

ارائه یک فاکتور فراموشی پویا در الگوریتم RLS و بکارگیری آن در شناسایی و ردیابی

هادی صدوقی یزدی

sadoghi@sttu.ac.ir

دانشگاه تربیت معلم سبزوار، دانشکده فنی و مهندسی، گروه برق

چکیده: برای افزایش کارایی الگوریتم RLS در محیط‌های غیرایستاد می‌توان از فاکتور فراموشی متغیر استفاده کرد. در این مقاله یک فاکتور فراموشی پویا ارائه می‌شود که با گرادیان معکوس ماتریس همبستگی داده‌های ورودی کنترل می‌گردد. این روش نسبت به روش کنترل فاکتور فراموشی با گرادیان MSE، شناسایی با همگرایی سریعتر و ردیابی با خطای کمتر را نتیجه می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی کارایی این روش را تایید می‌کند.

کلمات کلیدی: فاکتور فراموشی، RLS، ماتریس همبستگی، گرادیان MSE.

۱- مقدمه

فیلترهای وفقی دیجیتال در علوم مختلف کاربردهای زیادی دارند. وزنهای این فیلترها با توجه به ورودی و خطای تخمین یا پیش‌بینی، توسط الگوریتم‌هایی چون RLS¹ و LMS² بهنگام می‌شوند. قابلیت همگرایی سریع RLS، کاربردهای زیادی برای آن ایجاد کرده است. محققین برای افزایش کارایی، کاهش میزان محاسبات و افزایش سرعت اجرای الگوریتم RLS، روشهای مختلفی پیشنهاد کرده‌اند [۱]-[۷]. از جمله روشهای افزایش کارایی الگوریتم RLS، در محیط‌های غیرایستاد استفاده از فاکتور فراموشی وفقی است. RLS در محیط ایستاد سرعت همگرایی خوب و MSE³ کمی دارد. ولی در محیط‌های غیرایستاد با فاکتور فراموشی ثابت، CFF⁴، کارایی مناسبی نمی‌دهد. یک روش افزایش کارایی در محیط‌های غیرایستاد، کنترل فاکتور فراموشی یا کنترل طول پنجره بافر داده‌ها می‌باشد که منجر به افزایش قابلیت همگرایی و ردیابی فیلتر می‌شود [۸]-[۱۱]. روش کنترل فاکتور فراموشی مبتنی بر گرادیان MSE در [۸] ارائه شده است. در این کار از تغییر گرادیان MSE در تغییر فاکتور فراموشی استفاده می‌شود. در این مقاله یک الگوریتم با فاکتور فراموشی پویا، DFF-RLS⁵، ارائه می‌شود. این الگوریتم با روش GVFF-RLS⁶، ارائه شده در [۸] مقایسه می‌شود. در بخش ۲ الگوریتم RLS مختصراً بررسی می‌شود. در بخش ۳ الگوریتم پیشنهادی DFF-RLS معرفی می‌شود. بخش ۴ به نتایج حاصل از شبیه‌سازی اختصاص دارد و بخش پایانی شامل نتیجه‌گیری است.

۲- الگوریتم RLS

¹ Recursive Least Square

² Least Mean Square

³ Mean Square Error

⁴ Constant Forgetting Factor

⁵ Dynamic Forgetting Factor-RLS

⁶ Gradient-based Variable Forgetting Factor

الگوریتم RLS یک فیلتر وفقی با بهنگام‌سازی زمانی و نوعی تحقق فیلتر وینر است. این الگوریتم در پیدا کردن تابع انتقال و تابع معکوس یک سیستم، کاهش نویز و پیش‌بینی استفاده می‌شود. هدف این الگوریتم حداقل کردن مجموع وزن‌دار مربعات خطا است، تابع خطا در حوزه زمان مد نظر است و از رابطه ۱ بدست می‌آید:

$$\varepsilon_k = \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} e_i^2 \quad (1)$$

که e_k سیگنال خطاست و عبارتست از $e_k = d_k - X_k^T W_k$ و بردار وزنهای فیلتر RLS با ورودی $X_k = [x_1, \dots, x_L]^T$ است $0 \leq \lambda \leq 1$ فاکتور فراموشی است. هدف الگوریتم RLS پیدا کردن وزنهای بهینه وینر در رابطه (۳) است.

