

کنترل نقطه به نقطه یک خودرو چهار چرخ خودگردان بر اساس مدل دینامیکی با استفاده از روش گام بعقب

حسین اسدی^۱، علیرضا خیاطیان^۲، محمد اقتصاد^۳

دانشکده مهندسی دانشگاه شیراز

Hossein_asadii@yahoo.com

چکیده

در این مقاله کنترل نقطه به نقطه (Point-to-Point Control) یک خودرو چهارچرخ خودگردان بر اساس مدل دینامیکی آن با استفاده از روش گام بعقب (Backstepping) ارائه شده است. مدل دینامیکی خودرو چهارچرخ در مختصات دکارتی با فرض بدون لغزش بودن چرخها در نظر گرفته شده است. برای اینکه خودرو از موقعیت و سمت اولیه $q_i = [X_0, Y_0, \theta_0]^T$ به موقعیت و سمت نهایی دلخواه $q_f = [X_f, Y_f, \theta_f]^T$ برسد با استفاده از تکنیک طراحی مسیر (Path Planing)، مسیری از موقعیت اولیه خودرو به موقعیت نهایی بر اساس چند جمله‌ایها تعیین شده است. قانون کنترل با استفاده از تئوری گام بعقب برای مسیر تعیین شده بدست آمده است. نتایج شبیه سازی گویای عملکرد مثبت روش گام بعقب در کنترل نقطه به نقطه خودرو می باشد.

واژه‌های کلیدی: خودرو خودگردان - کنترل نقطه به نقطه - روش گام بعقب - کنترل بر اساس مدل دینامیکی

مقدمه

حرکت باقی بماند. بطور کلی مساله کنترل نقطه به نقطه از مساله تعقیب مسیر سخت تر و مشکل تر میباشد [۱]. یک بیان شهودی برای نشان دادن این موضوع این است که تعداد خروجی های مساله کنترل، در کنترل نقطه به نقطه، (X, Y, θ) میباشد. در حالیکه در کنترل پیروی از مسیر، خروجی فقط متغیرهای موقعیت (X, Y) می باشد. کنترل روباتهای متحرک که به عنوان روباتهای خودگردان (Autonomous Ground Vehicles) نیز شناخته می شوند به علت قیود غیر هولونومیک کار واضح و آسانی نمی باشد. به طور مثال بر اساس نتایج کار R.W. Brockett نشان داده شده است که پایدارسازی یک روبات متحرک با یک فیدبک

امروزه در بسیاری از صنایع، هوا و فضا، کاربردهای نظامی و حتی کاربردهای خانگی نیاز به کنترل حرکت روباتهای متحرک (Mobile Robots) می باشد. کنترل حرکت برای روباتهای متحرک بر حسب نیاز به دو دسته اصلی کنترل نقطه به نقطه و کنترل برای تعقیب (Tracking) مسیر تقسیم می شود. در مساله کنترل نقطه به نقطه که به پایدارسازی موقعیت-سمت (Posture Stabilization) نیز معروف است، انتقال خودرو از یک موقعیت-سمت اولیه دلخواه به یک موقعیت-سمت نهایی دلخواه مد نظر می باشد با این شرط که در موقعیت نهایی، خودرو ساکن و بی

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق و الکترونیک، کنترل

۲- استادیار مهندسی برق و الکترونیک، کنترل

۳- استادیار مهندسی مکانیک

است. چنین مدلی اصطلاحاً به مدل سینماتیکی خودرو معروف است و متغیرهای کنترلی سرعت‌های v, ω میباشند. در مقاله حاضر بر اساس یک مدل دینامیکی خودرو چهارچرخ که متغیرهای کنترلی گشتاورهای اعمالی به سیستم فرمان (Steering) و سیستم رانش (Driving) میباشند، کنترل نقطه به نقطه خودرو در مختصات دکارتی ارائه شده است. هدف کنترل خودرو، انتقال آن از یک موقعیت و سمت اولیه معلوم (X_0, Y_0, θ_0) به یک موقعیت و سمت نهایی (X_f, Y_f, θ_f) میباشد. برای این منظور با توجه به شرایط مرزی ابتدایی و انتهایی یک مسیر هموار با استفاده از یک چند جمله‌ای درجه چهار بین نقطه ابتدایی و انتهایی طراحی گردیده است. با انتقال معادلات دینامیکی خودرو به فرم پسخور صریح از روش کنترل گام به عقب برای یافتن قانون کنترل استفاده گردیده است.

