بهینه‌سازی محدوده معدنکاری روباز با شیب دیواره کمتر از ۱:۱ با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا

سید محمد اسماعیل جلالی[۱*]، مجید عطایی‌پور[۲]

۱- دانشجوی دکترای مهندسی استخراج معدن، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲- استادیار دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

E-mail 1: Jalalisme@aut.ac.ir
E-mail 2: map60@aut.ac.ir

چکیده

در میان الگوریتم‌های دو بعدی‌ای که تا کنون برای تعیین محدوده بهینه معدنکاری روباز ارائه شده است، الگوریتم برنامه‌ریزی پویا بدلیل بهره‌مندی از یک پشتوانه ریاضی غنی و ارائه تضمین در تعیین محدوده بهینه معدنکاری دارای مقبولیت و اعتبار بیشتری است. با کاربرد این الگوریتم می‌توان محدوده بهینه معدنکاری روباز را با شیب‌های ۱:۱ و یا بیش از آن مثلاً ۲:۱ یا ۳:۱ (بر حسب ابعاد بلوک‌ها)، در مدل‌های اقتصادی دو بعدی تعیین نمود. اما گاهی شرایط ژئومکانیکی توده سنگ در تمام یا بخش‌هایی از معدن به گونه‌ای است که حتی شیب ۱:۱ نیز تامین کننده پایداری دیواره نهایی معدن نمی‌باشد. در این شرایط الگوریتم برنامه‌ریزی پویا نمی‌تواند راه حلی برای تعیین محدوده بهینه معدنکاری روباز با شیب کمتر از ۱:۱ ارائه دهد و ضرورتاً باید ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها به نحو مناسبی تغییر یابد. در این مقاله الگوریتم جدیدی بر پایه الگوریتم برنامه‌ریزی پویا ارائه شده است که با استفاده از آن می‌توان محدوده بهینه معدنکاری را برای شیب‌های کمتر از ۱:۱ مثلاً شیب ۱:۲ تعیین نمود. در الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله، با ساخت مدل‌های اقتصادی میانی و نهایی، محدودیت حداکثر شیب دیواره معدن بدون ایجاد تغییر در ابعاد بلوک‌های مدل اقتصادی اولیه، به مدل اقتصادی نهایی منتقل و الگوریتم مورد نظر برای یافتن محدوده بهینه معدنکاری بر روی آن اجرا می‌شود.

واژه‌های کلیدی: معدن روباز، بهینه‌سازی، محدوده نهایی، شیب دیواره

مقدمه

* - تهران- میدان آرژانتین- خیابان احمد قصیر (بخارست)- خیابان هشتم- شماره ۵۳ - سید محمد اسماعیل جلالی- تلفن ۲۴۷۱ ۱۹۵ ۰۹۱۲

بطور کلی الگوریتم‌های موجود برای بهینه‌سازی محدوده نهایی معادن را از نظر منطق مورد استفاده در آنها می‌توان به دو گروه الگوریتم‌های دارای منطق ریاضی (Rigorous) و الگوریتم‌های دارای منطق جستجوگر (Heuristic) تقسیم کرد. الگوریتم برنامه‌ریزی پویا (Dynamic Programming) قدیمی‌ترین الگوریتمی است که با اتکاء بر منطق ریاضی و با مبنا قرار دادن مدل اقتصادی دو بعدی محدوده معدنکاری برای بهینه سازی اقتصادی محدوده نهایی معادن روباز به کار رفته است. کاربرد این الگوریتم برای بهینه‌سازی محدوده معدنکاری روباز اولین بار در سال ۱۹۶۵ توسط لرچ و گراسمن (Lerch and Grossmann) مطرح گردید[۱] و سپس در سال ۱۹۷۱ توسط جانسون و شارپ (Johnson and Sharp) با ارائه یک راه حل سه بعدی تکمیل و تصحیح شد[۲].

