Concrete Mixture Optimization using statistical mixture design methods

بهینه سازی اختلاط بتن با استفاده از روشهای طراحی آماری

Marcia J. Simon **Eric S. Lagergren** **Kenneth A.Snyder**

مترجم : عبداله شفیعی زاده

خلاصه

بهینه سازی نسبتهای اختلاط برای بتنهای با کارایی بالا که شامل اجزای اصلی متعددی بوده و اغلب مربوط به چندین قید کارایی است می تواند یک کار مشکل و وقت گیر باشد. طراحی تجربی آماری و روشهای تحلیلی به منظور بهینه سازی طرح اختلاط محصولاتی مانند بتن که خواص نهایی آنها بستگی به مقدار نسبی اجزای آنها دارد تاکنون تدوین شده است ولی این روش در صنعت بتن چندان مورد توجه قرار نگرفته است.

در این مقاله یک آزمایش اختلاط آماری برای بهینه کردن شش جزء اختلاط بتن که چندین شرط کارایی مورد نظر را ارضا نمایند توضیح داده شده است. این آزمایش به منظور نشان دادن سودمندی این تکنیک برای طرح اختلاط بتنهای با کارایی بالا انجام گردید.

مقدمه

به زبانی ساده بتن مخلوطی از آب، سیمان پرتلند، مصالح سنگی ریزدانه و درشت دانه می باشد. اجزای اضافی مانند ترکیب شیمیایی(مواد هوازا، فوق روان کننده ها و ...) و ترکیبات معدنی (ماسه بادی، گردسیلیس، سرباره و ...) ممکن است برای بهبود خواص مشخصی از بتن تازه یا سخت شده به مخلوط اصلی اضافه شوند. بتنهایی با کارایی بالا که ممکن است چندین معیار کارایی را همزمان ایجاب نمایند (مانند مقاومت فشاری، مدول الاستیسیته، دوام و ...) نوعا شامل حداقل شش جزء می باشند.

برای بتنهای متعارف، موسسه بتن آمریکا (ACI)، در راهنمایی که برای نسبتهای اختلاط منتشر نموده تنها روشی را برای تهیه یک مخلوط ارائه کرده و روندی برای پیدا کردن نسبتهایی که همزمان تعدادی از معیارهای کارایی را ایجاب نمایند عرضه ننموده. راهنمای اخیر ACI برای تهیه بتن با مقاومت بالا شامل ماسه بادی نیز روشی را برای بهینه کردن مخلوط ها ارائه نمی دهد. انتخاب نسبتهای اختلاط برای بتنهای معمولی ممکن است نیازی به مخلوط های آزمایشی برای پیدا کردن یک مخلوط مناسب نداشته باشد. هرچند روش آزمون و خطا "یا یک عامل در هر زمان" برای بتنهای معمولی مناسب به نظر می رسد ولی برای بتنی که شامل شش جزء یا بیشتر است و باید چندین شرط کارایی را ارضا نماید ناکارامد و پر هزینه است. مهمتر از همه اینکه ممکن است بهترین ترکیب مواد با کمترین هزینه نباشد.

در این مطالعه یک آزمایش اختلاط به روش آماری برای تعیین ترکیبی از بتن با کارایی بالا با بهینه ترین خواص انجام شده است. در یک آزمایش اختلاط مقدار کل (جرم یا حجم) مخلوط ثابت و عوامل و اجزاء، نسبتهایی از مقدار کل در نظر گرفته می شوند. در اینجا مجموع حجم بتن همانند روش طرح اختلاط ACI برابر یک می باشد. به دلیل اینکه مجموع حجم اجزاء باید برابر یک شود، متغیرهای اجزاء در یک آزمایش اختلاط مستقل نیستند.

یک روش آزمایش اختلاط عملی برای بتن، روش طراحی Factorial می باشد که در آن با انتخاب نسبت دو جزء، q عامل اختلاط به q-1 عامل مستقل کاهش می یابد. مزایا و معایبی برای روش اختلاط و روش Factorial وجود دارد. برای نمونه حدود آزمایش در روش اختلاط خیلی طبیعی تر تعریف می شود ولی تحلیل چنین آزمایشهایی خیلی پیچیده است. روش Factorial (متغیرهای مستقل) اجازه استفاده از روشهای کلاسیک تحلیل را می دهد ولی تغییرات حدود آزمایش بستگی به این دارد که q عامل اختلاط چگونه به q-1 عامل مستقل کاهش داده شود.

به دلیل اینکه آزمایشهای اختلاط به سهولت در صنعت بتن استفاده نمی شود، استفاده از این روش برای بهینه سازی خواص بتن سودمند می باشد. آزمایشی برای دستیابی به نسبتهای بهینه یک مخلوط بتن با مشخصات زیر طراحی شد.

اسلامپ بتن تازه ۵۰ تا ۱۰۰ میلی متر (۲ تا ۴ اینچ) مقاومت فشاری یک روزه Mpa ۲۲/۰۶ (Psi ۳۲۰۰)، مقاومت فشاری ۲۸ روزه Mpa ۵۱/۰۲ (Psi ۷۴۰۰)، مقاومت در برابر کلر ۴۲ روزه آزمایش ASTMC1202 (RCT) کمتر از ۷۰۰ کولمب و حداقل هزینه (هزینه به ازای هر متر مکعب). مواد مصرفی شامل آب، سیمان، میکروسیلیس، مواد تقلیل دهنده آب مصرفی (HRWRA)، مصالح سنگی درشت دانه و ریزدانه می باشند.

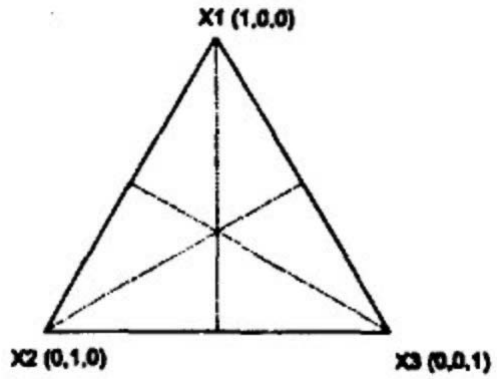
طرح آزمایشی

دورنمایی درباره آزمایشهای اختلاط

به عنوان مثالی ساده از یک آزمایش اختلاط، در نظر بگیرید بتن مخلوطی از سه جزء می باشد آب(X1)، سیمان(X2) و سنگدانه(X3) که هر یک از Xi ها نسبت حجمی آن جزء را نشان می دهد. فرض می شود نسبت درشت دانه به ریزدانه ثابت باشد. مجموع این نسبتهای حجمی برابر یک می باشد.