$$R_k W_k = P_k \quad (2)$$

$$W_k = R_k^{-1} P_k \quad (3)$$

که R_k تابع خود همبستگی سیگنال ورودی و P_k بردار همبستگی متقابل بین سیگنال ورودی و سیگنال مطلوب است. تحقق رابطه (۳) با الگوریتم RLS در رابطه زیر آمده است:

$$W_{k+1} = W_k + R_k^{-1} X_k e_k \quad (4)$$

از رابطه (۵) بدست می‌آید.

$$R_k^{-1} = \lambda R_{k-1}^{-1} - \frac{\lambda^{-2} R_{k-1}^{-1} X_k X_k^T R_{k-1}^{-1}}{1 + \lambda^{-1} X_k^T R_{k-1}^{-1} X_k} \quad (5)$$

۳- الگوریتم پیشنهادی DFF-RLS

افزایش سرعت همگرایی، عملکرد بهتر در محیط غیرایستاد و کاهش MSE از دلایل استفاده از فاکتور فراموشی است. در مرجع [۸] فاکتور فراموشی از رابطه (۶) بدست می‌آید:

$$\lambda_k = \lambda_{k-1} - \eta \nabla_{\lambda} (k) \quad (6)$$

که η گام حرکت و $\nabla_{\lambda} (k) = \nabla_{\lambda} (E\{e^2(k)\})$ گرادیان MSE است. در این مقاله DFF-RLS با کارایی بالاتری در سرعت همگرایی و کاهش MSE، نسبت به رابطه (۶) ارائه می‌شود.

در الگوریتم پیشنهادی در تخمین یا پیش‌بینی، با کاهش SNR اثر نمونه‌های قبلی کمتر می‌شود. در عمل بنوعی از تغییر میزان همبستگی بین نمونه‌ها میزان نویزی بودن داده‌ها بدست می‌آید. این کار با استفاده از معکوس ماتریس همبستگی، رابطه (۵)، که در الگوریتم RLS بکار رفته است، انجام می‌شود. درجه غیر ایستاد بودن محیط با $tr(R)$ متناسب است [۱۲]، در این مقاله از $tr(R^{-1})$ استفاده می‌شود که هم به سادگی در دسترس است و هم درجه ایستاد بودن محیط را نشان می‌دهد. فاکتور فراموشی پویای پیشنهادی، DFF، در رابطه (۷) آمده است.

$$\lambda_k^{-1} = \lambda_{k-1}^{-1} - \eta \nabla tr(R_k^{-1}) \quad (7)$$

که $\nabla tr(R_k^{-1}) = tr(R_k^{-1}) - tr(R_{k-1}^{-1})$ و $tr(R_k^{-1})$ تریس^۱ معکوس ماتریس همبستگی تا نمونه k ام است.

۱-۳- بررسی عملکرد DFF-RLS

الگوریتم DFF شبیه یک هموارساز در محاسبه معکوس ماتریس همبستگی عمل می‌کند. میزان هموارسازی به درجه ایستاد بودن محیط وابسته است که از $tr(R_k^{-1})$ بدست می‌آید و تغییر درجه ایستاد بودن از $\nabla tr(R_k^{-1})$ بدست می‌آید. اگر درجه ایستاد بودن

^۱ Trace

محیط کم شود یا نویز در داده‌ها افزایش یابد در اینصورت $\nabla tr(R_k^{-1})$ منفی خواهد شد که منجر به افزایش λ_k^{-1} نسبت به λ_{k-1}^{-1} می‌شود یا فاکتور فراموشی λ_k کاهش می‌یابد. کاهش فاکتور فراموشی طبق رابطه (۱) کاهش MSE و افزایش λ_k^{-1} را دنبال دارد، یعنی پنجره داده‌هایی که در محاسبه ماتریس همبستگی استفاده می‌شود طبق رابطه (۵) بزرگ می‌شود. افزایش پنجره، تاثیر بیشتر داده‌های قبلی و تاثیر کمتر داده نویزی دریافتی را در محاسبه معکوس ماتریس همبستگی سبب می‌شود. نویز سبب افزایش گستردگی مقادیر ویژه می‌شود گستردگی مقادیر ویژه از رابطه (۸) بدست می‌آید.

$$\text{Eigenvalue Spread} = \frac{\max(\text{eigenvalues})}{\min(\text{eigenvalues})} \quad (8)$$

الگوریتم DFF-RLS اثر نویز را در محاسبه معکوس ماتریس همبستگی کاهش می‌دهد بنابراین گستردگی مقادیر ویژه (رابطه ۸) نیز کم می‌شود. هر چه گستردگی مقادیر ویژه کمتر باشد سرعت همگرایی فیلتر بیشتر می‌شود [۱۳] بنابراین انتظار می‌رود که سرعت همگرایی DFF-RLS بیشتر از RLS معمولی باشد. در بخش بعدی نتایج آزمایش‌ها در شناسایی سیستم و ردیابی Chirp آغشته به نویز می‌آید.