الگوریتم برنامه‌ریزی پویا در میان الگوریتم‌های دو بعدی‌ای که تا کنون برای تعیین محدوده بهینه معدنکاری روباز ارائه شده است، به دلیل بهره‌مندی از یک نظریه ریاضی غنی و ارائه تضمین در تعیین محدوده بهینه معدنکاری دارای مقبولیت و اعتبار بیشتری است. یکی از محدودیت‌های عمده الگوریتم مورد نظر، عدم قابلیت استفاده از آن برای جستجوی محدوده بهینه معدنکاری با شیب دیواره کمتر از ۱:۱ بر روی مدل بلوکی محدوده معدنکاری است. بنابراین استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای تعیین محدوده معدنکاری با شیب کمتر از ۱:۱، تنها با تغییر ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها و سپس ساخت مدل بلوکی جدید امکان پذیر است. در این مقاله الگوریتم جدیدی بر پایه الگوریتم برنامه‌ریزی پویا ارائه شده است که با استفاده از آن می‌توان محدوده بهینه معدنکاری را برای شیب‌های کمتر از ۱:۱ مثلاً شیب ۱:۲ بدون تغییر ساختار ابعادی مدل بلوکی تعیین نمود.

پیشینه و انگیزه طرح موضوع

به منظور کاربرد الگوریتم برنامه‌ریزی پویا با هدف بهینه‌سازی محدوده معدنکاری روباز ابتدا یک مدل بلوکی اقتصادی متعارف بصورت یک ماتریس دو بعدی با X سطر و Y ستون که هر یک از درایه‌های آن، $B_{x,y}$، دارای ارزش اقتصادی $m_{x,y}$ است، ساخته می‌شود. سپس از الگوریتم متداول برنامه‌ریزی پویا برای بهینه سازی محدوده نهایی معادن روباز که مبتنی بر رابطه بازگشتی زیر است، استفاده می‌گردد[۱].

$$P_{x,y} = M_{x,y} + \max\left\{P_{x+r,y-1}\right\} \quad , \quad M_{x,y} = \sum_{q=1}^{x} m_{q,y} \qquad (۱)$$

که در آن:

x و y: شماره سطر و ستون هر بلوک در مدل بلوکی دو بعدی را نشان می‌دهند.

$m_{q,y}$ ارزش اقتصادی بلوکی که در سطر q و ستون yام مدل اقتصادی جانمایی شده است.

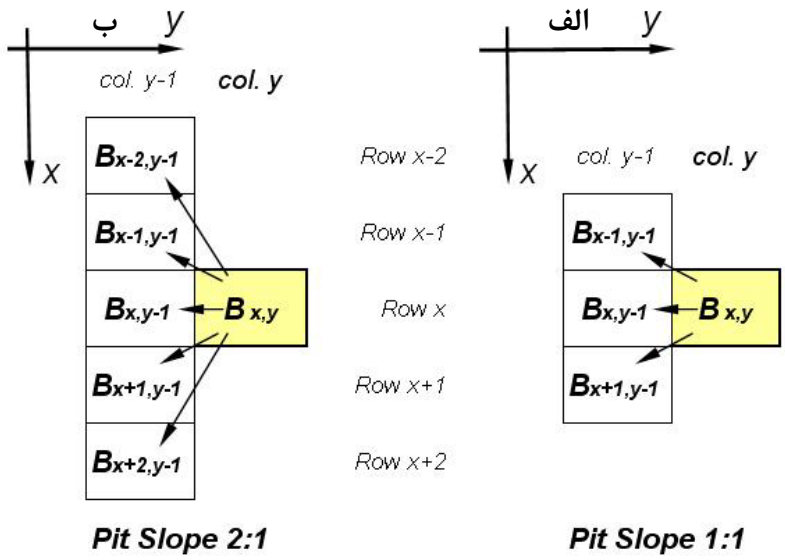
$M_{x,y}$: ارزش اقتصادی تجمعی ستونی از بلوک‌ها که از بالاترین سطر تا بلوکی کـه در سـطر xام و سـتون yام ($B_{x,y}$) واقع است را در بر می‌گیرد.

r : معرف اعداد صحیحی است که در هر موقعیت ($B_{x,y}$)، تعداد و موقعیت سطرهای واقع در ستون قبلـی کـه باید برای رعایت شیب حداکثر محدوده نهایی معدنکاری بررسی شوند را نشان می‌دهد.

