# روش" دو دهانه ای"
# تکنیکی جدید برای آنالیز تیرهای سراسری

مصطفی تذرو-دانشجوی کارشناسی عمران دانشگاه تبریز،تبریز،خیابان امام
09113440038, nightboy_mt@yahoo.com
با راهنمایی: دکتر حدیدی، دکتر صدرکریمی، دکتر بهروش،دکتر جلالی

## چکیده:
تیرهای سراسری، سازهایی هستند که در پل سازی ، بناهای مسکونی وغیره، به وفور مورد استفاده قرار می گیرند.از این رو تحلیل این نوع تیرها، از اهمیت زیادی برخوردار است. دو روش متداول برای تحلیل دستی تیرهای سراسری ، قضیه سه لنگر و روش پخش لنگر است. در این مقاله برانیم که روش جدیدی برای تحلیل دستی تیرهای سراسری ارائه دهیم و به نقد و بررسی دو روش گفته شده بپردازیم و مزایای روش" دو دهانه ای" را نسبت به آن دو روش بیان کنیم.

## کلید واژه:

تیر سراسری، تحلیل دستی، قضیه سه لنگر، روش پخش لنگر، روش دو دهانه ای

Copyright © 2003-2005 Iran Civil Center, All rights reserved worldwide. 

## مقدمه:

از متداول ترین روش ها برای تحلیل تیرها سراسری پیدا کردن لنگر خمشی بر روی تکیه گاهاست که روشهای زیادی برای آن وجود دارد که دوتای آنها بیشتر مورد استفاده قرار می گیرند:

1- قضیه سه لنگر

2-روش پخش لنگر

در اینجا قصد بر آنست که روشی جدید برای پیدا کردن لنگرها در تکیه گاه معرفی شود. در ادامه به نقد و بررسی دو روش گفته خواهیم پرداخت.

## معرفی روش دو دهانه ای:

روش جدید، روشی عددی است که از حل یک معادله تعادل شکل می گیرد و نه حل عددی دستگاه معادلات . در این روش تیر بان درجه نامعیینی ، به n تیر با یک درجه نامعیینی تفکیک می شود. این موضوع در شکل 1 آمده است. پس تیر با یک درجه نامعیینی را هدف قرار داده و آن را آنالیز می کنیم.

در شکل دوم ، تیری با بارگذاری دلخواه نشان داده شده است که دو لنگر منفرد خارجی در دو انتها ( M' و M" ) بر آن وارد می شود.

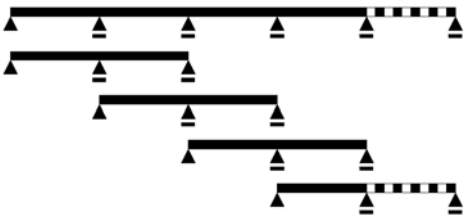


Figure 1

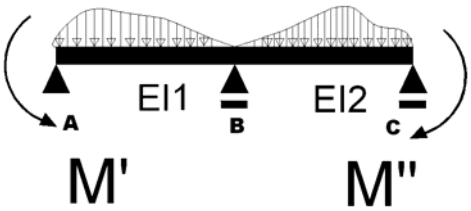



Figure 2

با توجه به اینکه دوران در دو سمت گره وسطی شکل 2 ، برابر است، لنگر خمشی تکیه گاه وسط برابر خواهد بود با:

$$M = \frac{6(\theta_L + \theta_R) - (\frac{M'L_1}{EI_1} + \frac{M''L_2}{EI_2})}{2(\frac{L_1}{EI_1} + \frac{L_2}{EI_2})}$$

$\theta_L$ : دوران تیر دو سر مفصلی سمت چپ گره وسطی، تحت بارهای خارجی وارده بدون در نظر گرفتن اثر لنگر M' (شکل 3-a)

$\theta_R$ : دوران تیر دو سر مفصلی سمت راست گره وسطی، تحت بارهای خارجی وارده بدون در نظر گرفتن اثر لنگر M" (شکل 3-b)

Copyright © 2003-2005 Iran Civil Center, All rights reserved worldwide. 