ساختار مقاله به این شرح میباشد:

در بخش دوم مقاله خودرو چهارچرخ معرفی می گردد و در بخش سوم معادلات دینامیکی خودرو آورده شده است. بخش چهارم این مقاله چگونگی طراحی مسیر و بخش پنجم طراحی کنترل کننده گام به عقب را توضیح می دهند. نتایج شبیه سازی کنترل کننده در بخش ششم ارائه شده است و مقاله با ارائه نتیجه گیری در بخش هفتم خاتمه می یابد.

خودرو چهارچرخ

خودرو خودگردان مورد نظر در این مقاله یک خودرو چهارچرخ دو درجه آزادی با دو چرخ جلو فرمان و دو چرخ عقب محرک می باشد. شکل ۱ شماتیک خودرو را نشان می - دهد. این خودرو شامل قسمتهای مکانیکی زیر می باشد:

- قسمت صلب خودرو که دیگر قسمتها به آن متصلند.
- دو چرخ جلو و سیستم فرمان غربلیک که توسط یک موتور dc، گشتاور لازم را به سیستم فرمان اعمال می نماید.
- دوچرخ عقب و سیستم چرخ دنده دیفرانسیل که توسط یک موتور dc برای رانش خودرو به جلو گشتاور لازم را ایجاد می نماید.

استاتیکی هموار (Smooth) ممکن نمی باشد [۲]. به همین علت تکنیک های دیگری چون کنترل کننده های متغیر با زمان [۳] و یا کنترل کننده های ناپیوسته [۴] برای اینکار پیشنهاد شده است.

با توجه به غیر خطی بودن مدل های سینماتیکی و دینامیکی روباتهای متحرک، استفاده از تکنیکهای کنترل غیر خطی اجتناب ناپذیر است. الگوریتم گام بعقب روشی نو در کنترل غیر خطی میباشد که همزمان با بدست آوردن قانون کنترل، به صورت ساختاری پایداری سیستم حلقه بسته را با ساختن توابع لیاپانف تضمین می نماید. این تکنیک که به دنبال روش خطی سازی با فیدبک (Feedback Linearization) توسط P.Kokotovic و همکارانش ارائه گردید [۵]، محدوده طراحی کنترل کننده ها را به کلاس بزرگتری از سیستمهای غیر خطی توسعه داد. مهمترین شرط استفاده از روش کنترل گام بعقب فرم خاص معادلات حالت سیستم میباشد. چنانچه معادلات دینامیکی سیستم به فرم خاص پسخور صریح (Strict-Feedback) باشد، طراحی کنترلر به صورت سیستماتیک انجام می پذیرد.

مقالات متعددی در زمینه پایدار سازی و تعقیب روباتهای متحرک به چاپ رسیده است. Jiang و Nijmeijer از روش گام بعقب برای کنترل تعقیب مسیر یک خودرو متحرک استفاده کردند و نشان دادند که به کمک یک قانون کنترل متغیر با زمان بر اساس روش گام بعقب که بر اساس معادلات سینماتیکی یک روبات دو درجه آزادی بنا شده است میتوان خودرو را به صورت سراسری (Global) کنترل نمود [۶]. F. Pourboghraat پایداری نقطه به نقطه یک روبات متحرک با شرط غیر هولونومیک را بررسی کرده [۷] و به کمک قانون کنترل تکه ای پیوسته (Piecewise Continuous) پایداری مجانبی را برای سیستم تضمین کرده است.

نکته قابل توجه ای که در خصوص مقالات کنترل روباتهای متحرک قابل ذکر است، محدودیتی است که این مقالات برای مدل خودرو قائل شده اند. در اکثر مقالات موجود، فرم معادلات خودرو به صورت حرکت یک نقطه معادلات $(\dot{x} = v \cos \theta, \dot{y} = v \sin \theta, \dot{\theta} = \omega)$ در نظر گرفته شده

معادلات دینامیکی خودرو

برای بدست آوردن معادلات دینامیکی خودرو فرض شده است که خودرو بدون لغزش چرخها در صفحه مختصات

دکارتی حرکت می کند و یک مختصات مرجع $X-Y$ و پنج مختصات متحرک X_i-Y_i که به مرکز ثقل و چهارچرخ خودرو متصل می باشند، در نظر گرفته شده اند. شکل ۲ محور مختصات مرجع و پنج محور مختصات متحرک را نشان می دهد. در این شکل O مرکز ثقل خودرو با مختصات (X, Y) ، θ زاویه سمت (Orientation) خودرو با محور افقی و (δ_1, δ_2) زاویه پیش چرخهای فرمان جلو می باشند.

با در نظر گرفتن کاملترین حالت برای نیروها و گشتاورهای داخلی و تماس با زمین و سپس حذف این نیرو از معادلات بدست آمده، مدل دینامیکی خودرو به فرم معادلات حالت به صورت زیر بدست آورده شده است [۸].