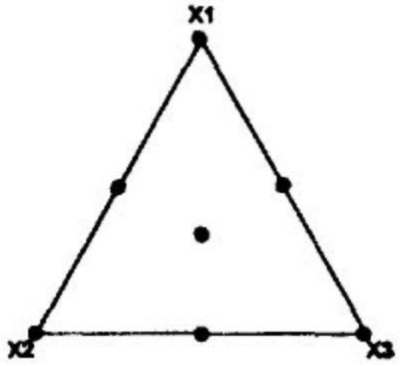
$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

حدود تعریف شده بوسیله این اجزاء، یک مثلث متساوی الاضلاع که در شکل (۱) نشان داده شده می باشد. محور هر مولفه Xi از همان رأس (Xi=1) به نقطه وسط ضلع مقابل مثلث (Xi=0) رسم می شود. رأس مقدار خالص جزء را نشان می دهد. برای نمونه رأس X1 مقدار خالص آب اختلاط با X1=1 و X2=0 و X3=0 یا (۱و۰و۰) می باشد. مختصاتی که سه محور با هم تلاقی دارند (۱/۳ و ۱/۳ و ۱/۳) بوده و مرکز سطح نام دارد.



شکل ۱: ناحیه آزمایشی برای سه جزء اختلاط

یک طرح آزمایشی مناسب برای مطالعه خواص در کل محدوده سه جزء اختلاط، طرح مربوط به مرکز سطح نشان داده شده در شکل (۲) می باشد.



شکل ۲: طرح آزمایشی برای سه جزء اختلاط مرکز سطحی

همه خواص مطلوب برای هر طرح اختلاط اندازه گیری شده و به عنوان تابعی از اجزاء تعریف می گردد. نوعا توابع چند جمله ای برای مدل کردن استفاده می شوند ولی سایر اشکال توابع نیز می توانند استفاده شوند. برای سه جزء تابع چند جمله ای خطی برای متغیر عبارتست از:

$$y = b_0^* + b_1^* x_1 + b_2^* x_2 + b_3^* x_3 + e$$

که bi ها ثابتها و e مقدار خطای تصادفی می باشد که اثر ترکیبی همه متغیرهایی که وارد مدل نشده اند، می باشد.

می توان رابطه فوق را به صورت زیر نیز نوشت که چند جمله ای Scheffe نامیده می شود.

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + e$$

به طور مشابه چند جمله ای درجه دو

$$y = b_0^* + b_1^* x_1 + b_2^* x_2 + b_3^* x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2 + e$$

با استفاده از رابطه

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + e$$

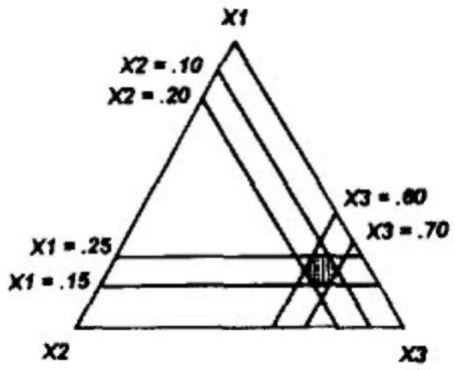
می تواند بصورت زیر نوشته شود.

$x_1^2 = x_1(1 - x_2 - x_3), x_2^2 = x_2(1 - x_1 - x_3), x_3^2 = x_3(1 - x_1 - x_2).$

از آنجایی که اختلاطهای عملی بتن در تمام ناحیه نشان داده شده در شکل ۱ وجود ندارد باید با مقید کردن نسبتهای اجزاء یک محدوده معنی دار تعریف گردد.یک نمونه از این محدوده برای سه جزء در شکل ۳ نشان داده شده است که با قیدهای نسبتهای حجمی که در زیر ارائه شده تعریف گردیده است.(X1 = آب، X2 = سیمان، X3 = سنگدانه)

$$0.15 \le X_1 \le 0.25 \quad 0.10 \le X_2 \le 0.2 \quad 0.6 \le X_3 \le 0.7$$

در این گونه موارد طراحی های ساده دیگر مناسب نبوده و از طرحهای دیگر استفاده می شود. این طرحها نوعاً شامل رأسهای ناحیه محدود شده و زیر مجموعه ای از مراکز (مانند مراکز اضلاع، حجم ها و...) می باشند.



شکل ۳ : نمونه ای از طرح آزمایشی محدود شده

طرح آزمایشی برای مطالعه شش جزء:

انتخاب نسبتها و قیدها

نسبتهای شش جزء اختلاط در ابتدا به صورت نسبت جمعی انتخاب شده و سپس برای اختلاط به وزن تبدیل می شوند. حدود ماکزیمم و مینیمم برای هر جزء بر اساس نسبتهای حجمی برای بتن هایی که شامل مواد هوازا نیستند، با این شرط که مجموع نسبتهای حجمی برابر یک شود انتخاب می شوند.علاوه بر قیودی که روی هر جزء وجود دارد، بخش خمیری بتن (آب،سیمان،میکروسیلیس و HRWRA) می بایست بین ۲۵ تا ۳۵ درصد حجم بتن باشد. هرچند هوا در حین اختلاط بتن، وارد آن می شود ولی یک جزء اولیه نمی باشد و

جزئی از بتن در نظر گرفته نمی شود. نادیده گرفتن محتوای هوا به عنوان یک جزء اختلاط بر روی محاسبات تأثیر می گذارد ولی این موارد برای مخلوطهای آزمایشی کوچک مهم نبوده و بعدها پس از اینکه مخلوط نهایی انتخاب شد می تواند تعدیل شود.

جدول ۱- اجزاء اختلاط و محدوده نسبتهای حجمی آنها

Component	ID	Minimum Volume Fraction	Maximum Volume Fraction
Water	X1	0.16	0.185
Cement	X2	0.13	0.15
Microsilica	X3	0.013	0.027
HRWRA	X4	0.0046	0.0074
Coarse Aggregate	X5	0.4	0.4424
Fine Aggregate	X6	0.25	0.2924

شش جزء و محدوده های نهایی نسبتهای حجمی آنها برای این آزمایش در جدول ۱ نشان داده شده اند. نسبتهای حجمی با استفاده از وزن مخصوصی که از آزمایشگاه یا ارائه دهنده مواد بدست آمده به وزن های متناظر تبدیل می شود.