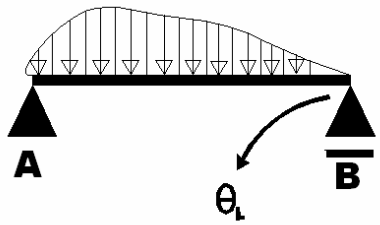



Figure 3-a

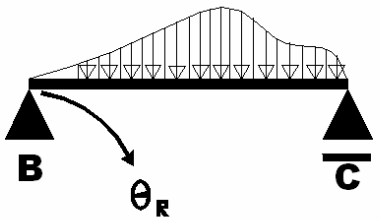



Figure 3-b

**مقادیر دوران ها در جدول 1 آمده است.**

**دیاگرام آزاد مخصوص روش دو دهانه ای را برای یک تیر سراسری با 3 دهنه در شکل 4 نشان می دهیم**

**<u>لنگر ها در جهت نشان داده شده ، مثبت هستند. تمام بارهای خارجی را به دوران در گرهها تبدیل می کنیم و نشست های تکیه گاهی را هم به دوران تبدیل می کنیم.</u>**

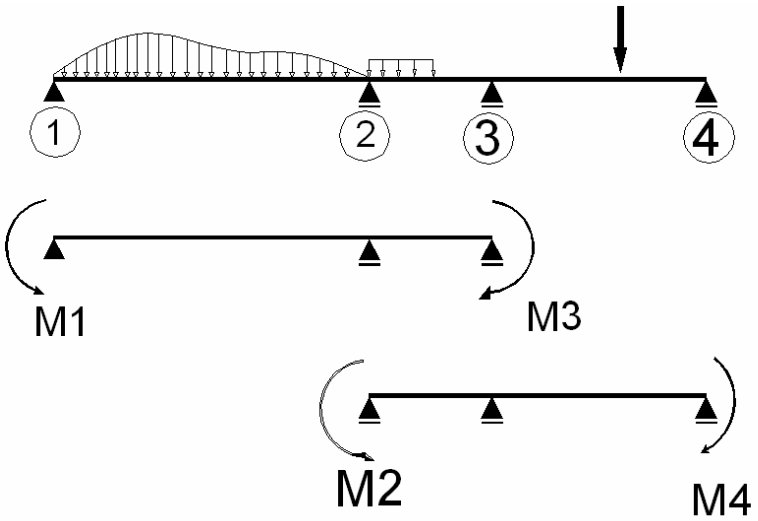
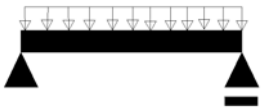
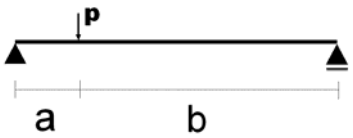
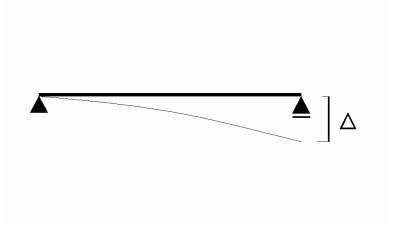
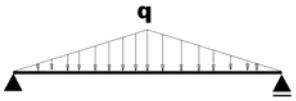
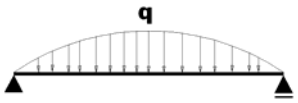
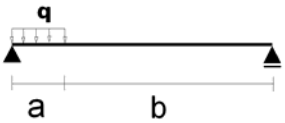
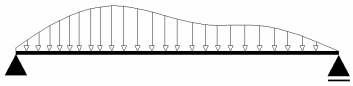



**Figure 4**

**در ابتدا فرض می کنیم که M1 وM2 و M3 و M4 صفر اند.از تیر تفکیک شده اولی، مقدار لنگر خمشی تکیه گاه 2 را از فرمول بدست می آوریم. لنگر خمشی M2 بدست آمده برای تیر تفکیک شده پایینی ، بار خارجی خواهد بودوM3 از آن بدست می آید.از قبل می دانیم که M1 و M4 صفراند.چون که تکیه گاه مفصلی است لنگری تحمل نمی کند.پس مقادیر مجهول M2 و M3 خواهد بود.با تکرار مراحل واستفاده از لنگرهای هر مرحله در مرحله بعدی، مقدار لنگر خمشی در تکیه گاه با دقت بدست می آید.**

Copyright © 2003-2005 Iran Civil Center, All rights reserved worldwide. 