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\delta}_1 \\ \dot{a}_1 \\ \dot{\omega}_{\delta 1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\omega_1 \left[\cos \delta_1 + \frac{L}{2(a+b)} \sin \delta_1 \right] \cos \theta - \frac{b}{a+b} \sin \delta_1 \sin \theta \\ r\omega_1 \left[\cos \delta_1 + \frac{L}{2(a+b)} \sin \delta_1 \right] \sin \theta + \frac{b}{a+b} \sin \delta_1 \cos \theta \\ \frac{r}{a+b} \omega_1 \sin \delta_1 \\ \omega_{\delta 1} \\ \frac{N_6 \omega_1 \omega_{\delta 1} + N_7 \omega_1^2}{N_5} \\ \frac{N_2 \omega_{\delta 1}^2 + Q_3 \omega_1 \sin \delta_1 + N_3 \omega_1 \omega_{\delta 1}}{N_1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{N_5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{N_1} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_d \\ \tau_s \end{Bmatrix} \quad (1)$$

که در این معادله X, Y مختصات مرکز ثقل خودرو در دستگاه مرجع، θ زاویه سمت خودرو، δ_1 زاویه فرمان چرخ جلو سمت چپ بوده و τ_s, τ_d گشتاورهای اعمالی به سیستم محرک (چرخهای عقب) و سیستم فرمان (چرخهای جلو)، ورودیهای سیستم می باشند. پارامترهای a, b و L به ابعاد خودرو مرتبط میباشند و در شکل ۲ نشان داده شده اند. همچنین Γ شعاع چرخ خودرو می باشد. توابع

$N_i (i=1, \dots, 7)$ ها و پارامترهای $Q_i (i=1, \dots, 11)$ در رابطه (۱) مرتبط با پارامترهای سینماتیکی و دینامیکی خودرو می باشند و در ضمیمه مقاله آورده شده اند.

طراحی مسیر

برای هدایت خودرو از یک نقطه ابتدایی در صفحه مختصات دکارتی به یک نقطه نهایی لازم است که مسیر همواری بین این دو نقطه برازش شود. روشهای متعددی برای طراحی مسیر در مقالات ارائه شده است. برای طراحی مسیر می توان از چند جمله ایها، منحنی های Spline یا معادلات دیفرانسیل استفاده نمود. نکته حائز اهمیت در طراحی مسیر داشتن درجات آزادی کافی برای انتخاب پارامترهای معادلات است که شرایط مرزی ابتدایی و انتهایی حرکت خودرو را برآورده سازند. در این مقاله برای طراحی مسیر از چند جمله ایها استفاده شده است. فرض می کنیم که خودرو در وضعیت اولیه $[X_0 \ Y_0 \ \theta_0]^T$ میباشد و می خواهیم آن را به نحوی حرکت دهیم که به وضعیت نهایی $[X_f \ Y_f \ \theta_f]^T$ برسد. در این صورت با انتخاب یک چند جمله ای درجه چهار به صورت می توان $Y = a_4 X^4 + a_3 X^3 + a_2 X^2 + a_1 X + a_0$ درجه آزادی لازم برای ارضای شرایط مرزی را فراهم آورد. پارامترهای a_i با توجه به شرایط مرزی حرکت خودرو در صورتیکه $\dot{X}_0 \neq 0$ باشد، از دستگاه معادلات زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned} a_4 X_0^4 + a_3 X_0^3 + a_2 X_0^2 + a_1 X_0 + a_0 &= Y_0 \\ a_4 X_f^4 + a_3 X_f^3 + a_2 X_f^2 + a_1 X_f + a_0 &= Y_f \\ 4a_4 X_0^3 + 3a_3 X_0^2 + 2a_2 X_0 + a_1 &= \tan(\theta_0) \\ 4a_4 X_f^3 + 3a_3 X_f^2 + 2a_2 X_f + a_1 &= \tan(\theta_f) \\ 12a_4 X_0^2 + 6a_3 X_0 + 2a_2 &= \frac{\dot{\theta}_0 (1 + \tan^2 \theta_0)}{\dot{X}_0^2} \end{aligned} \quad (2)$$