جزئیات طرح آزمایشی

انتخاب یک طرح آزمایشی مناسب بستگی به چندین معیار، مانند قابلیت تخمین مدل اصلی، قابلیت برآورد تکرارپذیری و قابلیت کنترل انطباق با مدل دارد. این مفاهیم در زیر توضیح داده شده اند.

"بهترین" طرح آزمایشی بستگی به انتخاب مدل اصلی که داده ها را به طور دقیق توضیح دهد، دارد. برای این آزمایش چند جمله ایScheffe درجه دو به عنوان یک مدل قابل قبول برای هر خاصیتی که تابعی از شش جزء باشد انتخاب گردید.

$$y = b_1x_1 + \ldots + b_6x_6 + b_{12}x_1x_2 + \ldots + b_{56}x_5x_6 + e$$

این مدل حالت گسترده تری از رابطه (۵) برای یک مورد شش مولفه ای می باشد. از آنجایی که ۲۱ ضریب در مدل وجود دارد طرح حداقل باید ۲۱ بار اجرا شود (۲۱ طرح اختلاط مجزا) تا این ضرایب تخمین زده شوند. علاوه بر ۲۱ بار انجام آزمایش، برای کنترل مطابقت مدل، ۷ آزمایش اضافی (طرح اختلاطهای متفاوت) باید انجام شود و برای برآورد تخمینی از قابلیت تکرارپذیری که به ما اجازه استفاده از روشهای آماری را می دهد ۵ طرح اختلاط دقیقاً باید تکرار شوند. در نهایت یک اختلاط نیز در طول هر هفته باید دقیقاً تکرار شود تا یک کنترل آماری از فرآیند دقت دستگاهها و دقت اندازه گیری ها صورت گیرد. در کل۳۶ طرح اختلاط باید تهیه شود.

از نرم افزارهای تجاری موجود برای طراحی و تحلیل آزمایش استفاده شد. برنامه ۳۶ نقطه را از لیست شامل نقاطی که به عنوان بهترین نقاط برای چند جمله ای درجه دو بود انتخاب کرد. شیوه طراحی "فاصله های متفاوت" به منظور اطمینان از اینکه طرح انتخاب شده بتواند مدل اختلاط درجه دو را در حالتی که نقاط در دورترین فاصله ممکن از هم باشند تخمین بزند، انتخاب گردید.

جدول ۲ طرح اختلاطهایی را که در آزمایش استفاده شده خلاصه کرده است. ترتیب اجرا به منظور کاهش اثرات نامربوط متغیرهایی که صریحاً در آزمایش وارد نشده اند، تصادفی در نظر گرفته شد. سه طرح اختلاط اول در انتهای برنامه دوباره تکرار شدند. زیرا مقدار آب استفاده شده در اختلاط آنها صحیح نبود. نتایج آزمایشاتی که نادرست بودند وارد تحلیل نشدند. در کل ۳۹ آزمایش انجام شد و نتایج ۳۶ مورد از آنها تحلیل گردید.

ساخت و آزمایش نمونه

مصالحی که در این آزمایش استفاده شدند شامل سیمان پرتلند تیپ II/I ، آب، سنگ آهک خرد شده درشت دانه ۵۷#، ماسه طبیعی، میکروسیلیس و فوق روان کننده با پایه (ASTM C494 type F/G) naftalene-solfnate بوده اند.

سی و نه مخلوط بتن هر کدام به حجم تقریبی $0.04m^3(1.5ft^3)$ در طول یک دوره چهار هفته ای تهیه شد. از یک مخلوط کن استوانه ای با ظرفیت $0.17m^3(6.0ft^3)$ برای اختلاط بتن استفاده شد و مخلوط شامل

مقدار بتن کافی برای انجام دو آزمایش اسلامپ، دو آزمایش تعیین مقدار هوا (ASTM C231)، دو آزمایش اندازه گیری واحد وزن و ده استوانه ۱۰۰ تا ۲۰۰ mm (۴ تا ۸ اینچ) بود. استوانه ها مطابق با ASTM C192 ساخته شده بودند. به منظور دستیابی به ترکیبهای مناسب، استوانه هایی که شامل بتن با اسلامپ کمتر از ۵۰mm (۲ اینچ) بودند بر روی میز ویبره لرزانده شدند. استوانه ها با پلاستیک پوشانده شده و به مدت ۲۲ ساعت در قالب نگه داشته شدند. سپس آنها را بیرون آورده و در مخزنهای عمل آوری در آب آهک برای عمل آوری مرطوب در دمای۲c ± ۲۳ قرار دادند.

آزمایشهای مقاومت فشاری (ASTM C39) بر روی استوانه ها در روزهای اول و بیست و هشتم انجام شدند. در اغلب موارد سه استوانه برای هر کدام از روزها مورد آزمایش قرار گرفتند. در مواردی که نتیجه یک آزمایش خیلی بالاتر یا پایین تر از بقیه بود آزمایش چهارم نیز انجام گرفت. قبل از انجام آزمایش دو انتهای استوانه ها، طبق ASTM C39 با استفاده از دستگاههای سایشی، موازی می شدند. سه استوانه باقیمانده از هر اختلاط برای آزمایش مقاومت در برابر کلر مطابق ASTM C1202 نگه داشته می شدند. برای این منظور سه نمونه (برشهای ضخیم ۵۰mm (۲ اینچ) از وسط استوانه های بتنی) با عمر ۴۲ روز مورد آزمایش قرارمی گرفتند.