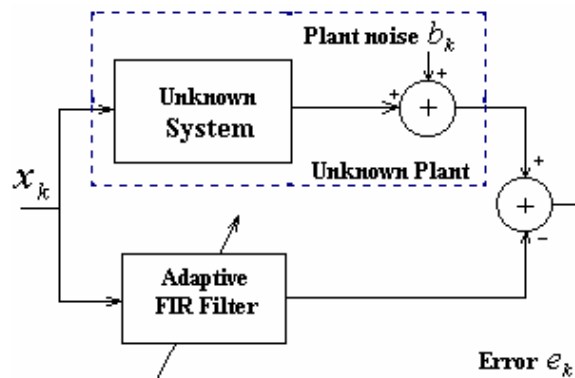
۴- نتایج شناسایی و ردیابی با DFF-RLS

در این بخش دو مسئله شناسایی یک سیستم ناشناخته و ردیابی chirp آغشته به نویز با سه الگوریتم RLS معمولی، GVFF-RLS [۸] و DFF-RLS پیشنهادی، بررسی می‌شوند. در مسئله شناسایی یک سیستم ناشناخته سرعت همگرایی سه الگوریتم را مقایسه می‌کنیم و در حل مسئله ردیابی chirp نویزی، قابلیت الگوریتم‌ها را در ردیابی، در محیط غیرایستاد بررسی می‌کنیم.

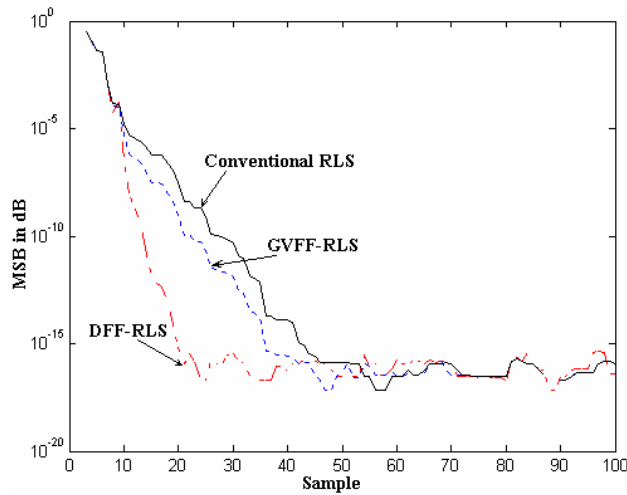
۴-۱- بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در شناسایی سیستم ناشناخته

شکل ۱ ساختار شناسایی یک سیستم را نشان می‌دهد. در این شکل b_k نویز سیستم است که یک نویز گوسی ایستاد با میانگین صفر و انحراف معیار σ_b^2 است، فرض می‌شود. یک سیگنال باندپهن x_k به ورودی سیستم ناشناخته و یک فیلتر افقی FIR اعمال می‌شود. هدف آنستکه پس از اعمال سیگنال ورودی، سیستم ناشناخته با یک فیلتر FIR تقریب زده شود.

شکل ۲ منحنی یادگیری تغییرات MSE را نشان می‌دهد. در این شکل، منحنی‌های یادگیری سه الگوریتم RLS معمولی، GVFF-RLS و DFF-RLS پیشنهادی مقایسه می‌شوند. در این آزمایش η در رابطه‌های (۶) و (۷) برابر 0.03 و λ_1 فاکتور فراموشی اولیه برابر $1/0$ است.



شکل ۱- شناسایی سیستم ناشناخته با فیلتر افقی FIR



شکل ۲- منحنی‌های یادگیری سه الگوریتم RLS معمولی، GVFF-RLS و DFF-RLS

سرعت همگرایی بیشتر الگوریتم پیشنهادی در شکل ۲ به دلیل کنترل فاکتور فراموشی در هموارسازی معکوس ماتریس همبستگی است. همانطور که قبلاً گفته شد الگوریتم پیشنهادی DFF-RLS گستردگی مقادیر ویژه را کاهش می‌دهد که این منجر به افزایش سرعت همگرایی الگوریتم پیشنهادی می‌شود. شکل ۳ گستردگی مقادیر ویژه سه الگوریتم پیشگفته را نشان می‌دهد. الگوریتم پیشنهادی نسبت به دو الگوریتم دیگر دارای گستردگی مقادیر ویژه کمتری است. بنابراین افزایش سرعت همگرایی نشان داده شده در شکل ۲ توجیه می‌شود.

