# کاربرد روش فرکتالی طیف توان- مساحت در جدایش آنومالی از زمینه

**یونس فداکار القلندیس**[۱]

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

## چکیده

در چند سال اخیر، هندسه فرکتال در عرصه علوم فنی، به خوبی توانسته است وارد شود؛ با گسترش این علم در رشته های مهندسی، کاربردهای آن روز به روز بیشتر و متنوع تر می شود. یکی از روش های بسیار نوین در عرصه پردازش فرکتالی که در مورد اکتشافات ژئوشیمیایی مورد توجه واقع شده است روش فرکتالی «طیف توان- مساحت» است. در این روش با انتقال داده ها از حوزه مکان به حوزه فرکانس با استفاده از تبدیلات دوبعدی فوریه، جوامع فرکانسی مربوط به سیگنال ژئوشیمیایی (داده های ژئوشیمیایی) در یک تحلیل بعد فرکتالی از هم تفکیک می شوند. بدین منظور با محاسبه طیف توان فرکانسی مربوط به سیگنال بدست آمده و تحلیل فرکتالی رفتار آن، فیلترهای دیجیتالی طراحی می شود. در نهایت با استفاده از این فیلتر ها، جوامع آنومالی از مقادیر زمینه جدا می گردد. در این مقاله با استفاده از داده های واقعی مربوط به رسوبات آبراهه ای، قابلیت و توانایی این روش مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت نشان داده شد که این روش از قابلیت های بالقوه و باارزشی در تحلیل ضمنی فرایندهای چندگانه موثر در غنی شدگی (یا تهی شدگی) عناصر داشته و می تواند به عنوان یک روش مورد اعتماد معرفی شود.

**واژه های کلیدی: جدایش آنومالی از زمینه، فرکتال و مولتی فرکتال، روش طیف توان**

## مقدمه

هندسه فرکتال، ترفندی جدید از فکر بشری در تحلیل و شناسایی پیچیدگی ساختاری و نمودی در تظاهر یا رفتار پدیده های عمدتا طبیعی تلقی می شود. شروع این بخش از دانش به حدود سال ۱۹۸۳ میلادی با انتشار کتاب هندسه فرکتالی طبیعت توسط دکتر ماندلبروت بر می گردد. گستردگی این هندسه و توانایی آن در برخورد با مسائل پیچیده و از طرفی دیگر پیچیدگی های موجود در نحوه مهاجرت عناصر به علل مختلف زمین شناسی و ژئوشیمیایی در مباحث اکتشافات ژئوشیمیایی به بهره گیری از این روش توسط متخصصین امور اکتشافات معدنی خصوصا اکتشافات ژئوشیمیایی منجر گردید. قابلیت این هندسه با بروز

[۱] دانشگاه تهران، دانشکده فنی، گروه مهندسی معدن، fadasoft@yahoo.com

روش های مختلف آنالیز فرکتالی از جمله روش عیار- مساحت، عیار- فاصله، محیط- مساحت و روش طیف توان- مساحت در شناسایی جوامع آنومالی از مقادیر زمینه، هر چه بیشتر شناخته گردید.
چنانچه اشاره گردید روش طیف توان- مساحت (باختصار روش طیف توان) در مجموعه روش‌هایی فرکتالی تحلیل داده‌های ژئوشیمیایی به منظور جدایش جوامع آنومالی و زمینه مورد استفاده واقع می‌شود و یکی از روش‌های کاملا جدید و مبتنی بر پایه ریاضی قوی به شمار می‌آید. مطالعه رفتار داده ها در این روش، در یک میدان فرکانسی متناظر با داده های ورودی انجام می گیرد[۱].