$P_{x,y}$: حداکثر ارزش محتمل برای ستون‌های ۱ تا y در هر محدوده محتمل معدنکاری که بلوک $B_{x,y}$ را در بر می‌گیرد (بلوک $B_{x,y}$ هم منظور می‌شود).

بنابر این اگر در هر موقعیت مثل $B_{x,y}$، مقادیر $r=-1,0,1$ برای r منظور شود، با توجه به شکل ۱- الف، سه بلوک واقع در موقعیت‌های $B_{x-1,y-1}$ ، $B_{x,y-1}$ و $B_{x+1,y-1}$ در هنگام اجرای الگوریتم مورد بررسی قرار می‌گیرنـد و به این ترتیب حداکثر شیب محدوده بهینه معدنکاری معادل ۱:۱ خواهد بـود. بـر همـین اسـاس چنانچـه در موقعیت مذکور، مقادیر $r=-2,-1,0,1,2$ به r تخصیص شود، با توجه به شکل ۱- ب، پنج بلوک واقـع در موقعیت‌های $B_{x-2,y-1}$، $B_{x-1,y-1}$، $B_{x,y-1}$، $B_{x+1,y-1}$ و $B_{x+2,y-1}$ در هنگام اجرای الگوریتم مورد بررسی قرار می‌گیرنـد. در این شرایط حداکثر شیب محدوده بهینه معدنکاری معادل ۲:۱ خواهد بود.

اعمال شیب‌های متفاوت دیواره نهایی معدن برای بهینه‌سازی محدوده معدنکاری یکی از بزرگترین مشـکلاتی است که همواره در مبحث بهینه‌سازی محدوده معدنکاری روباز مطرح بوده است. شیب دیواره نهایی معدن را می‌توان از طریق اعمال شیب مورد نظر بر روی مدل بلوکی محدوده معدنکاری و یا انتخاب الگوریتم‌هایی کـه توانایی جستجوی محدوده معدنکاری با شیب‌های دیواره متفاوت دارند، منظور نمود. بطور معمـول در هنگـام مدلسازی محدوده معدنکاری، ابعاد و نسبت ابعادی بلوک‌ها به گونه‌ای طراحی می‌شوند که علاوه بـر بـرآورده شدن نیازهای اساسی مدلسازی، حداکثر شیب دیواره نهایی معدن نیز تضمین شود. با این وجـود در صـورتی که یک الگوریتم در یک مدل بلوکی با ساختار ابعادی مشخص، قابلیت جستجوی محدوده بهینه معدنکاری با شیب‌های دیواره متفاوت را داشته باشد، امکانات و تسهیلات بیشتری در اختیار طراح قرار می‌دهد.