در صورتی که $\dot{X}_0 = 0$ باشد، می توان از چند جمله ای درجه سوم استفاده نمود که محاسبات طراحی مسیر را ساده تر می نماید. باید توجه داشت که طراحی مسیر برای انتقال خودرو از نقطه ابتدایی به نقطه انتهایی منجر به پاسخ یکتایی نمی گردد و روشهای مختلف، مسیرهای مختلفی بدست می دهند. همواره مسیر انتخابی باید ساده ترین و مطلوبترین مسیر انتخاب گردد تا هم خطای کمتر

$$\begin{bmatrix} \tau_d \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_5 & 0 \\ Q_3 \sin \delta_1 & N_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_{\delta_1} \end{bmatrix} + \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} N_6 \dot{\omega}_{\delta_1} + N_7 \dot{\omega}_1 & 0 \\ N_4 \dot{\omega}_1 & N_2 \dot{\omega}_{\delta_1} + N_3 \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_{\delta_1} \end{bmatrix}$$

که با تعریف $\tau = \begin{bmatrix} \tau_d \\ \tau_s \end{bmatrix}$ ، $q = \begin{bmatrix} \alpha \\ \delta_1 \end{bmatrix}$ و $\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_{\delta_1} \end{bmatrix}$ که در آن

α موقعیت زاویه ای طی شده توسط چرخ اول میباشد و در نظر گرفتن:

$$M(q) = \begin{bmatrix} N_5 & 0 \\ Q_3 \sin \delta_1 & N_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} N_6 \dot{\omega}_{\delta_1} + N_7 \dot{\omega}_1 & 0 \\ N_4 \dot{\omega}_1 & N_2 \dot{\omega}_{\delta_1} + N_3 \dot{\omega}_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

و $G(q) = 0$ (بدلیل حرکت در صفحه افق)، معادله دینامیکی خودرو مطابق رابطه (۴) در می آید. توجه شود که در معادله دینامیکی جدید خودرو متغیرهای موقعیت و سمت خودرو $[X \ Y \ \theta]^T$ در این روابط ظاهر نشده اند. اما بدیهی است که از روی رابطه (۱) می توان ارتباط متغیرهای حالت جدید را با خروجی معادله حالت قبلی $[X \ Y \ \theta]^T$ به سادگی برقرار نمود. برای اعمال روش کنترل گام بعقب، معادله دینامیکی (۴) باید بفرم معادلات حالت نوشته شود. با تعریف متغیرهای حالت جدید $x_1 \in R^2, x_2 \in R^2$ به صورت:

$$x_1 = q, x_2 = \dot{q} \quad (9)$$

معادله حالت دینامیکی بفرم پسخور صریح زیر نوشته می شود:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (10)$$

$\dot{x}_2 = -M^{-1}(x_1)C(x_1, x_2)x_2 + M^{-1}(x_1)u$
همانگونه که از فرم معادلات بالا پیداست، این معادله فرم خاص اجرای الگوریتم گام بعقب را دارا میباشد. برای طراحی کنترلر گام بعقب لازم است که متغیرهای مطلوب برای متغیرهای حالت جدید x_{1d}, x_{2d} بدست آورده شوند. برای اینکار با توجه به اینکه در قسمت طراحی مسیر، مسیر مطلوب برای موقعیت دلخواه خودرو در مختصات دکارتی (X, Y) تعیین می گردد، ابتدا با معلوم بودن منحنی $Y_d = f(X_d)$ که بصورت یک چند جمله ای درجه چهار می باشد، با توجه به اینکه برای انتخاب $X_d(t)$ درجه آزادی وجود دارد، $X_d(t)$ را بصورت یک تابع نمایی در متغیر t انتخاب می نمایم که در نهایت شرط توقف

در هنگام پایدارسازی داشته باشیم و هم توان مصرفی کمتری برای خودرو صرف گردد. \dot{X}_0 و θ_0 از شرایط اولیه خودرو بدست خواهند آمد. از حل معادلات (۲) ضرایب a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 بدست خواهند آمد و مسیر مطلوب مشخص می شود.

طراحی کنترلر بروش گام بعقب

برای طراحی کنترلر بروش گام بعقب لازم است که معادلات حالت خودرو به فرم پسخور صریح در آورده شود، تا بتوان الگوریتم گام بعقب را اعمال نمود. سیستم غیر خطی $\dot{x} = F(x) + G(x)u$ که در آن $x \in R^n$ ، $u \in R^r$ ، $y \in R^m$ و $r \geq m$ را به فرم پسخور صریح چند ورودی و چند خروجی گوییم اگر بتوان آنرا به شکل پایین مثالی زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1) + G_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + G_2(x_1, x_2)x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_k &= f_k(x_1, x_2, \dots, x_k) + G_k(x_1, x_2, \dots, x_k) \end{aligned} \quad (3)$$