۴-۲- ردیابی chirp آغشته به نویز

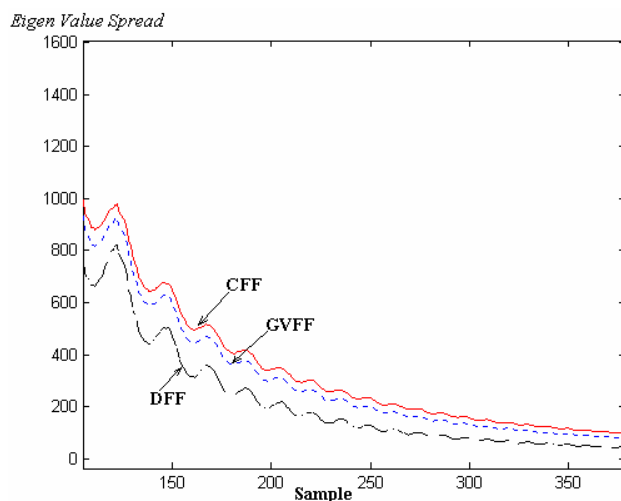
از سیگنال chirp برای آزمون الگوریتم‌ها در محیط غیرایستاد استفاده می‌شود. تغییر فرکانس یک سیگنال سینوسی، chirp را بوجود می‌آورد که برای شبیه‌سازی محیط غیرایستاد مناسب است [۱۲]. در این آزمایش فرکانس یک سیگنال سینوسی از صفر تا ۱۵۰ هرتز در مدت ۲ ثانیه تغییر داده می‌شود.

اگر درجه ایستاد بودن محیط کم شود یا SNR کاهش یابد فاکتور فراموشی λ_k نیز کاهش می‌یابد (شکل ۴). کاهش فاکتور فراموشی کاهش MSE را طبق رابطه (۱) بدنبال دارد (شکل ۵). در شکل ۵ MSE در SNRهای مختلف برای سه الگوریتم مورد مقایسه نشان داده می‌شود. در این آزمایش برای ورودی سیگنال chirp، SNR از رابطه (۹) بدست می‌آید.

$$SNR = 10 \log \left(\frac{D_s}{D_n} \right) \quad (9)$$

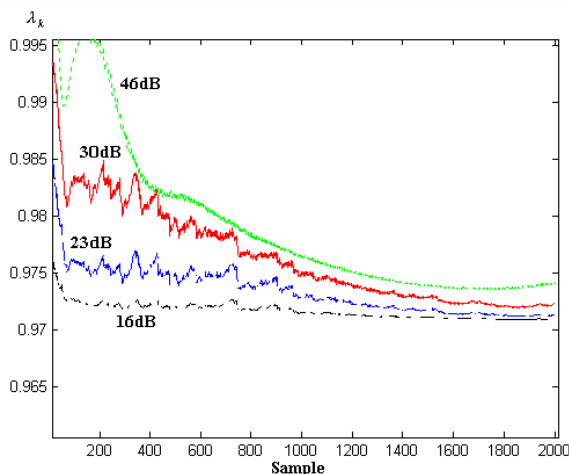
در رابطه فوق D_s دامنه سیگنال و D_n دامنه نویز است.

شکل ۵ کارایی هر دو الگوریتم GVFF-RLS و DFF-RLS را نسبت به RLS معمولی در ردیابی سیگنال chirp نویزی در SNRهای متفاوت نشان می‌دهد. DFF-RLS دارای MSE کمتری نسبت به GVFF-RLS است. متوسط MSEهای بدست آمده در SNRهای کمتر از ۱۶ دسی‌بل برای سه الگوریتم RLS، GVFF-RLS و DFF-RLS به ترتیب ۰/۹۷، ۳۶/۱۰۳ و ۴۴/۱۴۶ هستند و متوسط MSE برای SNRهای بزرگتر از ۱۶ دسی‌بل به ترتیب برابر ۴/۳۴، ۴/۴۴ و ۶/۶۲ هستند. این مقادیر، برتری روش پیشنهادی را تایید می‌کند.

