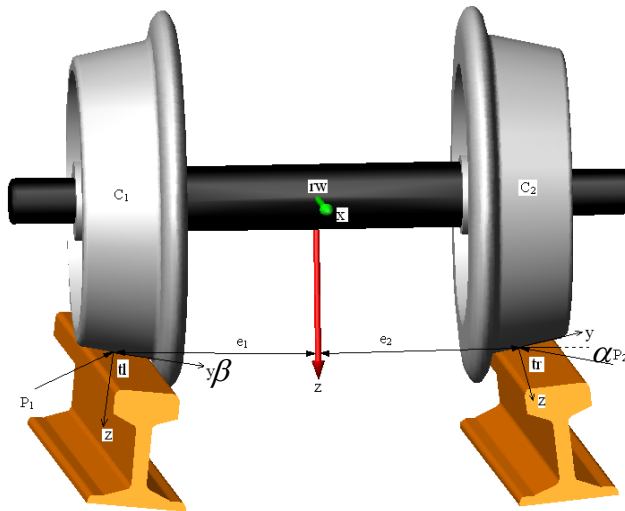
شکل ۴- منحنی رفتاری دمپره‌های غیر خطی



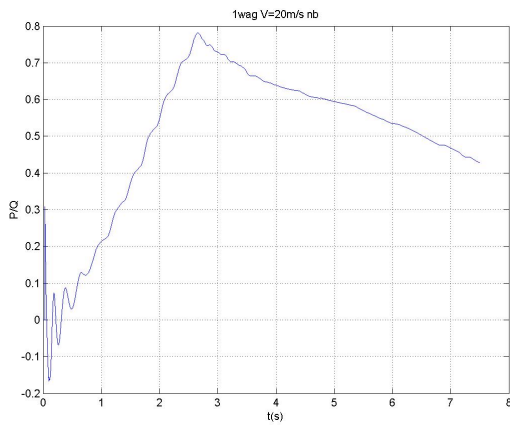
شکل ۳- منحنی رفتاری فنرهای واگن



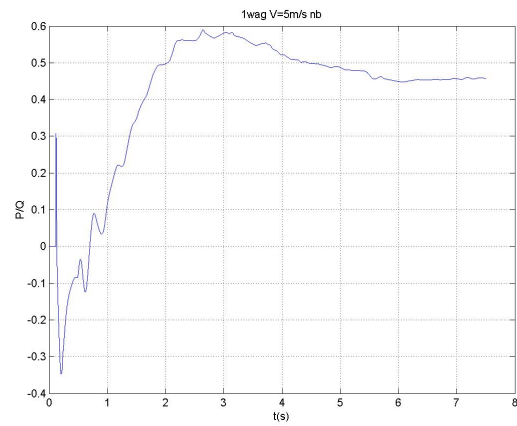
شکل ۵- منحنی‌های رفتار اصطکاک خشک



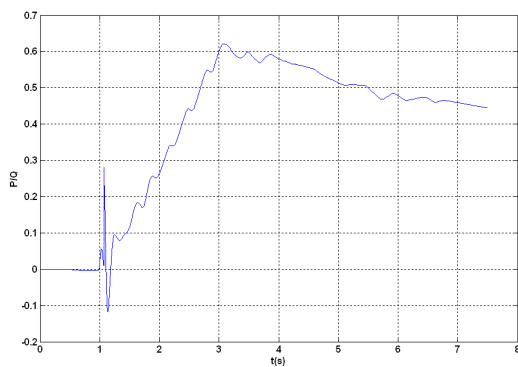
شکل ۶- مدل تماس محور با ریل



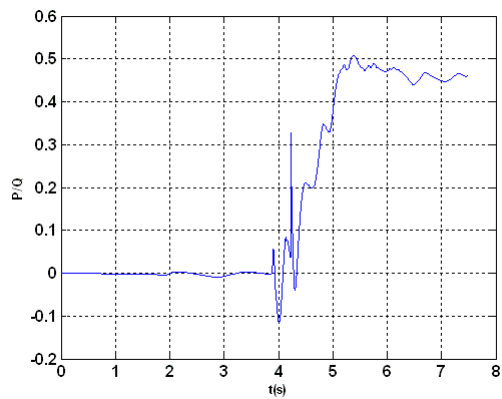
شکل ۸- ضریب خروج از خط محور جلو واگن برای سرعت ۲۰ m/s



شکل ۷- ضریب خروج از خط محور جلو واگن برای سرعت ۵ m/s



شکل ۱۰- ضریب خروج از خط محور عقب واگن برای سرعت ۲۰ m/s



شکل ۹- ضریب خروج از خط محور عقب واگن برای سرعت ۵ m/s