جدول ۲- خلاصه ای از نسبتهای اختلاط (در هر متر مکعب بتن)

Design ID	Run Order	Water	Cement	Silica fume	HRWRA	Coarse aggregate (dry)	Fine aggregate (dry)	w/(c+sf)
		(kg)	(kg)	(kg)	(l)	(kg)	(kg)	
5 (r)	7,22	122.3	312.9	45.4	3.52	867.6	506.3	0.35
11 (r)	6,23	141.4	312.9	21.9	3.52	845.3	506.3	0.43
13	15	122.3	312.9	21.9	3.52	810.1	592.2	0.37
15	2*,38	126.6	361.1	45.4	5.66	810.1	506.3	0.32
16	8	122.3	312.9	21.9	3.52	895.9	506.3	0.37
20 (r)	13,34	141.4	312.9	21.9	3.52	810.1	541.8	0.43
22	4	141.4	354.8	21.9	3.52	810.1	506.3	0.38
28	16	122.3	312.9	45.4	3.52	810.1	563.8	0.35
37	30	122.3	337	45.4	5.66	810.1	537.9	0.33
38 (r)	3*,26,39	135	341.1	45.4	3.52	810.1	506.3	0.36
48	28	131.8	312.9	21.9	5.66	810.1	561.2	0.41
63	27	131.8	312.9	45.4	5.66	836.6	506.3	0.38
65	31	122.3	337	45.4	5.66	841.7	506.3	0.33
66	25	122.3	312.9	45.4	5.66	836	532.2	0.35
70	29	122.3	361.1	21.9	4.59	810.1	548.8	0.33
71 (r)	5,35	122.3	361.1	21.9	5.66	829.9	526.1	0.33
78	11	141.4	312.9	45.4	5.66	810.7	506.9	0.41
87	24	122.3	312.9	21.9	3.52	853	549.2	0.37
89	19	122.3	337	21.9	3.52	810.1	571.9	0.35
91	9	141.4	312.9	21.9	5.66	824.9	521.1	0.43
98	17	122.3	337	21.9	3.52	875.7	506.3	0.35
101	10	130.8	361.1	21.9	3.52	832.8	506.3	0.35
103	14	122.3	361.1	21.9	4.59	852.6	506.3	0.33
110	21	130.8	361.1	21.9	3.52	810.1	529	0.35
116	33	131.8	312.9	45.4	5.66	810.1	532.8	0.38
123	36	122.3	337	33.6	4.59	834.4	530.6	0.34
127(c)	1*,12,18, 32,37	131.5	335.8	21.9	4.59	829.9	526.1	0.38
163	20	126.6	323.3	27.8	5.12	857.5	513.6	0.37

(r) طرح اختلاطهای تکرار شده را نشان می دهد.

(c) طرح اختلاطهای کنترلی را نشان می دهد.

* طرح اختلاطهایی را که بعلت ترکیب نادرست تکرار شده نشان می دهد.

جدول ۳-نتایج آزمایش و هزینه ها

Design ID	Run	Slump (mm)	1-day str (Mpa)	28-day str (Mpa)	42-day RCT (coulombs)	Cost ($/m3)
22	4	67	21.5	48.2	1278	95.18
71	5	57	27	55.2	862	102.22
11	6	102	16.8	48.5	1162	91.32
5	7	13	22.4	48.5	387	118.85
16	8	35	21.6	53.1	776	92.2
91	9	200	16.8	60.4	1027	96.89
101	10	22	26.6	53.6	744	96.24
78	11	127	19.2	51.7	492	123.56
127	12	99	21.5	50.2	842	96.67
20	13	118	18.2	50.9	903	91.32
103	14	64	27.4	54.6	583	99.42
13	15	57	21.8	53.2	684	92.2
28	16	29	22.2	53.6	292	118.85
98	17	32	25.3	51.9	604	94.41
127	18	92	22.3	54.1	847	96.67
89	19	38	21.8	54.3	720	94.41
163	20	95	22.1	60.8	554	103.8
110	21	51	24.7	53.2	792	96.24
5	22	25	23.4	54.1	348	118.85
11	23	114	16.5	48	968	91.32
87	24	67	22.9	51	700	92.2
66	25	76	24.7	59.8	316	124.44
38	26	29	23	53.2	390	120.85
63	27	124	21.7	55.2	302	123.99
48	28	171	23	58.1	682	97.34
70	29	51	27.5	54.5	505	99.42
37	30	35	27.3	56	245	126.65
65	31	32	27.2	51.1	310	126.65
127	32	121	22.4	57.2	636	96.67

116	33	114	23.9	56.2	356	123.99
20	34	127	18.6	51.6	820	91.32
71	35	108	28.8	65.3	553	102.22
123	36	99	26.6	61	340	110.53
127	37	102	24.2	54.6	640	96.67
15	38	51	28.8	58.1	239	128.68
38	39	25	23.6	54.5	332	120.85

نتایج و تحلیلها

مقادیر متوسط اسلامپ، مقاومت یک روزه و مقاومت ۲۸ روزه، میزان مقاومت در برابر کلر به همراه هزینه تقریبی برای هر یارد مکعب در جدول ۳ نشان داده شده است. هزینه هر اختلاط بتن از روی نسبتهای اختلاط با استفاده از هزینه های تقریبی برای هر جزء در زمان آزمایش محاسبه شده اند. هر یک از ۴ نتیجه بدست آمده برای هر نمونه بوسیله تهیه یک مدل، تصدیق مدل (با امتحان کردن باقیمانده ها) و تفسیر گرافیکی مدل با استفاده از کانتور و trace plot تحلیل شدند.

تحلیل آماری برای مقاومت ۲۸ روزه به صورت کامل شرح داده شده است. تحلیل سایر خواص هم به شیوه مشابهی صورت می گیرد.

مشخصات و اعتبار مدل

نخستین گام در تحلیل، مشخص کردن یک مدل موجه می باشد. هر چند روش طراحی انتخاب شده اجازه برآورد یک مدل درجه دو را می دهد ولی ممکن است که یک مدل خطی تناسب بیشتری با داده ها داشته باشد. این امر با استفاده از آنالیز واریانس ارزیابی می شود.(ANOVA) نتایج آنالیز واریانس برای مقاومت 28 روزه در در جدول ۴ نشان داده شده است. در حالت فقدان موارد درجه دو در صورتی که ضرایب قسمتهای خطی یکی باشد یعنی اختلاط تأثیری بر جواب ندارد. (به عبارت دیگر هر اختلاطی منجر به جواب یکسانی می شود).

