

# Concrete Mix Design and Optimization

## طرح اختلاط و بهینه سازی

Grandij Shakhmenko and Juris British.

Riga Technical University, Department of Building Materials.

Azenes str. 16, LV 1658

مترجم : حسین قلی پور

### خلاصه

محاسبه تغییرات اندازه سنگدانه ها در بتن بخش مهمی از طرح اختلاط است. در این مقاله به انواع مختلف منحنی های ایده آل ارائه شده و روشهای تحلیلی و روشهای عددی طرح اختلاط پیشنهاد شده است. طرح اختلاط برای محاسبه پارامترهای دانه بندی سنگدانه ها بکار می رود و روشهای بهینه سازی نیز برای انتخاب مناسب ترین اندازه سنگدانه بکار می رود. خواص زیر باید بهینه شوند:

قیمت مصالح، کیفیت دپو کردن سنگدانه ها، مقدار مصرف آب به سیمان.

برنامه های کامپیوتری برای طرح اختلاط بتن و سنگدانه ها و نیز بهینه سازی اختلاط بتن تدوین شده است.

### طرح اختلاط سنگدانه ها

سنگدانه ها در حدود ۹۰٪~۶۰ حجم نهائی بتن را تشکیل می دهند. انتخاب مناسب نوع سنگدانه ها و پراکندگی اندازه سنگدانه ها بر خواص اصلی بتن اعم از مقاومت بتن، نفوذپذیری و کارپذیری بتن و همچنین زمان نهائی گیرش بتن تأثیر می گذارد. بنابراین طرح مناسب اندازه سنگدانه ها یکی از قسمتهای مهم طرح اختلاط و بهینه سازی آن می باشد. دو

روش برای طرح اندازه سنگدانه ها وجود دارد: الف) بوسیله منحنی منحنی طبقه بندی ایده آل

ب) بوسیله محاسبه تئوری و عملی ارزش اضافه نمودن سنگدانه ها

### ۱-۱) طبقه بندی ایده آل سنگدانه ها

طبقه بندی سنگدانه ها به این صورت تعریف می شود: نسبت بین اندازه الک استاندارد  $X_i (mm)$  و مقدار نهایی گذرنده از این الک  $Y_i(X_i)$ . این نسبت می تواند بوسیله فرمول، جدول و یا نمودارهای مخصوص نشان داده شود. طبقه بندی بهینه اندازه سنگدانه ها بوسیله منحنی طبقه بندی ایده آل، انتخاب مناسب اندازه سنگدانه ها و خواص مناسب بتن را بدنبال دارد.

انواع مختلف منحنی های ایده آل بر پایه محاسبات تئوری و یا آزمایشهای عملی بوسیله بلومی، فولر، گرافت، رسیل ارائه شده است [۱۲ و ۳ و ۴] مشهورترین و پذیرفته شده ترین این منحنی ها، منحنی فولر می باشد که بوسیله معادله ساده زیر ارائه می شود:

$$YT_i = 100\sqrt{X_i / X_{\max}}$$

$YT_i$  = مقدار تئوری گذرنده بر حسب درصد

$X_{\max}$  = اندازه ماکزیمم سنگدانه ها (نقطه انتهائی منحنی ایده آل)

معمولاً منحنی ایده آل از نقطه ( $X_0$  و ۰) شروع می شود که  $X_0 = 0.075$  mm زیرا اندازه های کوچکتر از mm  $X_0 = 0.075$  بصورت رسی می باشد. بنابراین معادله منحنی ایده آل فولر بصورت زیر نوشته می شود.

$$YT_i = T\sqrt{X_i - X_0} = T(X_i - X_0)^{0.5}$$

$T$  = ضریبی که بستگی به اندازه ماکزیمم سنگدانه ها دارد.