# جدول 1

| | |
|---|---|
|  <br>$\theta=qL^3/(24EI)$ |  <br>$\theta_L=Pab(b+L)/(6EIL)$<br>$\theta_R=Pab(a+L)/(6EIL)$ |
|  <br>$\theta_L=\theta_R=\Delta/L$ | <br>$\theta_L=ML/(6EI)$<br>$\theta_R=ML/(3EI)$ |
|  <br>$\theta=5qL^3/(96EL)$ |  <br>$\theta=qL^3/(20EI)$ |
|  <br>$m=a/L$<br>$\theta_R=qL^3m(6-3m^2)/(72EI)$<br>$\theta_L=qL^3m(3m^2-12m+12)/(72EI)$ |  <br>$\theta_R=M_LL/(6EI)+M_RL/(3EI)$<br>$\theta_L=M_LL/(3EI)+M_RL/(6EI)$ |

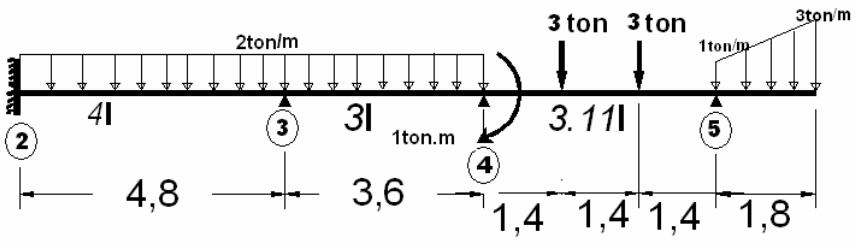
$M_L$: لنگر گیرداری در گره چپی
$M_R$: لنگر گیرداری در گره راستی

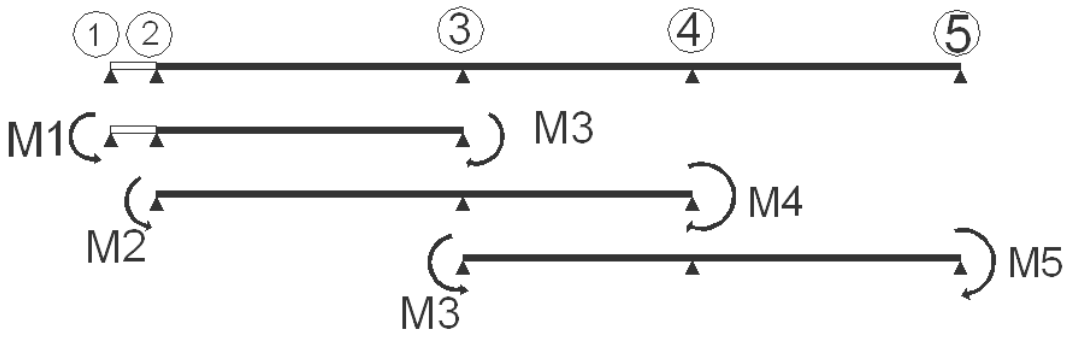
Copyright © 2003-2005 Iran Civil Center, All rights reserved worldwide. 

**در مثالی به تفصیر تیر سراسری را تحلیل خواهیم کرد:**

## مثال1:

**مطلوب است لنگر خمشی در تکیه گاهای تیر زیر.**




***EI تیر 1-2 را بینهایت می گیریم.***

**لنگرهای منفرد روی تکیه گاه 4 و 5 (1 ton.m و 3.78 ton.m ) و بارها با توجه به جدول 1 به دوران تبدیل می شوند:**

$\theta_{2L}=0$

$\theta_{2R}=\theta_{3L}=2*4.8^3/(24*4EI)=2.304/EI$

$\theta_{3R}=2*3.6^3/(24*3EI) -1*3.6/(6*3EI) =1.096/EI$

$\theta_{4L}=2*3.6^3/(24*3EI)-1*3.6/(3*3EI)=0.896/EI$

$\theta_{4R}=3*1.4^2*2(5*1.4)/(6*3.11*3*1.4EI) +3*2*1.4^2(4*1.4)/(6*3.11EI*3*1.4) - 3.78*3*1.4/(6*3.11EI)=1.039/EI$

Copyright © 2003-2005 Iran Civil Center, All rights reserved worldwide. 

**$M_2$=[6(0+2.304/EI) - ( 0+$M_3$*4.8/(4EI) )] / [2(0+4.8/(4EI))]**
**$M_3$=[6(2.304/EI+1.096/EI) - ($M_2$*4.8/(4EI)+$M_4$*3.6/(3EI))]/[2( 4.8/(4EI)+3.6/(3EI))]**
**$M_4$=[6(0.896/EI+1.039/EI)-($M_3$*3.6/(3.11EI) +0)] / [2(3*1.4/(3.11EI)+3.6/(3EI))]**

| | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ | $M_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | *0* | *5.76* | *0* | *0* | *0* |
| **2** | *0* | *4.355* | *2.81* | *1.614* | *0* |
| **3** | *0* | *4.381* | *2.757* | *1.627* | *0* |
| **لنگر منفرد+** | *0* | *0* | *0* | *1* | *3.78* |
| **Moment =** | **0** | **4.381** | **2.575** | **2.627** | **3.78** |