جدول ۴-جدول ANOVA برای مقاومت ۲۸ روزه

Source	Sum of Squares	DOF	Mean Square	F Value	Prob>F
Mean	1.06E+05	1	1.06E+05		
Linear	257.52	5	51.54	5.46	0.0011
Quadratic	135.19	15	9.01	0.92	0.5665
Residual	147.62	15	9.84		
Total	1.07E+05	36	2965.37		

بر مبنای علم آمار در می یابیم که ضرایب معادله برای مقادیری از Prob>F که کمتر از ۰/۰۵ باشند تغییر می کنند. از آنجایی که Prob>F برای قسمت خطی برابر ۰/۰۰۱۱ است نتیجه می گیریم که این موارد باید در مدل وارد شوند. در رابطه با قسمتهای درجه دو از آنجا که Prob>F برابر ۰/۵۶۶۷ می باشد که بزرگتر از ۰/۰۵ است نتیجه می گیریم که این قسمتها نباید در مدل وارد شوند.

از این رو مدل خطی نتیجه شده برای مقاومت ۲۸ روزه (y_1) با استفاده از روش حداقل مربعات عبارتست از:

$$\hat{y}_1 = -45.22x_1 + 89.15x_2 - 3.81x_3 + 1972x_4 + 38.36x_5 + 87.19x_6$$

با انحراف معیار باقیمانده s=۳/۰۷Mpa

انحراف معیار باقیمانده به صورت زیر تعریف می شود:

$$s=\sqrt{\frac{\sum (y_i-\hat{y}_i)^2)}{n-p}}$$

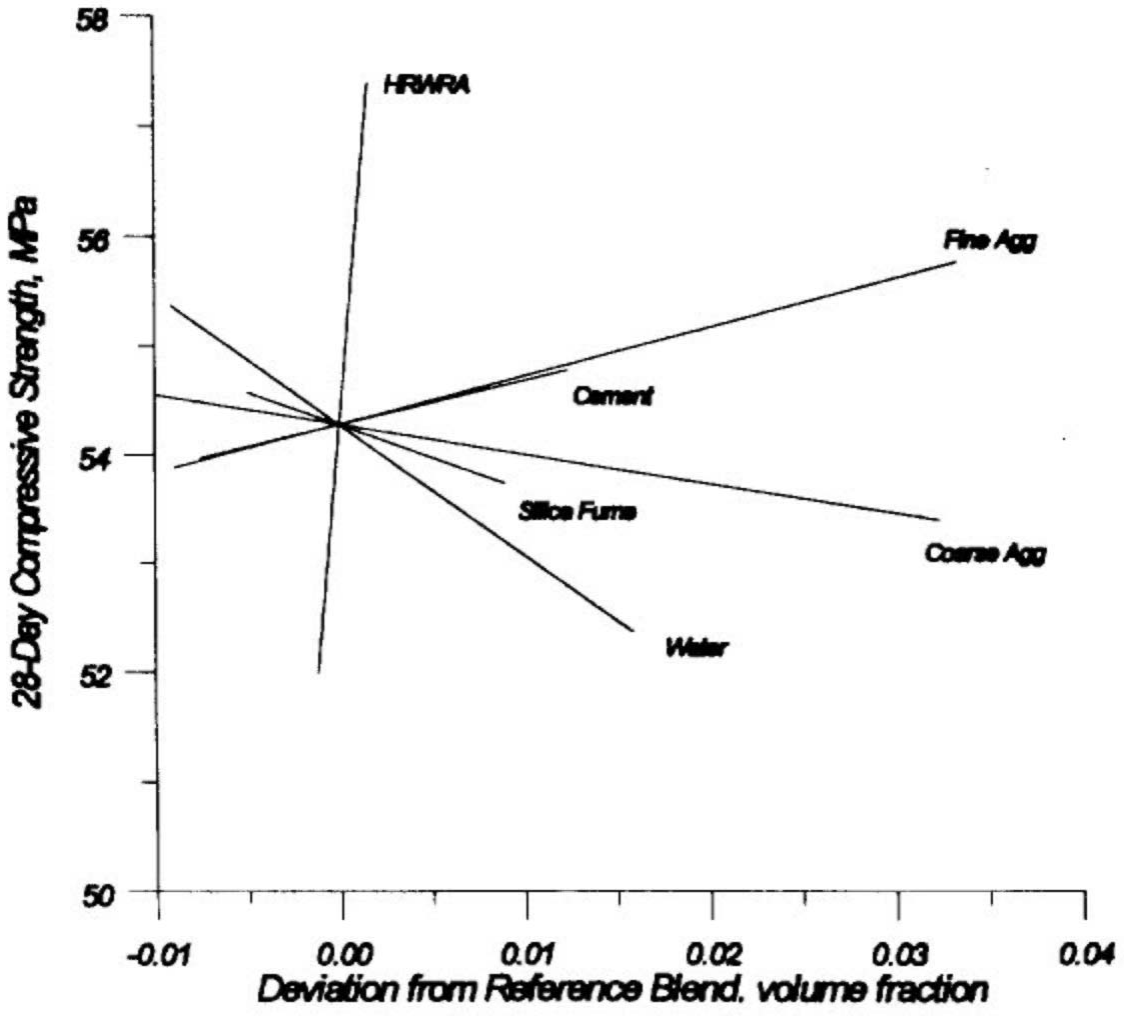
که در آن n=۳۶ تعداد مشاهدات و p=۶ تعداد پارامترهای مدل است. مقدار S نزدیک به ارزش تکرارپذیری (انحراف معیار عناصری که دقیقاً تکرار شدند) نشانه ای از دقت مدل می باشد. ارزش تکرارپذیری برابر ۳/۳۹ Mpa می باشد که نزدیک به S است.

اعتبار مدل بدست آمده بعداً با امتحان کردن طرحهای باقیمانده بررسی می شود. باقیمانده ها اختلاف داده های مشاهده ای از مقادیری است که از مدل بدست آمده اند(yi - y^i). باقیمانده(yi - y^i) میزان خطای (e_i) مدل را برآورد می نماید.

مقادیر e_i ها، تصادفی، با توزیع نرمال و میانگین صفر و انحراف معیار ثابت ارزیابی شدند. مقادیر باقیمانده ای که این خطاها را برآورد می کنند باید خواص مشابهی داشته باشند. یک مدل مناسب لزوماً باید تمامی اطلاعات را به فرم داده هایی بدون ساختمان خاص دریافت نموده و باقیمانده هایی تصادفی داشته باشد. اگر ساختمان داده ها در باقیمانده ها نیز باقی بماند رسمهای باقیمانده ای اغلب روشی را برای چگونه تغییر دادن مدل جهت برداشتن ساختمان داده ها ارائه می نمایند.