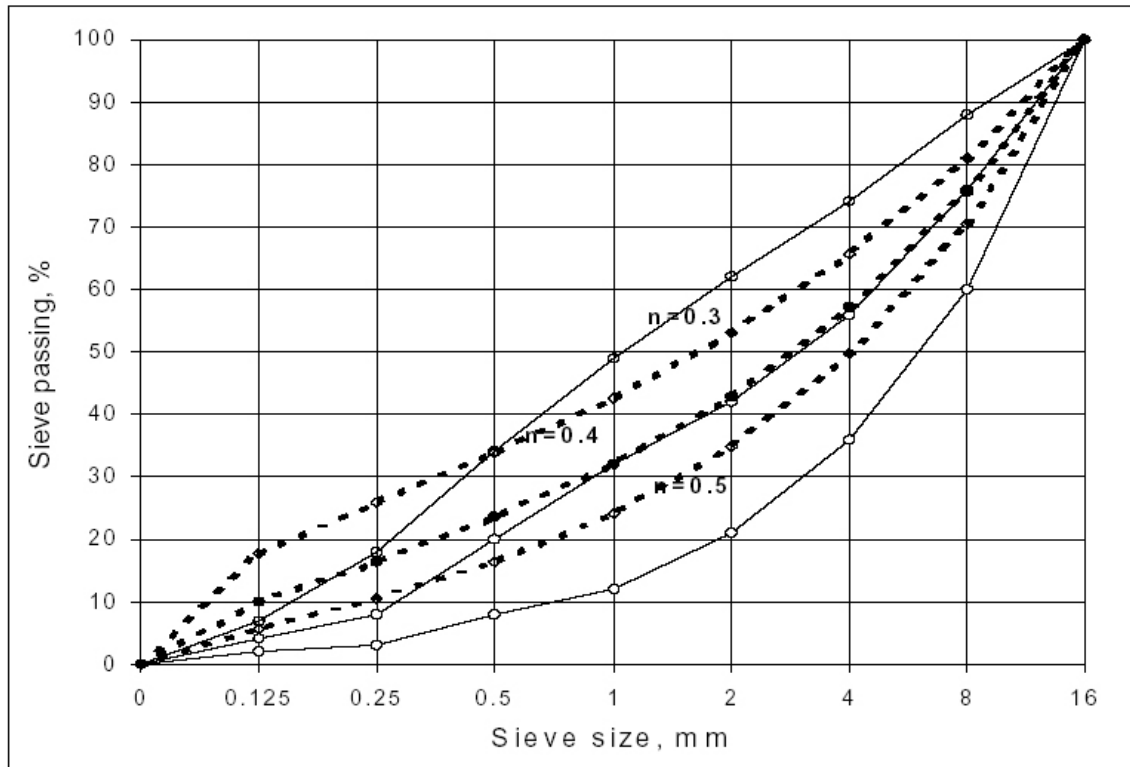
باید به این موضوع اشاره شود که دو جزء منحنی فولر اصلاح شده بستگی به نوع سنگدانه ها (زاویه دار، صاف) دارد [۵]. عبارت دیگر منحنی فولر در صورتی نتایج خوبی را به ما می دهد که مخلوط بتن سخت بوده و کارائی کمتری داشته باشد. برای مخلوط بتن خمیری با اسلامپ مخروطی ۵ cm یا بیشتر مخصوصاً برای بتن پمپ شده مقدار ماسه باید افزایش یابد. برای این منظور پیشنهاد می شود که درجه منحنی نوار با توجه به سازگاری بتن و انواع سنگدانه ها تغییر یابد پس:

$$YT_i = T_n(X_i - X_0)^n$$

$n$  = درجه معادله منحنی ایده آل

$T_n$  = ضریبی که بستگی به اندازه ماکزیمم سنگدانه ها و درجه معادله دارد.

طبقه بندی ایده آل سنگدانه ها همچنین می تواند بوسیله منحنی های محدود کننده تعریف شود. در شکل ۱ منحنی های ایده آل مختلف و منحنی تغییر یافته فولر با درجات مختلف و همچنین منحنی های محدود کننده بر حسب DIN 1045 [۵] نشان داده شده است.