## روش ارائه شده و قضییه سه لنگر:

**قضییه سه لنگر از این واقعیت نشات می گیرد که در هر تیر سراسری ، شیب تیر در هر طرف تکیه گاه میانی برابر است.مثلا برای تیر شکل 5 رابطه بصورت زیر است.**

$$\frac{L_1}{EI_1}M_A + 2\left(\frac{L_1}{EI_1}+\frac{L_2}{EI_2}\right)M_B + \frac{L_2}{EI_2}M_C + \frac{6A_1X_1}{EI_1L_2} + \frac{6A_2X_2'}{EI_2L_2} = 0$$

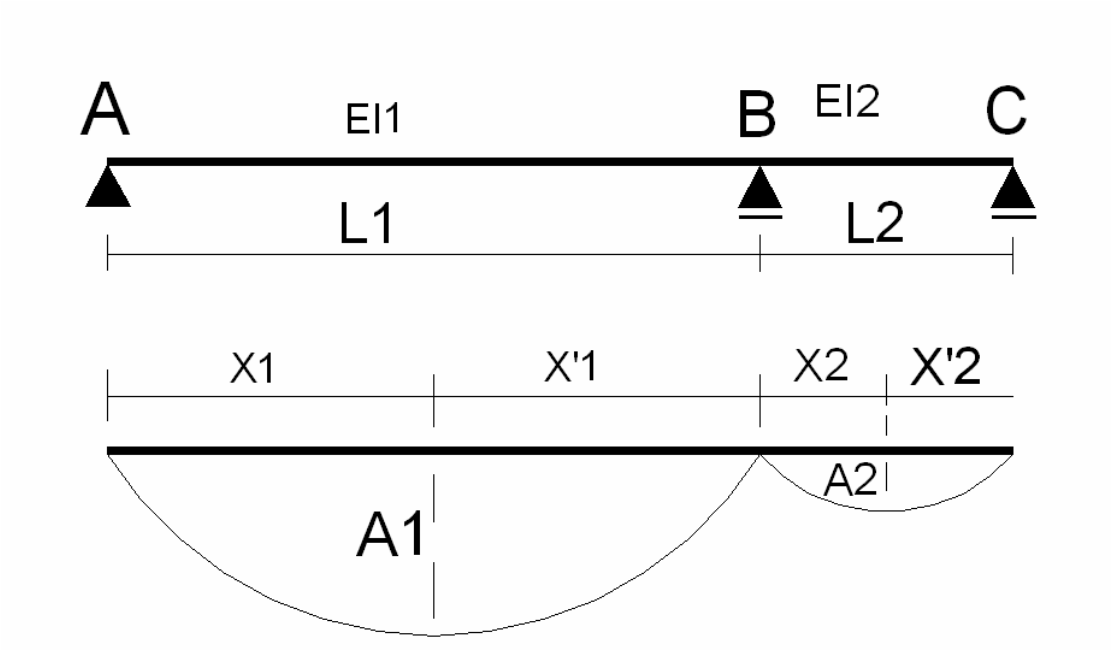



**figure 5**

**که این معادله برای هر سه تکیه گاه متوالی تکرار می شود و برای تحلیل تیرهای سراسری باید دستگاه معادلات تشکیل شده و حل شود.**
**کاملا آشکار است که در تیری با تعداد دهانه های زیاد ، حل دستگاه معادلات بسیار طاقت فرسا خواهد بود.**
**در حالی که روش دو دهانه ای بدون تشکیل دستگاه معادلات، مستقیما با استفاده فرمولی لنگر تکیه گاه را بدست میدهد.در نتیجه قضیه سه لنگر در دهانه های زیاد قابل مقایسه با آن نخواهد بود.**

Copyright © 2003-2005 Iran Civil Center, All rights reserved worldwide. 

## روش دو دهانه ای و روش پخش لنگر:

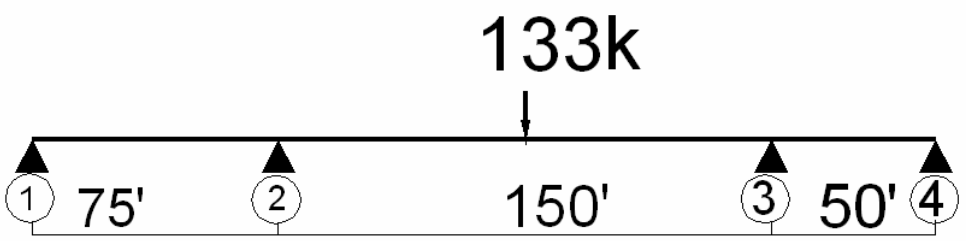
روش پخش لنگر تکنیکی ارزشمند است چرا که ما را از حل همزمان معادلات بی نیاز می کند و پاسخی با دقت بالا در اختیار ما قرار می دهد. شاید ، در این سطح، فقط پخش لنگر که می تواند با روش دودهانه ای مقابله کند.از مهمترین اشکالات روش پخش لنگر تعداد مراحل زایاد آن است.این موضوع در مثال دوم نشان داده شده است.