## روش طیف توان

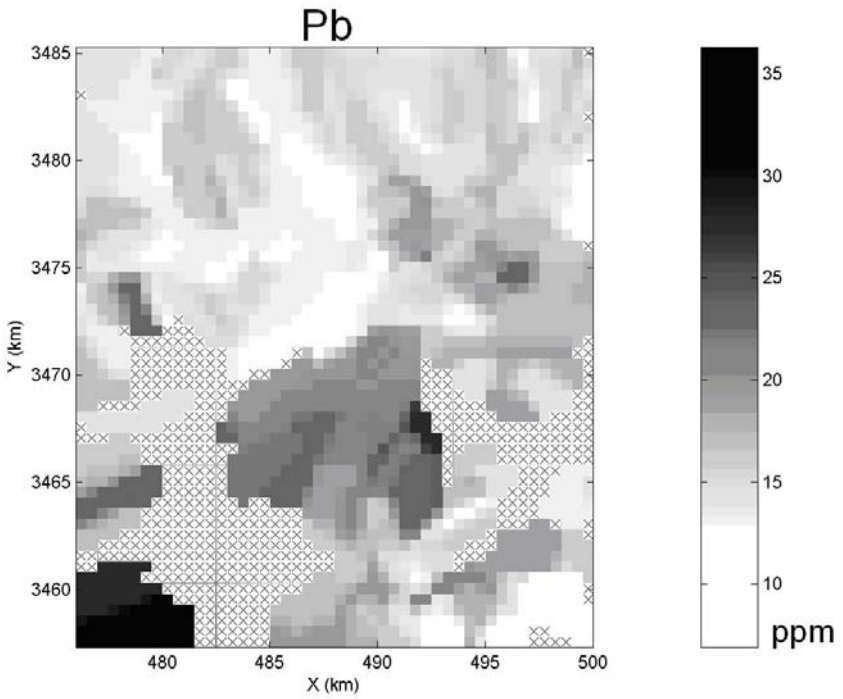
در این روش، داده‌های ورودی (نتایج آنالیز عناصر در مورد مطالعه ما) که در میدان[۱] فضا (مکان) می‌باشند با استفاده از تبدیلات فوریه دو بعدی[۲] به میدان فرکانس منتقل می‌شوند[۱]. این بیان بدین معنی است که تغییرات عیار برای تمامی موقعیت‌های مکانی نقشه ورودی (داده‌های خام تصویر شده) با استفاده از این تبدیل، به جنس فرکانس (نوسانات در گستره زمان[۳]/مکان) تبدیل می‌شوند. برای اجرای همین بخش، داده‌های ورودی برای مطالعه ما (رسوبات آبراهه‌ای) با استفاده از روش درونیابی شبکه‌ای به صورت نقشه استخراج می‌شود تا بتوان در دو بعد x و y بر روی آن تبدیل فوریه دو بعدی را بکار برد. برای مطالعه ما، از آنجائیکه در درونیابی شبکه‌ای بخش هایی از منطقه راور به دلایل متعدد، تخمین نمی‌خورد به ناچار بلوک هایی حاصل می شود که فاقد اطلاعات است (در شکل ۱ این بلوک ها به صورت علامت ضربدر نمایش داده شده است.). این حالت برای کاربرد روش تبدیل فوریه دوبعدی که نیازمند یک موج پیوسته (گسسته پرپودیک) می باشد می‌تواند مشکل‌ساز تلقی شود. در این پژوهش، برای رفع این مسئله، چندین روش مورد بررسی قرار گرفت، از جمله، روش مقداردهی صفر برای بلوک های گم شده، روش مقدار دهی میانگین جامعه عیارها و در نهایت روش درونیابی کریجینگ. مورد آخری نتیجه بهتری حاصل آورد و از نظر توجیه عملی نسبت به سایر روش‌های مزبور، قابل قبول‌تر و منطقی‌تر به نظر آمد. بنابراین نقشه کامل با بلوک های درونیابی شبکه‌ای و کریجینگ آماده گردید. برای احتراز از مسئله هموارسازی کریجینگ، برای کلیه بلوک های درونیابی شده به روش شبکه‌ای، که احتمالا در جریان تخمین کریجینگ برای نقاط (بلوک‌های) گم شده تغییر مقدار یافته بودند، مقادیر اصلی حاصل از درونیابی شبکه‌ای بازنویسی شد.

---

[1] Domain, حوزه

[2] 2D Fourier Transformation

[3] حوزه زمان معادل حوزه مکان و در مقابل حوزه فرکانس مطرح می شود.




شکل (۱): نقشه مقادیر خام حاصل از تخمین شبکه ای عنصر سرب برای رسوبات آبراهه ای راور

نقشه حاصل (یا ماتریس دو بعدی مقادیر عیار در گستره منطقه مورد مطالعه) سپس با استفاده از تبدیل فوریه دو بعدی مورد آنالیز واقع شد. در این حالت در همان ابعاد ماتریس ورودی[1]، ماتریس جدیدی خواهیم داشت که محتوی مقادیر فرکانس‌های مختلف مربوط به مقادیر عیار متناظر می‌باشد، تبدیل فوریه مزبور با استفاده از نرم‌افزار Matlab طراحی گردید.