تفسیر گرافیکی

همینکه یک مدل قابل قبول بدست آمد می توان با استفاده از طرحهای پاسخ و طرحهای کانتور آن را به صورت گرافیکی تفسیر نمود. یک طرح پاسخ در شکل ۴ نشان داده شده است.



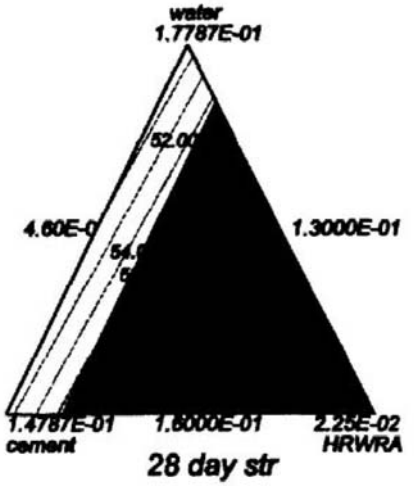
شکل ۴. **Trace plot** برای مقاومت ۲۸ روزه

این شکل از شش طرح که روی هم گذاشته شده اند تشکیل شده و برای هر جزء یک منحنی رسم شده است. برای یک مقدار مشخص از اجزاء، مقدار بدست آمده پاسخ رسم شده و شکل تغییرات یک مولفه را از مقدار حداقل به حداکثر خود در صورتی که سایر پارامترها ثابت باشند (همان نسبت مشخص شده در طرح اختلاط اصلی را داشته باشند) نشان می دهد.

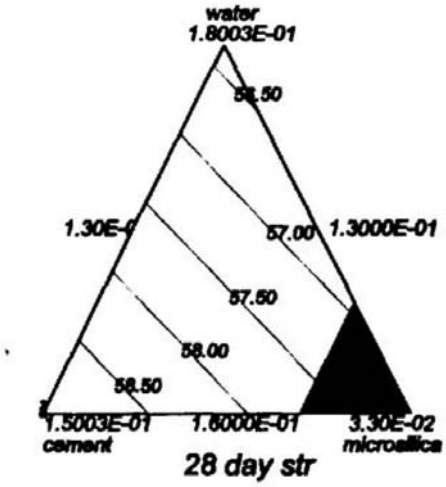
همانطور که انتظار می رود افزایش مقدار آب باعث کاهش مقاومت می شود در حالی که افزایش مقدار سیمان سبب افزایش مقاومت می گردد.HRWRA بیشترین تأثیر را داشته بطوری که با بیشترین مقدار HRWRH بیشترین مقاومت بدست می آید. این امر ممکن است مربوط به پراکندگی بهتر سیمان و گرد

سیلیس به دلیل استفاده از مقادیر زیادتری از HRWRA باشد. جالب توجه است که افزایش گرد سیلیس باعث کاهش مقاومت می گردد. این کاهش آشکار هنگامی که با خطای آزمایش مقایسه شود چندان قابل توجه نمی باشد.

طرحهای کانتور برای شناسایی شرایطی که بیشترین (یا کمترین) پاسخ را می دهند به کار می رود. به دلیل اینکه طرحهای کانتور در یک زمان فقط می توانند سه جزء را نشان دهند (بقیه اجزاء ثابت نگه داشته می شوند) چندین بار باید امتحان شوند. شکل ۵ یک طرح کانتور مقاومت ۲۸ روزه برای آب، سیمان و HRWRA با ثابت نگه داشتن سایر اجزاء می باشد. طرح نشان می دهد که مقاومت با افزایش HRWRA سریعاً افزایش می یابد که نتایج بدست آمده از طرح پاسخ را تأیید می نماید. از این رو در طرحهای کانتور بعدی HRWRA در حداکثر مقدار خود قرار داده می شود.



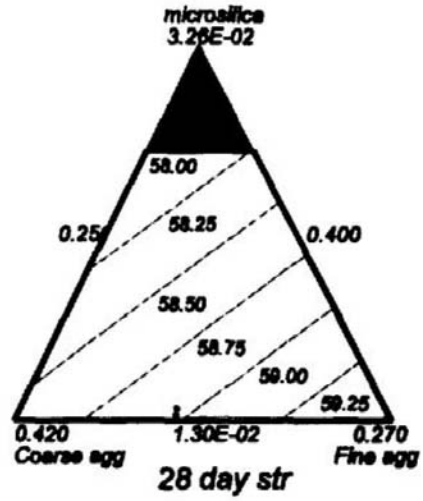
شکل 5. طرح کانتور برای مقاومت ۲۸ روزه با CA=.410، FA=.259 ، میکرو سیلیس=۰/۰۱۸



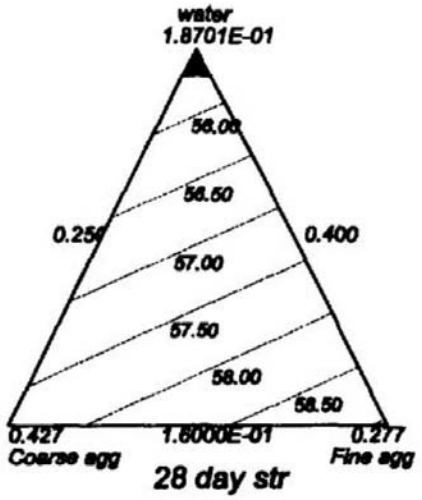
شکل 6. طرح کانتور برای مقاومت ۲۸ روزه باCA=.410 FA=.259، سیمان=۰/۱۵، HRWRA=0/0074

شکل ۶ یک طرح کانتور مقاومت ۲۸ روزه را برای آب، سیمان، میکروسیلیس و شکل ۷ یک طرح کانتور را برای آب، درشت دانه و ریزدانه نشان می دهد. در هر یک از این طرحها HRWR در حداکثر مقدار خود و سایر اجزاء در حد وسط خود قرار داده شده اند. این طرحها نشان می دهند که مقاومت با آب کمتر، سیمان

بیشتر، میکروسیلیس کمتر، درشت دانه کمتر و ریزدانه بیشتر افزایش می یابد. بهینه ترین میزان میکروسیلیس، درشت دانه و ریزدانه را می توان از شکل ۸ برای بهترین مقدار آب، سیمان و HRWRA بدست آورد. بهترین مقادیر (به صورت نسبت حجمی) عبارتند از: آب=۰/۱۶ ، سیمان=۰/۱۵ ، میکروسیلیس=۰/۰۱۳ ، HRWRA=۰/۰۰۷۴ ، درشت دانه=۰/۴ ، ریزدانه=۰/۲۷ این مقادیر برای مقاومت پیش بینی شده ۵۹/۵۳ Mpa (۸۶۳۴ Psi) می باشند.