$y = h(x_1)$, $\dim y \leq \dim x_1 \leq \dots \leq \dim x_k \leq \dim u$
معادلات دینامیکی خودرو که در رابطه (۱) ارائه گردیده اند به فرم پسخور صریح نمی باشند. برای تبدیل این معادلات حالت بفرم خاص مورد نظر می توان از نمایش معادلات دینامیکی رباتها استفاده نمود. بدین معنا که با انتخاب برخی متغیرهای حالت قبلی سیستم و انتخاب متغیرهای حالت جدید، دینامیک خودرو را به فرم زیر آورد:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (4)$$

معادله فوق با انتخاب متغیرهای مناسب به فرم پسخور صریح میباشد. چنانچه معادلات حالت سوم و چهارم دینامیک خودرو را از رابطه (۱) در نظر بگیریم، داریم:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{\tau_d - N_6 \omega_1 \omega_{\delta_1} - N_7 \omega_1^2}{N_5} \quad (5)$$

$$\dot{\omega}_{\delta_1} = \frac{\tau_s - N_2 \omega_{\delta_1}^2 - Q_3 \dot{\omega}_1 \sin \delta_1 - N_3 \omega_1 \omega_{\delta_1} - N_4 \omega_1^2}{N_1}$$

و با اندکی عملیات ریاضی می توان این دو معادله را به فرم ماتریسی بازنویسی کرد:

$$\dot{z}_1 = -K_1 z_1 + z_3 \quad (16)$$

$$\dot{z}_3 = v_1$$

معادلات حالت (۱۶) در مبدا در غیاب ورودی بطور مجانبی پایدار می‌باشند. چنانچه تابع لیاپانف زیر را در نظر بگیریم:

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{2} z_1^T z_1 + \frac{1}{2} z_3^T z_3 \quad (17)$$

که مشتق زمانی آن عبارت است از:

$$\dot{V}(z_1, z_2) = -K_1 z_1^T z_1 + z_1^T z_3 + z_3^T v_1 \quad (18)$$

حال اگر داشته باشیم:

$$v_1 = -z_1 - K_2 z_3 \quad (19)$$

و K_2 ماتریس مثبت موکد باشد پایداری کل سیستم تضمین می‌شود، زیرا:

$$\dot{V}(z_1, z_2) = -K_1 z_1^T z_1 - K_2 z_3^T z_3 < 0 \quad (20)$$

در نهایت با دانستن v_1 می‌توان v را بدست آورد و از v قانون کنترل بصورت زیر بدست خواهد آمد:

$$u = C(x_1, x_2)x_2 + M(x_1) \times \begin{pmatrix} \dot{x}_{2d} - K_1(x_2 - x_{2d}) - \\ K_2(x_2 - x_{2d} + K_1(x_1 - x_{1d})) - (x_{1d} - x_{2d}) \end{pmatrix} \quad (21)$$

نتایج شبیه سازی

در این قسمت نتایج شبیه سازی کامپیوتری برای کنترل گام بعقب خودرو ارائه می‌شود. فرض کنیم می‌خواهیم

خودرو را از موقعیت اولیه $X_0 = 0, Y_0 = 0, \theta_0 = \frac{\pi}{4}$ به

موقعیت نهایی $X_f = 10, Y_f = 5, \theta_f = \frac{7\pi}{6}$ برسانیم و

در نهایت خودرو ساکن گردد. منحنی مسیر مطلوب طبق الگوریتم ارائه شده در بخش طراحی مسیر به

$$Y = 0.002 X^4 - 0.0347 X^3 + 0.0944 X^2 + X$$

محاسبه گردید که شکل شماره ۳ مسیر مطلوب و مسیر طی شده توسط خودرو را برای اعمال قانون کنترل گام

بعقب در صفحه مختصات دکارتی نشان می‌دهد. همانگونه که از این شکل پیداست، خودرو با خطای قابل قبولی از

موقعیت اولیه دلخواه به موقعیت مطلوب نهایی می‌رسد.

در این شبیه سازی موقعیت مطلوب خودرو در راستای X به صورت

$$X_d(t) = 10.259 \left(1 - e^{-\frac{t}{12.4969}} \right) \quad (22)$$

خودرو را دارا باشد یعنی $\dot{X}_d(t_f) = 0$ گردد. می‌توان نشان داد که شرط لازم و کافی برای توقف خودرو در لحظه

نهایی $\dot{X}_d(t_f) = 0$ می‌باشد به شرط آنکه $\theta(t_f) \neq \frac{\pi}{2}$

باشد. با معلوم بودن $\dot{X}_d(t)$ و $\dot{Y}_d(t)$ میتوان $\dot{\theta}(t)$ را از روی منحنی حرکت خودرو بدست آورد. با استفاده از

$\dot{X}_d(t), \dot{Y}_d(t), \dot{\theta}(t)$ و معادلات دینامیکی خودرو (۱)

میتوان ω_{1d}, δ_{1d} را بدست آورد و با انتگرالگیری از ω_{1d} و مشتق گیری از δ_{1d} ، متغیرهای $\alpha_{1d}, \omega_{\delta 1d}$ مشخص می‌-

گردند. در نتیجه متغیرهای مطلوب کنترل خودرو

$$x_{1d}(t) = [\alpha_d(t) \ \delta_{1d}(t)]^T, \quad x_{2d}(t) = [\omega_{1d}(t) \ \omega_{\delta 1d}(t)]^T$$

بطور کامل بدست خواهند آمد.