برای کلیه مراحل ابتدایی و انتهایی فرایند فرکتالی طیف توان، با استفاده از نرم‌افزار Matlab کدهای (برنامه های) لازم نوشته شد به صورتی که داده‌های خام آنالیز عنصری که توسط روش درونیابی شبکه‌ای به صورت ماتریس دوبعدی تبدیل شده‌اند به راحتی در اختیار نرم افزار قرار گیرد تا با استفاده از توابع پیش‌فرض و توابع جدید نوشته شده روند محاسبه هم دقیق‌تر (با خطای انسانی کمتر) و هم قابل دسترس‌تر باشد.

در نهایت خروجی (گراف ها و نقشه‌ها) به صورت فایل‌های تصویری با کیفیت مناسب با برنامه‌ریزی مدیریت خروجی در Matlab نوشته شد. این تلاش برای کدنویسی و اتوماسیون فرایند فرکتالی طیف توان، فواید زیادی حاصل آورد. از جمله آنکه، به راحتی می‌شد با تغییر پارامترهای ورودی یا دخیل در محاسبه، نتایج را

[1] تصویر حاصل از درونیابی شبکه ای اصلاح شده، را می توان ماتریسی دو بعدی از عیارهای تخمین در نظر گرفت.

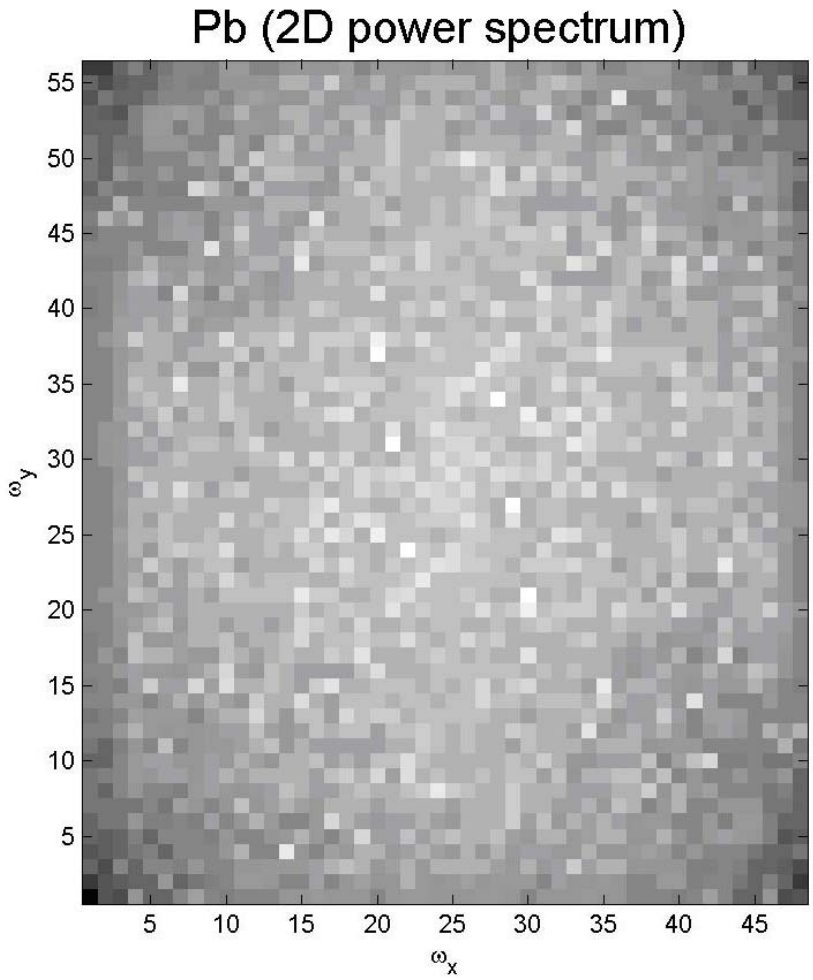
بلافاصله با اجرای برنامه مشاهده نمود و استنتاج‌های لازم را به جهت بهبود کد یا تصحیح احتمالی الگوریتم به عمل آورد. در جریان محاسبات و کدنویسی، ریزه‌کاری‌های زیادی (از جمله نهایت دقت در ورود داده ها به سیستم پردازشگر، هماهنگی در خروجی گراف ها) باید رعایت می‌شد تا نتیجه حاصل شود.
مرحله بعد در روش طیف توان، محاسبه تابع دو بعدی طیف توان فرکانس می‌باشد که بایستی برای ماتریس خروجی حاصل از تبدیل فوریه دوبعدی اعمال شود. برای محاسبه این تابع روش‌های مختلفی است که اکثر آنها به جواب یکسانی منتهی می‌شود. در اینجا برای اطمینان از متدلوژی، از روش استاندارد و پایه محاسبه طیف توان فرکانسی استفاده گردید.