### طبقه بندی ایده آل سنگدانه ها

طبقه بندی ایده آل را می توان با تقسیم کردن شن و ماسه به بخشهای مختلف و سپس مخلوط کردن آن بخشها بر طبق مقدار محاسبه شده بدست آورد. ولی این روش بسیار مشکل و وقت گیر است. در عمل مخصوصاً برای ماسه و شن با اندازه های مختلف یا طبیعی، سنگدانه های دپو نشده استفاده می شود. بنابراین عمل محاسبه هر نوع سنگدانه در بتن شامل  $N$  متغیر برای تهیه بهترین نمونه است. روشهای زیر برای محاسبه طرح اختلاط بهینه سنگدانه ها استفاده می شود. روشهای نموداری (برای مثال روش تقریبی منحنی فولر بوسیله Dutch Shockbeton [۶]) روش تحلیلی شامل نمودارها [۷]، روش تحلیلی مجموع مربعات حداقل [۳ و ۷]، روشهای تکرار در ریاضیات، روشهای عملی و تحلیلی بر پایه محاسبات حداکثر درجه.

### ۲-۱) محاسبه مقدار بهینه سنگدانه ها بوسیله روشهای تحلیلی و عددی

شرایط مسئله بدین صورت است که  $N$  نوع سنگدانه داده شده است (منحنی طبقه بندی هر نوع سنگدانه معلوم است) نسبت مقدار هر سنگدانه در بتن باید طوری باشد که بهترین همبستگی با منحنی ایده آل حاصل شود.

$$Y_i = \sum_{j=1}^N K_j Y_{ji}$$

$Y_i$  = معادله منحنی طبقه بندی مخلوط سنگدانه ها

$K_j$  = نسبت مقدار ژامین سنگدانه در بتن

$Y_{ji}$  = تغییرت واقعی ژامین سنگدانه

ضریب  $K_j$  را می توان بوسیله مینیمم کردن مجموع مربعات اختلاف جزئی بین منحنی ایده آل (تئوری) و منحنی تغییرات واقعی بدست آورد.

$$\sum_{i=1}^M (Y_{Ti} - Y_i)^2 \rightarrow \min$$

$M$  = تعداد الکها

پس معادلات زیر بدست می آیند:

$$\begin{vmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,N-1} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{N-1,1} & A_{N-1,2} & \dots & A_{N-1,N-1} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \dots \\ K_{N-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_{N-1} \end{vmatrix}$$

ماتریس ضرایب با درایه های مجهول

ماتریس ضرایب آزاد

ماتریس با اعضاء معلوم

$A$  و  $B$  ضوابطی هستند که از منحنی طبقه بندی سنگدانه ها حاصل می شوند.

در روش بالا منحنی تغییرات واقعی بوسیله منحنی تعریف شده ابتدائی تخمین زده می شود. (تمام نقاط در ابتدا مجهول هستند). برای مثال منحنی فولر بوسیله نقاط شروع  $(X_0, 0)$  و نقاط انتهائی  $(100, X_{max})$  مشخص می شود. این بدین معنی است که منحنی فولر بصورت تعریفی و نه محاسباتی از  $(100, X_{max})$  می گذارد. اما در واقعیت بهترین همبستگی بین منحنی واقعی و منحنی ایده آل ممکن است موقعی بدست آید که عدد دیگری بجای  $X_{max}$  در این مختصات قرار داده شود. این فرض یک معادله دیگر را به معادلات اضافه می نماید.