شکل ۱- نمایش شیب‌های ۱:۱ و ۲:۱ بر اساس روش جستجو در الگوریتم برنامه‌ریزی پویا

الگوریتم برنامه‌ریزی پویا از گروه الگوریتم‌هایی است که قادر به جستجوی محدوده معدنکاری با شیب دیواره ۱:۱ یا بیشتر است اما یکی از مهمترین محدودیتهای الگوریتم مورد نظر، عدم قابلیت استفاده از آن برای جستجوی محدوده بهینه معدنکاری با شیب دیواره کمتر از ۱:۱ بر روی مدل بلوکی محدوده معدنکاری است. بنابراین در صورت اصرار به استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای تعیین محدوده معدنکاری با شیب کمتر از ۱:۱، ضرورتاً باید ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها به نحو مناسبی تغییر یابد و مدل بلوکی جدیدی با توجه به محدودیت شیب دیواره نهایی محدوده معدنکاری تشکیل گردد. در این مقاله رهیافت جدیدی برای بهینه‌سازی محدوده معدنکاری روباز بر پایه الگوریتم برنامه‌ریزی پویا ارائه شده است که به لحاظ دارا بودن دو ویژگی از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. نخست آنکه با ارائه یک روش جدید محدودیت حداکثر شیب دیواره نهایی معدنکاری به مدل اقتصادی ویژه‌ای که الگوریتم مورد نظر بر روی آن اجرا می‌شود، منتقل شده است و دوم اینکه با ارائه الگوریتم مذکور نقص الگوریتم برنامه‌ریزی پویای متعارف در بهینه‌سازی محدوده معدنکاری با شیب‌های دیواره نهایی کمتر از ۱:۱ بدون تغییر ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها، مرتفع شده است.

مدلسازی محدوده معدنکاری

برای بهینه‌سازی محدوده معدنکاری لازم است ابتدا محدوده معدنکاری مدلسازی و سپس الگوریتم بهینه‌سازی بر روی مدل مورد نظر به کارگرفته شود. به منظور استفاده از الگوریتم ارائه شده در این مقاله،

یک مدل اقتصادی دو بعدی ویژه که در آن محدودیت حداکثر شیب مجاز دیواره معدن منظور شده باشد، توسعه داده شده است. برای دست‌یابی به چنین مدلی باید ابتدا مدل اقتصادی محدوده معدنکاری با توجه به اطلاعات فنی و اقتصادی طرح تفهیمی معدنکاری، به عنوان مدل اولیه، ساخته شود و سپس با اضافه کردن محدودیت‌های فنی و هندسی روش استخراج، طی دو مرحله، ابتدا مدل اقتصادی میانی و سپس مدل اقتصادی نهایی که الگوریتم مورد نظر بر روی آن اجرا می‌شود، تولید شود[۳].

مدل اقتصادی اولیه

برای ساخت مدل اقتصادی اولیه، محدوده معدنکاری در هر مقطع قائم از کانسار و محدوده اطراف آن به بلوکهایی با ابعاد مشخص تقسیم می‌شود. به این ترتیب با توجه به مقدار و عیار ماده معدنی و همچنین پارامترهای اقتصادی روش استخراج، می‌توان ارزش اقتصادی هر یک از بلوکهای مورد نظر را تعیین و مدل اقتصادی اولیه محدوده معدنکاری را به صورت دو بعدی تولید نمود. برای کاربرد این الگوریتم در سه بعد باید مقاطع قائم کانسار به صورت متساوی الفاصله تهیه شود و بهینه سازی محدوده نهایی معدنکاری بر روی هر مقطع به صورت جداگانه و یا با در نظر گرفتن ارزش اقتصادی در مقاطع اطراف آن انجام پذیرد. طبیعی است که در این شرایط ممکن است محدوده‌های بهینه شده در مقاطع متوالی از نظر فنی و هندسی با هم سازگاری نداشته باشند و نیاز به سازگار نمودن مقاطع احساس شود.

در مدل اقتصادی اولیه، ابعاد بلوک‌ها در جهات قائم و افقی می‌تواند با هم متفاوت باشد و بر اساس مشخصات هندسی روش استخراج، شرایط زمین‌شناسی، توزیع عیار و عوامل دیگر تعیین شود. در شکل ۲ نمونه‌ای از مدل اقتصادی اولیه محدوده معدنکاری که در جهت افقی شامل ۱۴ بلوک و در جهت قائم شامل ۵ بلوک است، مشاهده می‌شود.

x \ y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	-1	0	1	2	0
2	-1	-1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	-1	-1	-1
3	-1	-1	0	1	2	2	2	1	1	0	-1	1	1	-1
4	-1	-1	-1	1	1	1	1	2	0	-1	0	1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

شکل ۲ – نمونه‌ای از مدل اقتصادی اولیه از یک محدوده معدنکاری

با توجه به آنچه گفته شد، مدل اقتصادی اولیه در واقع یک ماتریس دو بعدی است که هر یک از درایه‌های آن، $m_{x,y}$، ارزش اقتصادی یک بلوک که در سطر xام و ستون yام واقع است را نشان می‌دهد. تعداد ستونهای این ماتریس، Y، نشان دهنده تعداد بلوک‌ها در جهت افقی و تعداد سطرهای آن، X، بیان کننده تعداد بلوک‌های مدل اقتصادی اولیه در جهت قائم است.