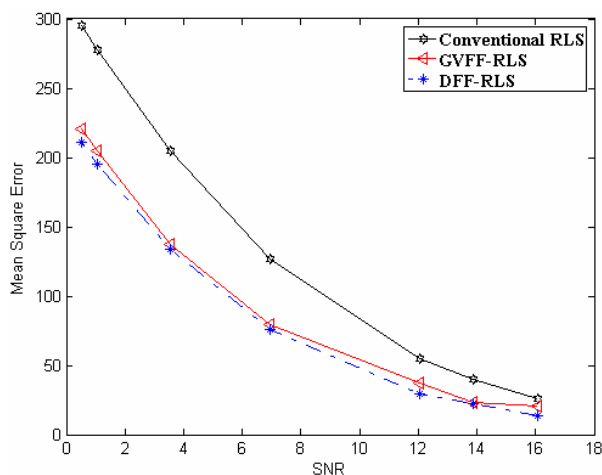


شکل ۳- مقایسه گسترده‌گی مقادیر ویژه سه روش در SNR=30dB

فاکتور فراموشی ثابت، CFF- فاکتور فراموشی رابطه (۶)، GVFF- فاکتور فراموشی پویای پیشنهادی، DFF.



شکل ۴- افزایش SNR سبب افزایش λ_k می‌شود.



شکل ۵- مقایسه MSE سه الگوریتم در SNRهای کمتر از ۱۶ دسی بل

۵- نتیجه گیری

در این مقاله یک فاکتور فراموشی پویا برای الگوریتم RLS ارائه شد که بر اساس گرادیان معکوس ماتریس همبستگی است. روش پیشنهادی با الگوریتم RLS با فاکتور فراموشی متغیر بر گرادیان MSE مقایسه شد و برتری آن در شناسایی و ردیابی نشان داده شد.

الگوریتم پیشنهادی باعث کاهش گستردگی مقادیر ویژه ماتریس همبستگی می شود که این موضوع سبب افزایش سرعت همگرایی و کاهش مقدار MSE در ردیابی chirp آغشته به نویز می شود.

۶- مراجع

- [1] S.Haykin, A.H.Sayed, J.Zeidler, P.Yee, P.Wei, "Tracking of linear Time-Variant Systems," Proc. MILCOM, pp.602-606, San Diego, Nov. 1995.
- [2] S.Vaseghi, Advanced Signal Processing and Digital Noise Reduction, John Wiley & Sons Ltd, 1996.
- [3] H.Sadoghi, M.Fathy, M.Lotfizad, "Vehicle Tracking at Traffic Scene with Modified RLS," International Conference on Image Analysis and Recognition, LNCS.3212, pp.623-632, Porto, October 2004.
- [4] H.Sadoghi, M.Lotfizad, M.Fathy, "Multi-Object Tracking with Clipped Input Data Recursive Least Square, CRLS," A accepted in 8th IEEE INMIC 2004, Dec 24-26 2004.
- [5] J. Jiang, R. Cook, "Fast Parameter Tracking RLS Algorithm with High Noise Immunity," Electronic Letters 28, pp. 2043-2045, October 1992.
- [6] D.J. Park, B.E. Jun, "Self-Perturbing RLS Algorithm with Fast Tracking Capability," Electronics Letters 28, pp. 558-559, March 1992.
- [7] J.M. Cio, T. Kailath, "Fast Fixed-Order, Least Squares Algorithms for Adaptive Filtering," ICASSP 83, Boston, 1983.
- [8] C.F. So, S.C. Ng, S.H. Leung, "Gradient Based Variable Forgetting Factor RLS Algorithm," Signal Processing 83, pp. 1163 - 1175, 2003.
- [9] T.R.Fortescue, L.S.Kershenbaum, B.E.Ydstie, "Implementation of Self-Tuning Regulators with Variable Forgetting Factors," Automatica 17, pp. 831-835, 1981.
- [10] D.J. Park, et al., "Fast Tracking RLS Algorithm Using Novel Variable Forgetting Factor with Unity Zone, Electronics Letters 27, pp. 2150-2151, Nov. 1991.
- [11] S. Song, et al., "Gauss Newton Variable Forgetting Factor Recursive Least Squares for Time Varying Parameter Tracking," Electron. Letters 36, pp. 988-990, May 2000.
- [12] S.haykin, Adaptive Filter Theory, 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [13] R.Yu, C.Chung Ko, "Lossless Compression of Digital Audio Using Cascaded RLS-LMS Prediction," IEEE Trans. Speech and Audio Processing, Vol.11, No.6, pp.532-537, Nov. 2003.