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,N-1} & A_{1,N} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,N-1} & A_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{N-1,1} & A_{N-1,2} & \dots & A_{N-1,N-1} & A_{N-1,N} \\ A_{N,1} & A_{N,2} & \dots & A_{N,N-1} & A_{N,N} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \dots \\ K_{N-1} \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_{N-1} \\ B_N \end{pmatrix}$$

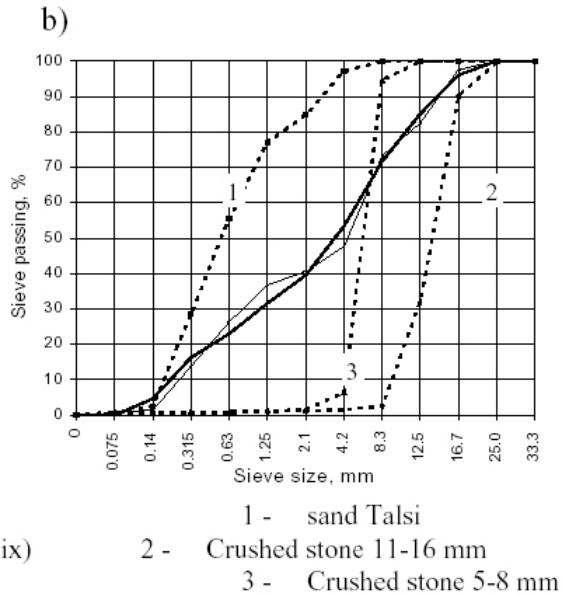
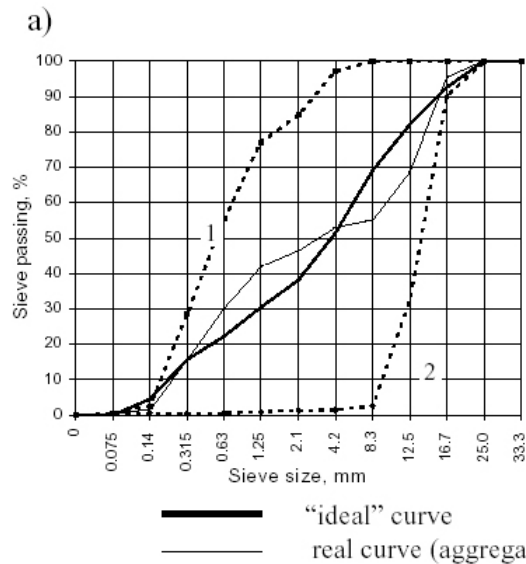
محاسبات ضرائب و حل معادلات بوسیله کامپیوتر انجام می شود. این روش تقریباً آسان بوده و مقدار دقیق ضرائب را بر طبق مقدار بهینه سنگدانه ها بدست می دهد. ممکن است نگرانیهایی وجود داشته باشد چون ممکن است نتایجی از محاسبات بدست آوریم که از نظر فیزیکی توجیه نداشته باشد مثلاً ممکن است ضریب  $K_j$  منفی باشد و یا بزرگتر از ۱ باشد. اما روش تحلیلی اجازه نمی دهد که محاسبات به حاشیه محدودیت های ضریب  $K_j$  برسد:

$$0 \leq K_j \leq 1$$

جوابهای پایدار موقعی حاصل می شود که روش عمودی برای محاسبه بهینه سنگدانه ها بکار برده شود. این روش برای محاسبه نسبتهای ممکن سنگدانه ها تهیه شده است. معیار بهینه بودن اختلاط سنگدانه ها انحراف معیار بین منحنی واقعی و ایده آل محاسبه شده برای کل الکهاست:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (YT_i - Y_i)^2}{M-1}}$$

در عمل منحنی های شماره ۲ تا ۴ در اختلاط بتن استفاده می شوند. انحراف معیار S بعنوان معیاری برای مناسب بودن اختلاط سنگدانه های داده شده استفاده می شود و اجازه می دهد تا بتوان بین اختلاط سنگدانه های مختلف امکان سنجی نمود:



## ۲) بهینه سازی طرح اختلاط

۲-۱) تهیه بانک اطلاعاتی برای سنگدانه های طبیعی موجود و منحنی طبقه بندی ایده آل عمل بهینه سازی اختلاط بتن عبارت است از تهیه طرحهای مختلف بتن با مقادیرهای مختلف سنگدانه ها و سپس انتخاب بهترین گزینه اختلاط بوسیله مقایسه مشخصات مقاومت مکانیکی و هزینه اقتصادی و کارپذیری خوب بتن.