معادله (۱):
$$E(w_x, w_y) = F_r^2(w_x, w_y) + F_i^2(w_x, w_y)$$

در فرمول فوق [۱و۳] $w_x$ و $w_y$ برابر عدد موج برای محور $x$ ها و $y$ ها می‌باشد $F_r$ برابر قسمت حقیقی تبدیل فوریه دوبعدی و $F_i$ برابر قسمت موهومی تبدیل فوریه دو بعدی می‌باشد[1].

بعد از محاسبه طیف توان به روش فوق، مبحث اصلی فرکتالی آغاز می‌شود. در این حال، نقشه متناظر با مقادیر ماتریس طیف توان با استفاده از نرم افزار Matlab رسم می‌شود (شکل ۲) آنگاه، ابتدا تغییرات مقادیر طیف توان به گروه هایی (۵۰ سطح[2]) تقسیم‌بندی می‌شود [۲] و برای گروه های (سطوح) مزبور مقادیر مساحت تجمعی محاسبه می‌گردد[3].

[1] در عمل از فرمول توان دوم قدرمطلق تبدیل فوریه دوبعدی استفاده گردید. به جهت دوری از تاثیر توان دوم بخش موهومی که منفی می شود.
[2] این عدد بر پایه خوانایی نتیجه (نمودار حاصله) بدست آمد.
[3] در عمل بر پایه عملیات ریاضی با استفاده از نرم افزار Matlab مقادیر فراوانی تجمعی گروه ها محاسبه گردید.