حال برای یافتن قانون کنترل گام بعقب، متغیرهای خطای

تعقیب را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$z_1 = x_1 - x_{1d} \quad (11)$$

$$z_2 = x_2 - x_{2d}$$

در این صورت با تعریف متغیر جدید

$$v = -M^{-1}(x_1)C(x_1, x_2)x_2 + M^{-1}(x_1)u - \dot{x}_{2d}$$

دینامیک خودرو در متغیرهای خطا به صورت زیر در می‌آید:

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (12)$$

$$\dot{z}_2 = v$$

اگر K_1 یک ماتریس مثبت موکد باشد، معادله $\dot{z}_1 = z_2$ پایدار خواهد شد. براحتی با انتخاب

تابع لیاپانف $V(z_1) = \frac{1}{2} z_1^T z_1$ پایداری اثبات می‌شود،

زیرا:

$$\dot{V}(z_1) = z_1^T \dot{z}_1 = -K_1 z_1^T z_1 < 0 \quad (13)$$

با اضافه و کم کردن عبارت $-K z_1$ به معادله $\dot{z}_1 = z_2$ داریم:

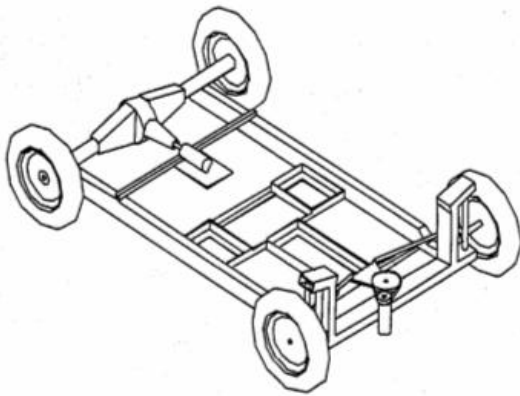
$$\dot{z}_1 = -K_1 z_1 + (z_2 + K_1 z_1) \quad (14)$$

$$\dot{z}_2 = v$$

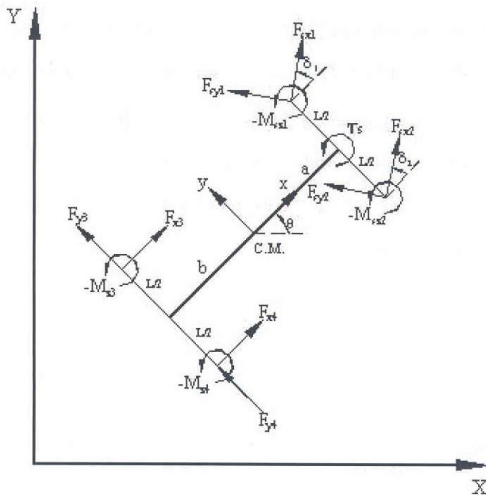
حال با تعریف متغیرهای جدید:

$$z_3 = z_2 + K_1 z_1, v_1 = v + K_1 \dot{z}_1 \quad (15)$$

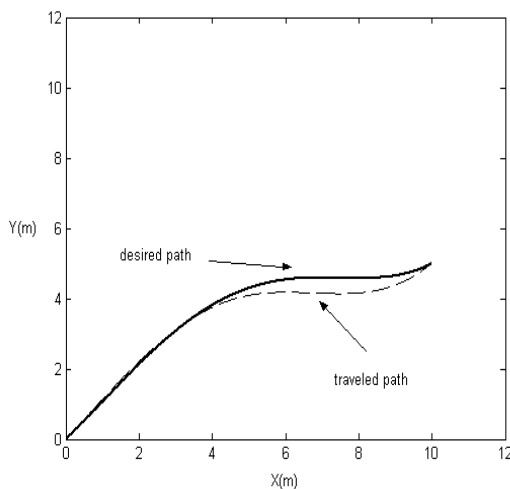
معادلات حالت بر حسب متغیرهای z_3, z_1 با توجه به رابطه (۱۵) بصورت زیر بدست می‌آیند:



شکل ۱: شماتیک خودرو



شکل ۲: محورهای مختصات مرجع و متحرک در نظر گرفته شده برای خودرو



شکل ۳: مسیر دلخواه و طی شده توسط خودرو در مختصات دکارتی

انتخاب شده است. شکل‌های ۴، ۵ و ۶ تغییرات زمانی موقعیت خودرو در راستای X, Y و سمت خودرو را برای مسیر مطلوب و مسیر طی شده نشان می‌دهند. با توجه به تغییرات این سه کمیت در انتهای مسیر، براحتی می‌توان دید که $\dot{\theta}(t_f), \dot{Y}(t_f), \dot{X}(t_f)$ صفر می‌شوند که نشانگر ساکن شدن خودرو در لحظه نهایی می‌باشد.

نتیجه گیری

هدف این مقاله کنترل نقطه به نقطه یک خودرو چهار چرخ خودگردان بر اساس مدل دینامیکی با استفاده از الگوریتم گام بعقب بوده است. با در نظر گرفتن معادلات کامل دینامیکی خودرو با انتخاب متغیرهای جدید، این معادلات به فرم پسخور صریح که برای اجرای الگوریتم گام بعقب مناسب است، آورده شده است. با طراحی مسیر به کمک چندجمله-ایها، مسیر حرکت خودرو برای یک نقطه ابتدائی تا یک نقطه انتهائی تعیین شده است و با شبیه سازی قانون کنترل گام بعقب کارآیی این روش برای کنترل نقطه به نقطه خودرو نشان داده شده است. انعطاف پذیر بودن روش گام بعقب که قابل تلفیق با روشهای کنترل وقفی و مقاوم می‌باشد، مهمترین دلیل استفاده از این تکنیک کنترلی می‌باشد. در ادامه کار این مقاله تلفیق روش گام بعقب با کنترل وقفی و کنترل مقاوم وقتی که در پارامترهای خودرو عدم قطعیت وجود دارد، و همچنین پیاده سازی عملی تکنیک کنترل گام بعقب در دست بررسی می‌باشد.

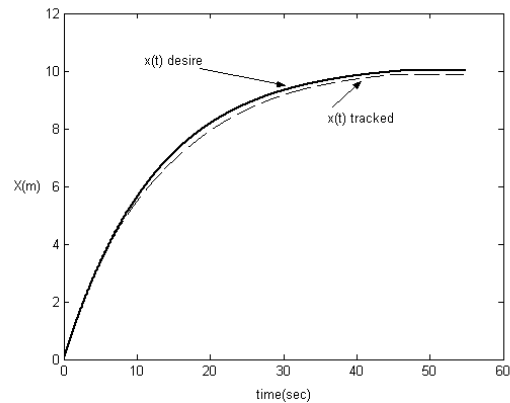
جداول و اشکال

جدول شماره ۱: مقادیر عددی پارامترهای خودرو

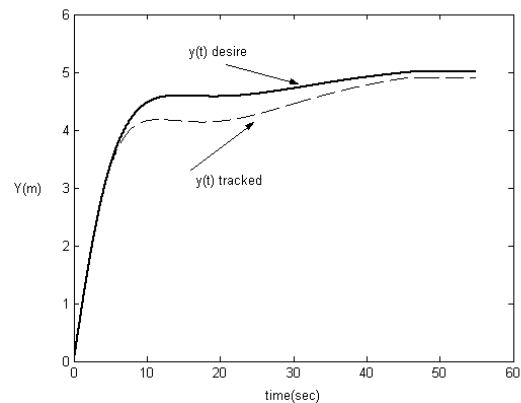
$a=0.977$	$b=0.523$	$r=0.215$
$L=1.1$	$Q1=-0.9614$	$Q2=2.0550$
$Q3=11.898$	$Q4=11.6887$	$Q5=0.0333$
$Q6=1.5976$	$Q7=0.5858$	$Q8=4.0230$
$Q9=1.4751$	$Q10=3.9500$	$Q11=-0.2290$