اولین قدم در راه بهینه سازی طرح اختلاط تهیه بانک اطلاعاتی برای سنگدانه های موجود است. این بانک اطلاعاتی شامل اطلاعات زیر است: نام و قیمت، پارامترهای دانه بندی (مدول نرمی، عدد دانه بندی (granulation number)، ضریب دانه بندی، تغییرات چگالی، جذب آب، مقاومت فشاری و مقاومت در برابر یخ زدگی).

## ۲-۲) روش طرح اختلاط بهینه

طرح اختلاط بهینه شامل موارد زیر است:

- محاسبه اندازه و مقدار سنگدانه ها بر طبق روشی عددی که در بالا گفته شد.
- محاسبه نسبت آب به سیمان بوسیله فرمولهای کاربردی (بستگی به مقاومت بتن، مقاومت سیمان و کیفیت سنگدانه ها دارد)

- محاسبه مقدار آب مصرفی و همچنین پارامترهای دانه بندی: طبقه بندی، شکل، مشخصات سطوح. اسامی این روش محاسباتی بر اساس ظرفیت جذب آب (عدد دانه بندی) سنگدانه ها و همچنین محاسبه ضخامت آب روی سنگدانه ها و توزیع اندازه سنگدانه ها (طبق بندی سنگدانه ها) می باشد. عدد دانه بندی یک نوع سنگدانه بوسیله فرمول زیر محاسبه می شود. [۳]:

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^M Q_i \lambda_i$$

$$Q_i = \text{نسبت مانده در الک}$$

$$\lambda_i = \text{عدد دانه بندی در نسبت سنگدانه داده شده}$$

با شبیه سازی عدد دانه بندی اختلاط سنگدانه محاسبه می شود:

$$\lambda = \sum_{j=1}^N K_j \lambda_j$$

مقدار مصرف آب نیز با استفاده از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$K = \text{ضریبی که به مخلوط بتن بستگی دارد.}$$

البته باید به این نکته توجه کرد که روش استاندارد به خواص کلی سنگدانه ها اشاره دارد (اندازه ماکزیمم، مدول نرمی) که خواص سنگدانه ها را بطور کامل بیان نمی کند. روش دانه بندی به ما این امکان را می دهد که خواص بتن را بطور دقیق تری بررسی کنیم.

### ۳-۲) چند پیشنهاد در مورد بهینه سازی اختلاط بتن

۳-۱) وارد کردن اطلاعات بهینه سازی

- مشخصات بتن و مشخصات مصالح مصرفی، اسلامپ مخروطی، مقاومت فشاری، نوع سنگدانه، مقدار هوای موجود، اندازه ماکزیمم سنگدانه ها
- سنگدانه های موجود ممکن است بصورت های مختلف مخلوط شوند: شماره های سنگدانه ها از بانک

اطلاعاتی (N1 = شماره ماسه ، N2 = شماره شن)

تعداد نهائی ترکیبات انواع اندازه سنگدانه ها اگر یک نوع شن و یک نوع ماسه داشته باشیم:

$$n_c = N1 \times N2$$

۲-۳-۲) طرح اختلاط برای همه ترکیبات اندازه سنگدانه ها و محاسبات مشخصات برای بهینه سازی:

- طرح اختلاط سنگدانه ها با روش عددی با محاسبات معیار کیفیت سنگدانه های مخصوص
- میانگین انحراف معیار بین منحنی طبقه بندی تئوری و منحنی واقعی S.
- درجه منحنی دپو سنگدانه ها (Pacjing degree of Aggregate mix)
- طرح اختلاط بتن و محاسبه ترکیبات در ۱ متر مکعب که مشخصات زیر را باید داشته باشد:

○ مقدار مصرف سیمان در هر یک متر مکعب بتن CEM

○ مقدار مصرف آب در هر یک متر مکعب بتن W

○ چگالی محاسباتی بتن D.