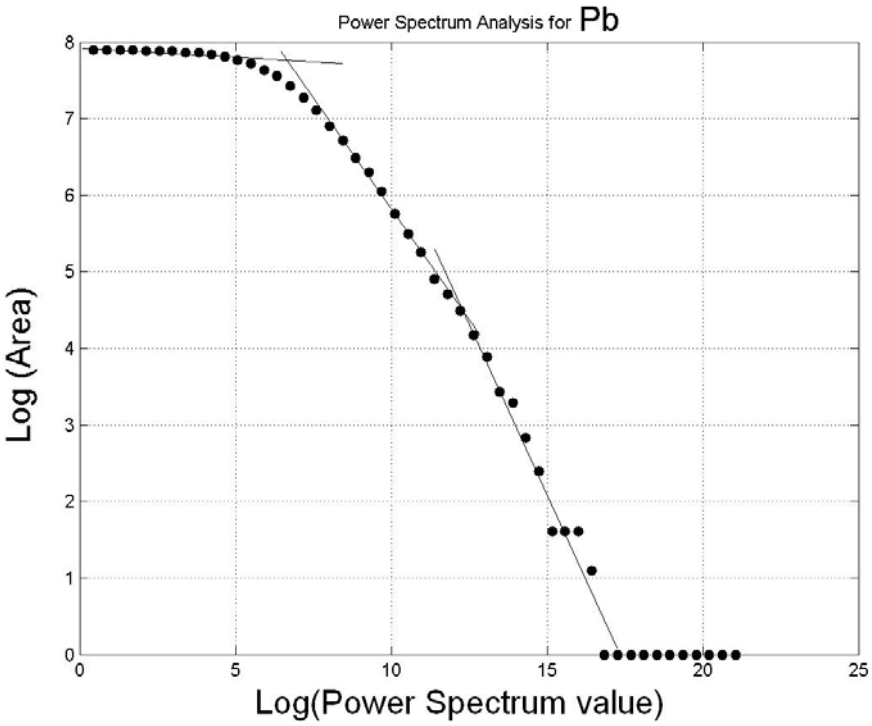



شکل (۲): نمایشی از طیف توان حاصل از تبدیل فوریه دو بعدی برای عنصر سرب

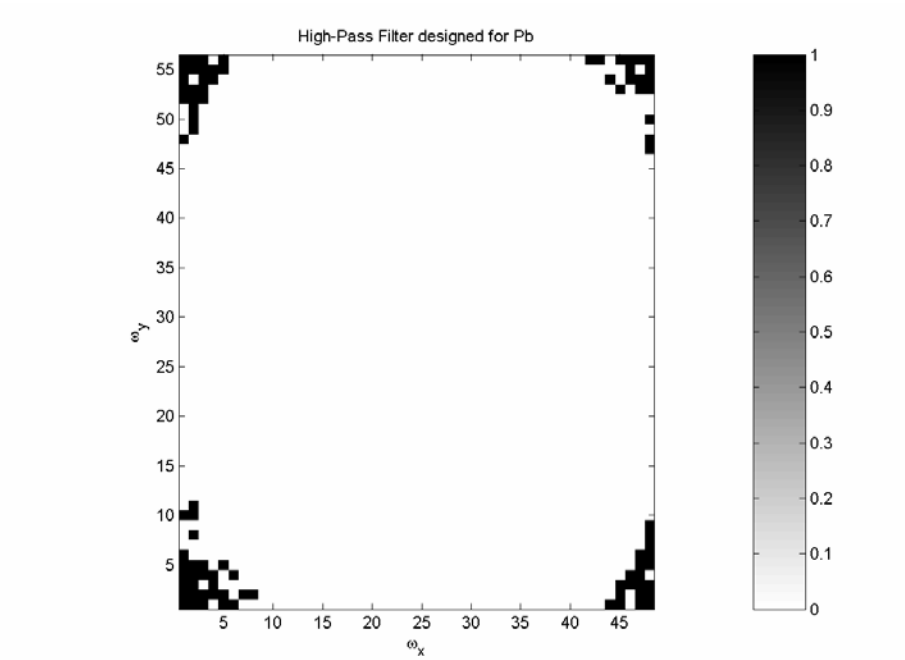
در نهایت نمودار تمام لگاریتمی مقادیر طیف توان و مساحت های (شمارش های) تجمعی رسم می‌شود (شکل ۳). برای اجرای همین بخش هم، با استفاده از نرم افزار مذکور و با اعمال پردازش های عددی روی مقادیر عددی متناظر با نقشه طیف توان، شمارش تجمعی انجام گرفت. در محاسبه طیف توان برای کنترل بازه تغییرات وسیع مقادیر آن، کلیه مقادیر به صورت لگاریتم محاسبه گردید و به همین نحو، برای مساحت ها عمل شد؛ در نهایت خطوط راست بر روی نقاط حاصل، برازش گردید. برای تمامی داده های عنصری حداقل سه خط با شیب‌های کاملا متمایز برازش گردید. در برازش خطوط مستقیم از روش کمترین مربعات[1]