شکل ۸. طرح کانتور برای مقاومت ۲۸ روزه با آب=۰/۱۶، سیمان=۰/۱۵، HRWRA=0/0074



شکل 7. طرح کانتور برای مقاومت ۲۸ روزه با سیمان=۰/۱۳۷۶، میکرو سیلیس=۰/۰۱۸ ، HRWRA=0/0074

مدلهایی برای سایر پاسخها

با استفاده از روند مشابهی که در بالا برای مقاومت ۲۸ روزه شرح داده شد، مدلهای زیر برای اسلامپ (y_2) ،مقاومت یک روزه (y_3) و نتایج RCT ۴۲ روزه (y_4) بدست آمدند:

$$\hat{y}_2 = 85.27x_1 - 94.09x_2 - 133.92x_3 + 955.63x_4 - 8.07x_5 + 6.69x_6$$

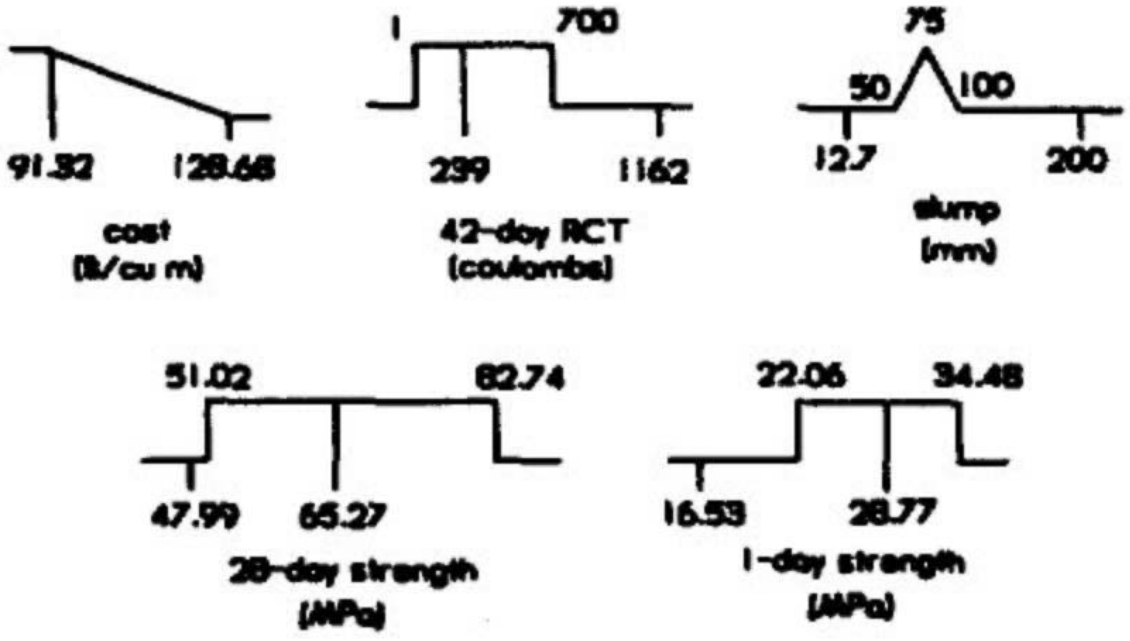
$$\hat{y}_3 = -1.752E+05x_1 + 2.573E+05x_2 - 10723x_3 - 1.732E+06x_4 + 8632x_5 - 15245x_6 + 6.107E+05x_1x_6 - 8.118E+05x_2x_6 + 6.328E+06x_3x_4 + 6.481E+06x_4x_6$$

$$\ln(\hat{y}_4) = 20.34x_1 - 2.99x_2 - 49.68x_3 - 29.65x_4 + 7.96x_5 + 4.15x_6$$

مدلهای خطی برای همه پاسخها به غیر از مقاومت یک روزه که در آن ۴ جمله درجه دوم مهم تشخیص داده شده بودند، مناسب بود. از آنجایی که طرحهای باقیمانده نشان دادند که انحراف معیار RCT ۴۲ روزه متناسب با میانگین می باشد، از لگاریتم طبیعی برای مدل کردن آن استفاده شد.

انتخاب بهینه ترین طرح اختلاط

بهترین طرح اختلاط بتن در اینجا به عنوان طرحی که کمترین قیمت را با دستیابی به مشخصات تعیین شده بدهد، می باشد. بهینه سازی عددی با استفاده از توابع مطلوبیت می تواند برای پیدا کردن طرح بهینه استفاده شود. ابتدا یک تابع مطلوبیت باید برای هر خاصیت تعریف شود. تابع مطلوبیت اعدادی بین ۰ تا ۱ می دهد و ممکن است به چندین روش تعریف شود.از مشخصات حداقل و حداکثر برای RCT و مقاومت، استفاده شده است.



شکل ۹ .توابع مطلوبیت برای بهینه سازی

به عنوان مثال برای مقاومت یک روزه مقدار مطلوبیت برای مقاومت کمتر از Mpa ۲۲/۰۶ (Psi ۳۲۰۰) برابر صفر و برای مقاومت بیشتر از Mpa ۲۲/۰۶ (Psi۳۲۰۰) برابر ۱ می باشد. میزان مطلوبیت برای مقاومت ۲۸ روزه و RCT ۴۲ روزه به روش مشابهی تعریف می شود. برای اسلامپ محدوده ۵۰ الی mm ۱۰۰ (۲ تا ۴ اینچ) تعریف شده ولی مطلوبترین مقدار نقطه وسط این محدوده یعنی ۷۵mm (۳ اینچ) می باشد. از این رو حداکثر مطلوبیت به مقدار mm ۷۵ داده شده و با یک روند خطی، مطلوبیت در طرفین این مقدار به صفر کاهش می یابد(شکل ۹). از آنجایی که هزینه باید مینیمم شود، تابع مطلوبیت به صورت خطی در محدوده هزینه های مشاهده شده در داده ها کاهش می یابد(شکل ۹). امکان استفاده از توابع پیچیده تری نیز وجود دارد. (به عنوان مثال توابع غیر خطی به جای خطی برای هزینه).