اگر طرح اختلاط برای بتن سبک یا بتن سنگین استفاده می شود، باید مشخصات مربوط به هر کدام از آنها نیز در محاسبات منظور شود.

- محاسبه معیارهای اقتصادی طرح

○ هزینه مصالح مصرفی در یک متر مکعب بتن COST

○ محاسبه تابع هدف منفرد (individual purpose function) برای مشخصات داده شده تا

بوسیله نسبتهای از ۵ تا ۱ درجه بهینه سازی آنها مشخص شوند.

۲-۳-۳) محاسبه تابع هدف منفرد برای همه ترکیبات اندازه سنگدانه ها:

$$n_c = N1 \times N2$$

$N_y$  = تعداد مشخصاتی که باید بهینه سازی شوند.

$\eta_i$  = ضریب پیش فرضی برای اهمیت مشخصات داده شده برای بهینه سازی

$\Phi_i$  = تابع هدف منفرد بر مشخصات داده شده برای بهینه سازی

برای مقایسه تابع هدف برای ترکیب سنگدانه های مختلف می توان بهترین بتن را بدست آورد. بهترین بتن ما بتنی خواهد بود که بزرگترین  $\Phi$  را داشته باشد.

مثالی از بهینه سازی طرح اختلاط در شکل (۳) دیده می شود.

(۳) نتیجه گیری



استفاده از روشی عددی طرح اختلاط سنگدانه بوسیله منحنی فولر تکمیل شده (Transformed Fuller Curve) به ما این امکان را می دهد که طرح اختلاط سنگدانه ها را برای سنگدانه های مختلف همانطوریکه برای سنگدانه های طبیعی و غیر شکسته استفاده می شوند بکار بریم.

میانگین مربعات فواصل قائم بین منحنی ایده آل و منحنی واقعی (Average Squard deflection) بعنوان معیار کیفیت دپو کردن سنگدانه ها بکار می رود.

استفاده از ارزش عدد دانه بندی به ما این امکان را می دهد که خواص فیزیکی و مکانیکی بتن (مکانیکی و کارائی) را با ضرایب همبستگی بیشتر از ۰/۹۵ بدست آوریم. همچنین ضریب همبستگی بین نتایج عملی و آزمایشگاهی بین ۰/۸۵ تا ۰/۹ می باشد.

سیستم بهینه سازی طرح اختلاط به ما امکان تخمین و پیدا کردن گزینه مطلوب که هم شرایط بهینه اقتصادی و شرایط بهینه خواص بتن را داشته باشد را می دهد.

استفاده از کامپیوتر برای طرح اختلاط به ما کمک می کند که به آسانی و سریعاً گزینه بهینه فیزیکی-مکانیکی را همچون گزینه بهینه اقتصادی پیدا کنیم.