[1] Least Squares Fitting

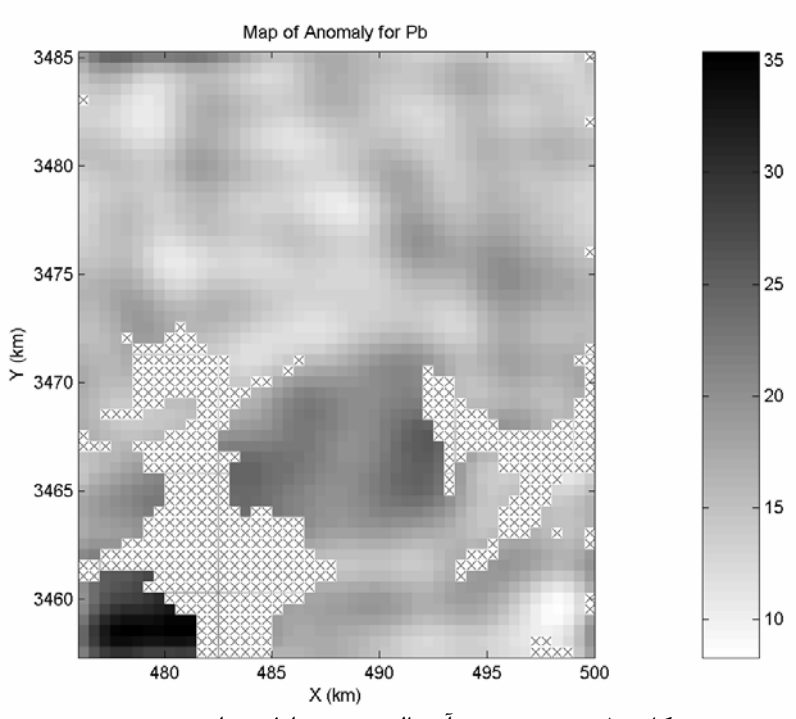
بهره برده شد (با استفاده از نرم‌افزار Matlab). از تقاطع این سه خط با یکدیگر دو نقطه حاصل شد که حدود جدایش جوامع را نشان می‌دهد (در اینجا منظور جوامع فرکانس است، از آنرو که میدان فعلی، میدان فرکانس می‌باشد). نقطه حاصل از تقاطع دو خط انتهایی که شیب بیشتری دارند بعنوان حد آستانه‌ای تفکیک جوامع فرکانس در نظر گرفته شد. این مقدار به دست آمده در طراحی فیلتر دیجیتالی (شکل ۴) مورد استفاده قرار گرفت به صورتی که با اعمال آن بر روی داده‌های فرکانسی حاصل از تبدیل فوریه دوبعدی، دو نقشه حاصل شد، یکی نقشه مربوط به توزیع مقادیر آنومالی و دیگری نقشه توزیع مقادیر زمینه. به عبارتی روشن تر، فیلترهای حاصل به صورت ماسک بر روی داده های فرکانسی منتج از تبدیل فوریه اعمال شد و در نتیجه آن، فرکانس های مربوط به مقادیر عیار زمینه و مقادیر آنومالی فیلتر گردید. در این روش مقادیر مربوط به زمینه اعم از اینکه تا چه حدی از موارد موثر در تغییر مقادیر عیار (تهی شدگی یا غنی شدگی های ثانویه یا آلودگی ها)، تاثیر پذیرفته باشند؛ بر اساس پردازش درونی مربوط به رفتار فرکتالی پراکندگی مقادیر عیار، همراه با فیلترینگ عددی (فرکانسی) طیف توان، از مقادیر آنومالی، با دقت بالایی (اشاره به پردازش عددی این روش) جدا می شود. (شکل ۵)




شکل (۳): تعیین بعد فرکتالی طیف توان برای عنصر سرب




شکل (۴): فیلتر دیجیتالی مبتنی بر طیف توان برای عنصر سرب




شکل (۵): نقشه توزیع آنومالی (درجه اول) برای عنصر سرب

## نتیجه گیری

چنانچه از مقایسه شکل های (۱) و (۵) ملاحظه می شود، روش طیف توان توانسته است پارازیت های موجود در مجموعه داده های ورودی (شامل نویز سفید، آنومالی های دروغین حاصل از تهی شدگی یا غنی شدگی های ثانویه یا آلودگی ها) را حذف کرده و نقشه واضح و واقعی تری از آنومالی عنصر سرب را ارائه دهد. در این مطالعه، برای سایر عناصر هم این پردازش صورت گرفت و نتایج مشابهی برای آنها بدست آمد. از آنجائیکه این روش قابلیت اتوماسیون بالایی را دارد می تواند برای کارهای مشابه در اجرا مورد استفاده قرار می گیرد.

## مراجع

[1] Cheng Q, Li Q and Xu Y, 2000, Self-similarity/Self affinity recognition and geochemical separation, Department of geography, York university, Canada
[2] Mario A. Goncalves, Antonio Mateus, Vitor Oliveira, 2001,Geochemical anomaly separation by multifractal modeling, Journal of Geochemical Exploration, 72(2001):91-114
[3] Panahi A, Cheng Q, Bonham-Carter G.F, 2004, Modelling lake sediment geochemical distribution using principal component, indicator kriging multifractal power-spectrum analysis: a case study from Gowganda, Ontario, Geochemistry: Exploration, Environment, Analysis, 4(2004):59-70