در یک طرح بهینه سازی عددی، طرح اختلاط بهینه مقدار میانگین هندسی (D) توابع مطلوبیت (di) را ماکزیمم می کند.

$$D=(d_1d_2d_3d_4d_5)^{1/5}$$

بر اساس نتایج تجربی، طرح اختلاطی که مقدار D را ماکزیمم نماید بر حسب نسبتهای حجمی به صورت آب=۰/۱۶ ، سیمان=۰/۱۳ ، میکروسیلیس=۰/۱۳ ، HRWRA=۰/۰۰۴۹۳ ، درشت دانه=۰/۴۰۴ ، ریزدانه=۰/۲۸۷ با هزینه $ ۹۲/۹۴ در هر متر مکعب می باشد. مقادیر پاسخ برای این طرح اختلاط عبارتند از: اسلامپ=mm ۷۵ (۳ اینچ) ، مقاومت یک روزه=Mpa ۲۲/۰۶ ، مقاومت ۲۸ روزه=Mpa ۵۴/۶۲ و مقدار RCT ۴۲ روزه = ۶۵۳ کولمب. اگر توابع بدست آمده برای هر خاصیتی بدون خطا فرض شوند، عملیات تحلیل به اتمام خواهد رسید. ولی عدم قطعیتی در توابع بدست آمده وجود دارد زیرا آنها با تخمین از یک سری از داده ها بدست آمده اند. برای مثال در طرح اختلاط اخیر مقدار مقاومت یک روزه Mpa ۰/۹۷± ۲۲/۰۶ (Psi ۱۴۰ ± ۳۲۰۰) پیش بینی می شود. عدم قطعیت موجود برای سطح اعتماد ۹۵٪ می باشد، یعنی ما ۹۵٪ اطمینان داریم که بازه (۲۳/۰۳ و ۲۱/۰۹) شامل مقدار درست مقاومت یک روزه برای این طرح اختلاط باشد. از این رو اگر از این طرح اختلاط استفاده شود کاملاً امکان خواهد داشت که مقاومت یک روزه بدست

آمده پایین تر از Mpa ۲۲/۰۶ (Psi ۳۲۰۰) باشد. بنابراین هر یک از این مشخصات باید برای منظور کردن اثر این عدم قطعیت تغییر یابد که این تغییر به موقعیت طرح اختلاط در محدوده ممکن آن بستگی دارد. این عدم قطعیتها در خواص می تواند برای تغییر دادن شرطها و تعریف یک طرح اختلاط بهینه جدید استفاده شوند. طرح اختلاط جدید دوباره باید برای اطمینان از اینکه مشخصات مورد انتظار را جواب دهند، چک شود. مقادیر پیش بینی شده و عدم قطعیتهای آنها در سطح اعتماد ۹۵٪ در طرح اختلاط جدید عبارتند از: اسلامپ=۱۵mm± ۷۵ (in ۰/۶ ± ۳/۰) ، مقاومت ۲۸ روزه Mpa ۲/۹۹ ± ۵۴/۶۲ (Psi ۴۳۴ ± ۷۹۲۲) ، RCT ۴۲ روزه= ۸۱ ± ۶۵۳ کولمب. شرطهای تغییر یافته روی پاسخها، با در نظر گرفتن عدم قطعیتها عبارتند از: ۸۶mm > اسلامپ > mm ۶۶ ، مقاومت یک روزه > Mpa ۲۳/۰۳ ، مقاومت ۲۸ روزه > Mpa ۵۳/۷۸ و RCT ۴۲ روزه < ۶۲۰ کولمب. بهترین طرح اختلاط برای این شروط جدید عبارتست از: آب=۰/۱۶۰ ، سیمان=۰/۱۳۵ ، میکروسیلیس=۰/۰۱۳۱ ، HRWRA=۰/۰۰۵۳۳ ، درشت دانه=۰/۴۰۱ و ریزدانه=۰/۲۸۵ به قیمت $ ۷۲/۵۴.

مقادیر پیش بینی شده و عدم قطعیتها در سطح اعتماد ۹۵٪ برای این طرح اختلاط عبارتست از:

اسلامپ=mm ۱۵ ± ۷۵ ، مقاومت یک روزه=Mpa ۰/۷۷ ± ۲۳/۰۹ ، مقاومت ۲۸ روزه=Mpa ۲/۷۲ ± ۵۵/۴۸ و RCT ۴۲ روزه=۸۱ ± ۶۱۷ کولمب. مقادیر حداقل و حداکثر مرزی برای همه پاسخها، مشخصات مورد انتظار را برآورده می سازند.

نتیجه گیری و پیشنهادات

در بتنهای با کارایی بالا که از تعداد اجزاء زیادی تشکیل شده اند و چندین خاصیت مورد نظر می باشد، استفاده از روشی سیستماتیک برای تعریف مجموعه ای از شرایط که طرح اختلاط بهینه را منجر شوند لازم و حیاتی است. طراحی با استفاده از آزمایش طرح اختلاط ها و تحلیل آماری نتایج آنها چنین شیوه ای را فراهم می سازد. این کار از طریق آزمایش محدوده قابل قبولی از پارامترهای مطلوب جهت مشخص کردن طرح اختلاط بهینه انجام می شود.

نوعاً ارزیابی می شود که مدلهای درجه دو برای نشان دادن هر یک از خواص در محدوده ای از شرایط مطلوب مناسب باشند. برای یک اختلاط با شش مولفه، ۲۱ طرح اختلاط برای بدست آوردن یک مدل درجه دو لازم می باشد. همچنین برای کنترل صحت مدل بدست آمده و قابلیت تکرار پذیری آن باید چندین آزمایش دیگر نیز تکرار شوند. حداقل انجام ۳۱ آزمایش توصیه می شود. برای مصالح و شرایط این آزمایش مدل خطی برای همه پاسخ ها به غیر از مقاومت یک روزه را می توان در نظر گرفت. هر چند که اگر یک مدل خطی یافت شود که برای همه پاسخهای مطلوب مناسب باشد تعداد انجام آزمایشات می تواند نصف شود. با اجزای متعدد و چندین پارامتر مطلوب روشهای سعی و خطا به راحتی می توانند باعث از دست دادن شرایط بهینه شده و منجر به هزینه های بالا برای تولیدکنندگان شوند.