#### ۴) لیست علائم

$$Y_i = \text{گذرنده از الک در منحنی طبقه بندی}$$

$$YT_i = \text{گذرنده از الک در منحنی طبقه بندی ایده آل}$$

$$K_j = \text{مشخصات سنگدانه ها در مخلوط بتن}$$

$$S = \text{میانگین انحراف معیار در منحنی تئوری و ایده آل طبقه بندی}$$

$$\text{COST} = \text{هزینه مصالح مصرفی در یک متر مکعب بتن}$$

$$W = \text{مقدار مصرف آب در هر یک متر مکعب بتن}$$

$$N = \text{عدد سنگدانه در طرح اختلاط}$$

$$\Phi = \text{تابع هدف منفرد}$$

$$\lambda = \text{عدد دانه بندی در سنگدانه های بتن}$$

$$K = \text{ضرایب همبستگی مخلوط بتن}$$

1. Gailis K. Betona sastava projektesana un kontrole. Riga, 1938.g., lpp. 1 - 56.
2. Graf O. Der Aufbau des Mörtels und des betons. - Berlin, 1930.
3. Birsh J. Rekomendacii po opredeleniju optimalnogo sostava betona i prodolzitelnosti jego uplotnenija pri izgotovlenii zelezobetonnih izdelij po udarnij tehnologii. Jaroslavl, 1984. (in Russian).
4. Cristoph Burzik. Flexible mix design by current aggregate optimisation. – in Concrete precasting plant and technology, 1997, No. 5, p. 86 - 99.
5. Helmut Weigler, Sieghart Karl. Beton. Arten-Herstellung-Eigenschaften. Berlin, 1989.
6. Shockbeton Information. Schokbeton “Zwijndrecht”. Holland. 1974. märz, 01.01.01.00/01.00 - 07.01.01.07/08.00.
7. Birsh J. Razrabotka rezimov formovanija zelezobetonnih izdelij po udarnij tehnologii. – Dissertacija na soiskanje uchonij stepeni kandidata tehniceskikh nauk. - Moskva, 1987. (In Russian).
8. Per Goltermann. Performance tailoring of structural concrete. - in Nordic concrete research, 1993, No. 2, p. 35-42.

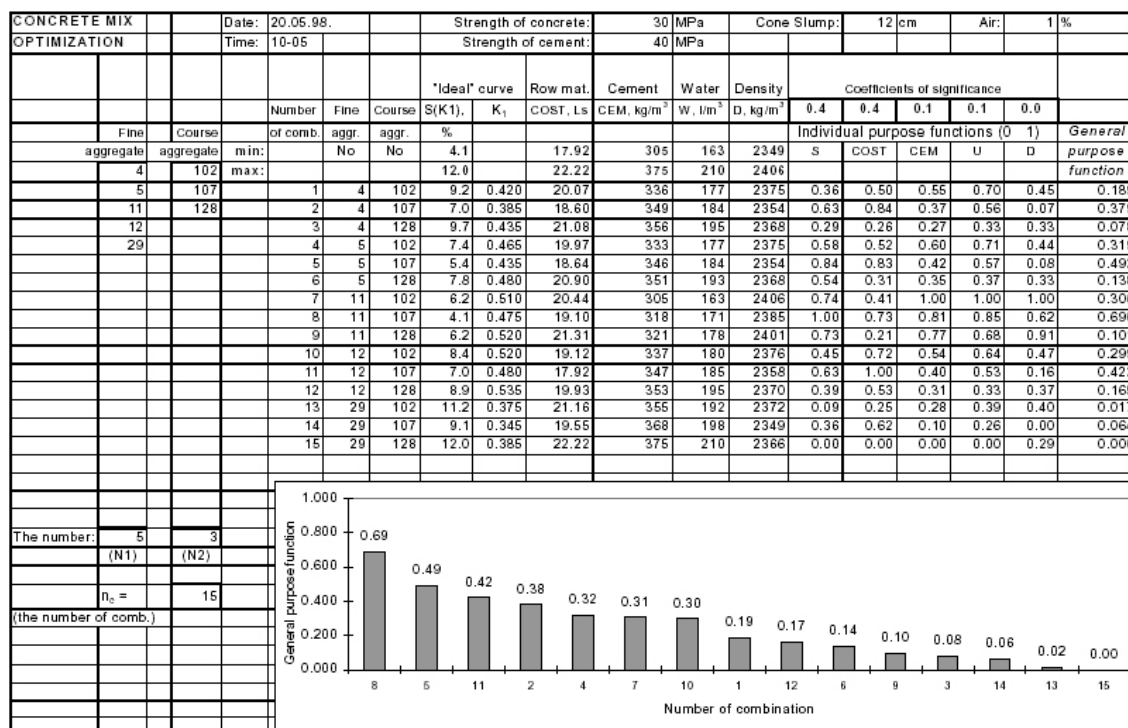


Fig. 3 Example of concrete mix optimization