مدل اقتصادی میانی

مدل اقتصادی میانی با هدف منظور کردن مهمترین محدودیت هندسی معدنکاری روباز که بر اساس آن برای استخراج هر بلوک لزوماً باید بلوک‌های بالایی آن نیز استخراج شوند، ساخته می‌شود. برای ساخت مدل اقتصادی میانی، در صورتی که حداکثر شیب دیواره مورد نظر بر حسب تعداد بلوک‌ها $1:l$ باشد $(l \geq 2)$، ابتدا باید تعداد l-1 ستون مجازی که هر یک مشتمل بر x بلوک با ارزش اقتصادی منفی بسیار بزرگ است از سمت چپ به ستون‌های مدل اقتصادی اولیه اضافه شود. سپس یک مجموعه بلوک به صورت یک سطر با ارزش اقتصادی صفر به بالاترین ردیف مدل اقتصادی اولیه اضافه گردد. در این شرایط چنانچه تعداد سطرهای مدل اقتصادی میانی با I و تعداد ستونهای آن با J، نشان داده شود، می‌توان گفت که تعداد سطرهای مدل اقتصادی میانی، I، به تعداد یک سطر و تعداد ستون‌های آن، J، به تعداد l-1 ستون بیشتر از تعداد ستون‌های مدل اقتصادی اولیه است.

به عبارت دیگر:

$$I = X + 1 \quad , \quad J = Y + l - 1 \qquad (۲)$$

اگر شماره هر ستون در مدل اقتصادی میانی با $j \geq 1$ نشان داده شود، بین شماره ستون‌های مدل اقتصادی اولیه و میانی رابطه زیر برقرار است:

$$j = y + l - 1 \qquad (۳)$$

به همین ترتیب چنانچه شماره هر سطر در مدل اقتصادی میانی با $i \geq 0$ نشان داده شود، بین شماره سطرهای مدل اقتصادی اولیه و میانی رابطه ذیل برقرار خواهد بود:

$$i = x \qquad (۴)$$

در واقع در مدل اقتصادی میانی سطر $i=0$ به شمار سطرهای قبلی در مدل اقتصادی اولیه یعنی $x = 1, 2, ..., X$ اضافه شده است. در شکل شماره ۳، مدل اقتصادی میانی برای محدوده معدنکاری ای که

مدل اقتصادی اولیه آن در شکل شماره ۲ آمده است، مشاهده می‌گردد. بالاترین سطر این مدل، ارزش اقتصادی بلوک‌های استخراجی مجازی را که با شماره سطر $i=0$ معرفی شده‌اند، نشان می‌دهد.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-u	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	-1	0	1	2	0
2	-u	-2	-1	2	2	2	2	1	2	1	1	1	0	1	-1
3	-u	-3	-2	2	3	4	4	3	3	2	1	0	1	2	-2
4	-u	-4	-3	1	4	5	5	4	5	2	0	0	2	1	-3
5	-u	-5	-4	0	3	6	4	3	6	1	-1	-1	1	0	-4

شکل ۳- مدل اقتصادی میانی محدوده معدنکاری

طبیعی است که تخصیص یک عدد منفی بزرگ به عنوان ارزش اقتصادی بلوک‌هایی که در خارج از محدوده معدنکاری قرار دارند، سبب می‌شود بلوک‌های مجازی مورد نظر که صرفاً بدلیل عمومیت بخشیدن به موضوع مدلسازی به مدل اقتصادی نهایی اضافه شده اند، در محدوده معدنکاری واقع نشوند.