مراجع

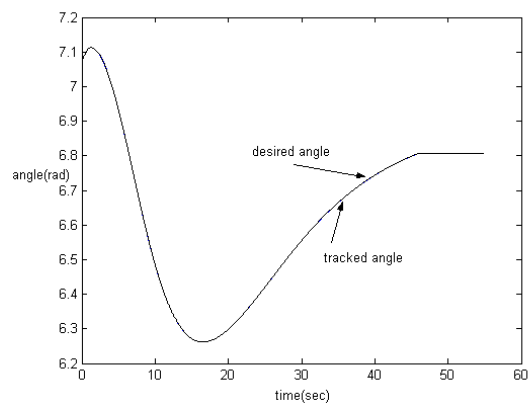
1. A. De Luca, G. Oriolo and M. Vendittelli, "Control of Wheeled Mobile Robots: An Experimental Overview," *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol.22, pp.181-226, Jan. 2001.
2. R.W. Brockett, "Asymptotic Stability and Feedback Stabilization," *Differential Geometric Control Theory*, R.W. Brockett, R.S. Millman, and H.J. Sussmann, Eds. Boston, MA: Birkhuser, pp.181-191, 1983.
3. C. Samson, "Time-Varying Feedback Stabilization of Car-Like Wheeled Mobile Robots," *International Journal of Robotics Research*, vol. 12(1), pp.55-64, 1993.
4. M. Aicardi, G. Casalino, A. Bicchi and A. Balestrino, "Closed Loop Steering of Unicycle-Like Vehicles via Lyapunov Techniques," *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol.2(1), pp.27-35, 1995.
5. R. Sepulchre, M. Jankovic and P. Kokotovic, *Constructive Nonlinear Control*. London: Springer-Verlag, 1997.
6. Z.P. Jiang and H. Nijmeijer, "Tracking Control of Mobile Robots: A Case Study in Backstepping," *Automatica*, vol.33(7), pp.1393-1399, 1997.
7. F. Porboghra, "Exponential Stabilization of Nonholonomic Mobile Robots," *Computers and Electrical Engineering*, vol.28, pp.349-359, 2002.
8. M. Eghtesad and A. Khayatian, "Dynamic Based Feedback Linearization of a Four-Wheel Autonomous Ground vehicle," *Proc. of 5th International and 9th Annual Mechanical Eng. Conference*, pp. 513-518, May 2001.



شکل ۴: نمایش موقعیت دلخواه و طی شده در راستای X بر حسب زمان



شکل ۵: نمایش موقعیت دلخواه و طی شده در راستای Y بر حسب زمان



شکل ۶: نمایش زاویه سمت خودرو بر حسب زمان

ضمیمه

N_i ها تابعی از زاویه فرمان خودرو δ_1 میباشند که در زیر تعریف شده اند. مقادیر عددی پارامترهای Q_i ها، a ، b ، r و L در جدول شماره ۱ نشان داده شده اند.

$$N_1 = f J_{sq} + Q_2(1 + num_2) \quad , \quad J_{sq} = 3.25, f = 0.3 \quad (23)$$

$$N_2 = Q_2 num_1 \quad (24)$$

$$N_3 = Q_4 \cos \delta_1 + Q_5 \sin \delta_1 - num_2 \times \quad (25)$$

$$\left[j_1(a+b) \cos \delta_1 + Q_5 \sin \delta_1 + \frac{I_{y1} L}{r} \sin \delta_1 + \frac{I_{y1} L \cos \delta_1^2}{2r \sin \delta_1} \right] + \frac{I_{y1} L}{2r \sin \delta_1} \left(\frac{L}{a+b} + \cot \delta_1 \right)^2$$

$$J_1 = 0.03, I_{y1} = 0.043$$

$$N_4 = Q_8 \cos \delta_1 + Q_9 \sin \delta_1 \quad (26)$$

$$N_5 = Q_8 \cos \delta_1 + Q_9 \sin \delta_1 \quad (27)$$

$$N_6 = Q_9 \cos \delta_1 - Q_{10} \sin \delta_1 + I_{y1} \frac{\cos \delta_1^2}{\sin \delta_1} \quad (28)$$

$$- \left[I_{y1} \left(\frac{L}{a+b} + \cot \delta_1 \right)^2 + (I_{y1} - J_1) \right] num_2 \sin \delta_1$$

$$N_7 = Q_{11} \sin^2 \delta_1 \quad (29)$$

$$num_1 = 2 \left[\frac{\left(1 + \cot^2 \delta_1 \right)^2 \left(\frac{L}{a+b} + \cot \delta_1 \right)}{\left(1 + \left(\frac{L}{a+b} + \cot \delta_1 \right)^2 \right)^2} - \frac{\left(1 + \cot^2 \delta_1 \right) \cot \delta_1 \left(1 + \left(\frac{L}{a+b} + \cot \delta_1 \right)^2 \right)}{\left(1 + \left(\frac{L}{a+b} + \cot \delta_1 \right)^2 \right)^2} \right] \quad (30)$$

$$num_2 = \frac{1 + \cot^2 \delta_1}{1 + \left(\frac{L}{a+b} + \cot \delta_1 \right)^2} \quad (31)$$