با انجام 11 مرحله (روش پخش لنگر) باز هم اختلاف در بین لنگرهای خمشی در دو طرف گرها دیده می شود در حالی که روش دو دهانه ای فقط در سه مرحله ، لنگرهای خمشی در حد دقت همان پاسخ روش سه لنگر بدست داده است.

روش پخش لنگر بر اساس اصل برهمنهی(**superposition**) است در نتیجه در انتهای عملیات پخش، نیاز است که تمام مقادیر یک ستون باهم جمع شوند در حالی که روش دو دهانه ای به طور مستقیم در هر مرحله جواب را میدهد.

روش پخش لنگر هم در دهانه های زیاد،احتیاج به مراحل زیادی دارد و محاسبات جبری آن طاقت فرساست، ولی طبق تجربه ،روش دو دهانه ای در تمام موارد ،بدون توجه به تعداد دهانه ها ،در سه مرحله جواب قابل قبولی داده است.

## مثال2:

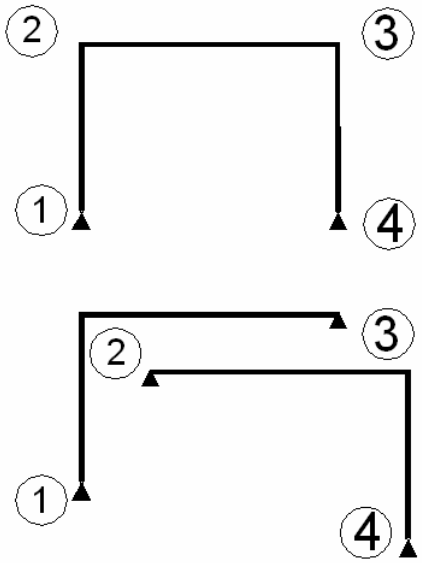



| 1 | 2 | | 3 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | +2500 | -2500 | 0 | 0 |
| -837 | -1675 | -825 | -412 | | |
| +837 | +418 | +364 | +728 | +2180 | 1090 |
| -261 | -523 | -258 | -129 | -545 | -1090 |
| +261 | +130 | +85 | +169 | +507 | +253 |
| -72 | -144 | -71 | -36 | -126 | -253 |
| +72 | +36 | +20 | +40 | +122 | +61 |
| -19 | -38 | -18 | -9 | -30 | -61 |
| +19 | +10 | +6 | +10 | +29 | +14 |
| 0 | -11 | -5 | 0 | 0 | -14 |
| **0** | **-1797** | **+1798** | **-2135** | **+2137** | **0** |

Copyright © 2003-2005 Iran Civil Center, All rights reserved worldwide. 

| $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ | $M_4$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 2500 | 0 | 0 |
| 0 | 1875 | 1875 | 0 |
| 0 | 1796.8 | 2019.8 | 0 |
| 0 | | 2138.7 | 0 |

**در مورد قاب زیر هم اگر بدون حرکت جانبی باشد نتایج قابل قبول خواهد بود:**




**تفکیک بالا را می توان انجام می دهیم.**

## نتیجه:

**روش ارائه شده، یکی از روش های دستی است که در مقایسه با سایر روش ها دارای محاسبات جبری کمتر، دقت بالا وفرضیات قابل قبول است.این روش به راحتی روش سه لنگر را پشت سر می گذارد و در مقایسه با روش پخش لنگر وقت کمتری می گیرد.**

## مراجع:

*1:Structural Engineering,r.n.white,p.gergely1976,john wiley&sons,New york Combined edition*

*2: solution of problems in structures pitman publishing London w.t.marshall1971*

*3: iterative solution of large structure, A.Behravesh, A.kaveh, computer structure.1989*

**4:مفاهیم اساسی تئوری سازها-ع.بهروش**

**5:تحلیل سازه- نادر فنایی**

**6:تحلیل سازه- فریدون ایرانی ( ترجمه )**

**7:تحلیل سازهای نامعیین ایستایی- ونگ( ترجمه )**

**8:تحلیل سازه- علی کاوه**

**9: تحلیل سازه- شاپور طاحونی**

Copyright © 2003-2005 Iran Civil Center, All rights reserved worldwide. 