همانطور که ذکر شد، ساخت و ارزش گذاری بلوک‌های مدل اقتصادی میانی، با هدف تامین محدودیت هندسی معدنکاری روباز که بر اساس آن برای استخراج هر بلوک لزوما باید تمام بلوک‌های واقع در ترازهای بالایی آن نیز استخراج شوند، انجام می‌شود. بنابراین برای ارزش گذاری بلوک‌های مدل اقتصادی، ارزش اقتصادی هر بلوک با ارزش اقتصادی تمام بلوک‌های بالاتر از آن جمع می‌شود. به این ترتیب ارزش اقتصادی بلوک‌های تشکیل دهنده مدل اقتصادی میانی با استفاده از روابط ذیل محاسبه می‌گردد.

$$\text{For } 1 \le j < l : \quad M_{i,j} = \begin{cases} 0 & where \quad i = 0 \\ -u & where \quad i > 0 \end{cases} \qquad (۵)$$

$$\text{For } l \le j \le J : \quad M_{i,j} = \sum_{x=0}^{i} m_{x,y} \quad , \quad l \le y \le Y \qquad (۶)$$

که در آن:

$M_{i,j}$: ارزش اقتصادی هر یک از بلوک های مدل اقتصادی میانی،

$m_{x,y}$: ارزش اقتصادی هر یک از بلوک های مدل اقتصادی اولیه،

u: یک عدد صحیح مثبت بسیار بزرگ،

x: شماره سطر در مدل اقتصادی اولیه،

y: شماره ستون در مدل اقتصادی اولیه،

Y: تعداد ستون‌ها در مدل اقتصادی اولیه،

i: شماره سطر در مدل اقتصادی میانی،

j: شماره ستون در مدل اقتصادی میانی،

J: تعداد ستون‌ها در مدل اقتصادی میانی و

l: معکوس حداکثر شیب دیواره نهایی محدوده معدنکاری است.

مدل اقتصادی نهایی

با در دست داشتن مدل اقتصادی میانی می‌توان مدل اقتصادی نهایی محدوده معدنکاری را که در آن محدودیت شیب مجاز دیواره‌ها منظور می‌شود، تولید نمود. در صورتی که از نظر هندسی محدودیتی برای شیب دیواره نهایی معدن لحاظ نشود، حداکثر شیب دیواره نهایی محدوده معدنکاری به مشخصات ژئومکانیکی سنگ در برگیرنده معدن وابسته خواهد بود.

همانطور که ذکر شد، به طور معمول الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای جستجوی محدوده بهینه معدنکاری روباز با شیب ۱:۱ یا بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد بنابراین در این حالت برای بهینه‌سازی محدوده معدنکاری با شیب دیواره مشخص، لازم است در هنگام مدلسازی، ابعاد بلوک‌ها در جهات قائم و افقی به گونه‌ای انتخاب شوند که با کاربرد الگوریتم مذکور شیب دیواره نهایی معدن تامین گردد. اما تغییر مشخصات ابعادی مدل بلوکی به دلیل آنکه باعث تغییر ارزش اقتصادی بلوک‌ها و تکرار محاسبات اقتصادی آنها می‌شود، کار دشواری است. در چنین شرایطی به منظور پرهیز از مشکلات ناشی از تغییر مشخصات ابعادی مدل بلوکی باید حتی‌الامکان قابلیت جستجوی محدوده نهایی معدنکاری با شیب‌های متفاوت دیواره را در الگوریتم مورد استفاده نهادینه نمود.

مدل اقتصادی نهایی با اعمال محدودیت حداکثر شیب دیواره نهایی و بر مبنای مدل اقتصادی میانی ساخته می‌شود. با ساخت این مدل زمینه لازم برای استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویای تصحیح شده و تعیین محدوده بهینه معدنکاری فراهم می‌شود.

ارزش اقتصادی هر بلوک در مدل اقتصادی نهایی که در واقع یکی از درایه‌های یک ماتریس دو بعدی با ابعاد I و J است را می‌توان با تابع دو ضابطه‌ای ذیل تعیین نمود.

$$MF_{i,j} = \begin{cases} M_{i,j} & where \quad 1 \le j < l \\ \sum_{r=0}^{l-1} M_{i,j-r} & where \quad l \le j \le J \end{cases} \qquad (۷)$$

که در آن:

$MF_{i,j}$: ارزش اقتصادی بلوک واقع در سطر iام و ستون jام در مدل اقتصادی نهایی،

r: یک اندیس شمارنده است و سایر پارامترها پیش از این تعریف شده‌اند.

به عنوان مثال ارزش اقتصادی بلوک واقع در سطر سوم و ستون هشتم مدل اقتصادی نهایی، $MF_{3,8}$ ، در شرایطی که شیب دیواره نهایی معدن ۱:۲ در نظر گرفته شود، به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$MF_{i,j} = \sum_{r=0}^{l-1} M_{i,j-r} \qquad where \quad l \le j \le J$$

$$MF_{3,8} = \sum_{r=0}^{1} M_{3,8-r}$$

$$MF_{3,8} = M_{3,8} + M_{3,7}$$

مقادیر $M_{3,7}$ و $M_{3,8}$ را می‌توان از مدل اقتصادی میانی مربوط به محدوده معدنکاری که در شکل شماره ۳ آمده است، استخراج نمود. به این ترتیب:

$$MF_{3,8} = 3 + 4$$

$$MF_{3,8} = 7$$

در شکل شماره ۴ مدل اقتصادی نهایی متناظر با مدل میانی ارائه شده در شکل شماره ۳، در شرایطی که l=2 در نظر گرفته شده است، ملاحظه می‌شود.

i \ j	1	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-u	-u	-1	1	1	1	2	1	1	1	-1	-1	1	3	2
2	-u	-u	-3	1	4	4	4	3	3	3	2	2	1	1	0
3	-u	-u	-5	0	5	7	8	7	6	5	3	1	1	3	0
4	-u	-u	-7	-2	5	9	10	9	9	7	2	0	2	3	-2
5	-u	-u	-9	-4	3	9	10	7	9	7	0	-2	0	1	-4

شکل ۴- مدل اقتصادی نهایی محدوده معدنکاری

منطق الگوریتم پیشنهاد شده

الگوریتمی که در این مجموعه ارائه شده یک الگوریتم دو بعدی است که بر روی مدل اقتصادی نهایی تعریف شده است. جستجوی محدوده بهینه معدنکاری و تعیین ارزش اقتصادی متناسب با محدوده مذکور بر روی این مدل اقتصادی با استفاده از یک تابع دو ضابطه‌ای تکرار شونده که منطق آن مشابه منطق الگوریتم برنامه‌ریزی پویا است، انجام می‌شود.

با کاربرد این الگوریتم و استفاده از تابع دو ضابطه‌ای ذیل ارزش محدوده‌های معدنکاری مختلف محاسبه و با ارزش‌ترین محدوده معدنکاری بر روی مدل اقتصادی نهایی مشخص می‌گردد.

$$\text{For} \quad 1 \le j \le l \qquad P_{i,j} = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ -u & i > 0 \end{cases} \qquad (۸)$$

$$\text{For} \quad l < j \le J \qquad P_{i,j} = MF_{i,j} + \max \left\{ P_{i+k,j-l} \mid k = -1,0,+1 \right\} \qquad (۹)$$

که در آن:

$P_{i,j}$: حداکثر ارزش محدوده معدنکاری منتهی به بلوک واقع در سطر iام و ستون jام،

k: یک اندیس شمارنده و سایر پارامترها پیش از این تعریف شده‌اند.

طبیعی است که به ازای $i = 0$ تنها مقادیر $k = 0,1$ و به ازای $i = I$ صرفا مقادیر $k = -1,0$ اعتبار خواهند داشت.

در شکل شماره ۵ نتیجه اجرای الگوریتم مورد نظر بر روی مدل نهایی ارائه شده در شکل شماره ۴ به همراه مسیر دست‌یابی به محدوده معدنکاری بهینه، آورده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، مسیر دست‌یابی به محدوده معدنکاری بهینه با انتخاب با ارزش‌ترین بلوک‌های مجاور دوتایی (در حالت کلی l تایی) شروع و در ستون‌های بعدی ادامه می‌یابد. حداکثر ارزش اقتصادی محدوده معدنکاری در این مثال برابر با ۲۶ واحد است.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	1	1	2	5	6	8	9	13	14	20
1	-u	-u	-1	1	1	2	5	6	8	9	13	14	20	22	26
2	-u	-u	-u	-u	3	5	7	8	14	15	19	19	24	21	24
3	-u	-u	-u	-u	-u	-u	11	12	17	17	23	20	24	23	25
4	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	20	19	22	19	25	23	23
5	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	20	17	22	20	21

شکل ۵- ارزش اقتصادی محدوده‌های معدنکاری و مسیر حداکثر ارزش اقتصادی

در شکل شماره ۶ محدوده بهینه معدنکاری بر روی مدل اقتصادی اولیه، با توجه به مسیر دست‌یابی به محدوده بهینه معدنکاری که در شکل شماره ۵ نشان داده شده است، مشاهده می‌شود. همانطور که در این شکل ملاحظه می‌شود، حداکثر شیب دیواره نهایی معدن ۱:۲ است.

x \ y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	-1	0	1	2	0
2	-1	-1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	-1	-1	-1
3	-1	-1	0	1	2	2	2	1	1	0	-1	1	1	-1
4	-1	-1	-1	1	1	1	1	2	0	-1	0	1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

شکل ۶- محدوده بهینه معدنکاری

نتیجه‌گیری

الگوریتم ارائه شده یک الگوریتم دو بعدی است که به لحاظ برخورداری از منطق شناخته شده برنامه‌ریزی پویا از یک نظریه قوی ریاضی بهره می‌برد. در الگوریتم جدید ارائه شده، محدودیت الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای جستجوی محدوده بهینه معدنکاری با شیب دیواره کمتر از ۱:۱ بر طرف شده است. در این الگوریتم ابتدا با ساخت یک مدل اقتصادی ویژه محدودیت حداکثر شیب دیواره نهایی معدن به مدل اقتصادی محدوده معدنکاری منتقل می‌شود و سپس محدوده بهینه معدنکاری با شیب‌های دیواره کمتر از ۱:۱، به عنوان مثال شیب دیواره ۱:۲، بدون تغییر ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها تعیین می‌شود. بدین ترتیب در شرایطی که به دلیل تغییر مشخصات ژئومکانیکی توده سنگ در تمام یا بخش‌هایی از معدن، شیب دیواره ۱:۱ تامین کننده پایداری دیواره نهایی معدن نباشد، می‌توان با استفاده از الگوریتم مورد نظر محدوده بهینه معدنکاری روباز با شیب دیواره نهایی کمتر از ۱:۱ را تعیین نمود.

مراجع

[1] Lerchs, H. and Grossmann, I., (1965), "*Optimum Design of Open-pit Mines*", Transactions of the Canadian Institute of Mining and Metallurgy, Montreal, vol. LXVIII: pp. 17-24.
[2] Johnson, T. B. and Sharp, W. R., (1971), "*A Three-dimensional Dynamic Programming Method for Optimal Ultimate Open Pit Design*", USBM Report of Investigation No. 7553.
[3] Jalali, S.E., Ataee-pour. M., (2004), "*A 2D Dynamic Programming Algorithm to Optimise Stope Boundaries*", Proceedings of Mine Planning and Equipment Selection, MPES'04, (eds. M. Hardygora et al), Rotterdam, Balkema, pp 45-52