

## فشرده سازی اطلاعات با استفاده از تبدیل موجک

علی بخشی

[alibakhshi2020@gmail.com](mailto:alibakhshi2020@gmail.com)

باشگاه پژوهشگران جوان

مسعود رادمهر

[masoud\\_radmehr@yahoo.com](mailto:masoud_radmehr@yahoo.com)

دانشگاه آزاد اسلامی واحد علی آباد

چکیده: به منظور ثبت شکل موجهای مربوط به کیفیت توان از دستگاههای ثبت کننده استفاده می‌شود. به جهت ثبت کلیه انگشتاشات نیاز است که فرکانس نمونه برداری آن زیاد باشد. فرکانس نمونه برداری زیاد باعث می‌شود که حجم اطلاعات ذخیره شده مقدار قابل توجهی باشد. بدین جهت می‌توان با استفاده از تکنیکهای فشرده سازی از سیگنال اصلی تبدیل موجک گرفته و با قرار دادن یک سطح آستانه تعدادی از ضرایب را حذف کرد. این عمل باعث می‌شود به همراه به وجود آمدن تعدادی خطأ، حجم اطلاعات به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش یابد. در این مقاله بین روش‌های فشرده سازی مقایسه‌ای صورت گرفته است.

واژگان کلیدی: تبدیل موجک، فشرده سازی داده‌ها، آستانه گذاری نرم، آستانه گذاری سخت، بازنگری

### ۱- مقدمه

تحت شرایطی مناسب یک سیگنال را می‌توان فشرده کرد به طوری که تنها تعدادی از ضرایب نسبتاً کوچک برای بازسازی سیگنال مورد نیاز می‌باشند. دو روش اساسی برای فشرده سازی سیگنال وجود دارد: فشرده سازی با تلفات و فشرده سازی بدون تلفات. فشرده سازی بدون تلفات امکان بازسازی مطلوب سیگنال را به ما می‌دهد. در مقابل، در فشرده سازی با تلفات مقدار کوچکی خطأ جهت دست یافتن به نسبت‌های فشرده سازی بالاتر وجود دارد. برای فشرده سازی، سیگنال در ابتدا تحت یک مادر توسط تبدیل موجک تجزیه می‌شود. برای تجزیه دو سیگنال دو روش مورد بررسی قرار می‌گیرد: تجزیه موجک و تجزیه بسته موجک.

سپس بر روی سطوح، آستانه گذاری صورت می‌گیرد و ضرایب غیر مفید حذف شده و ضرایب مفید برای بازنگری باقی مانده و پس از اینکه آستانه گذاری صورت گرفت عمل بازنگری صورت می‌گیرد. برای ذخیره سازی اطلاعات در حوزه زمان همه اطلاعات سیگنال ذخیره می‌شوند اما برای ذخیره سازی اطلاعات در روش تبدیل موجک تنها مقدار مقادیر و زمان

آنها ثبت می‌شود که این کاهش حجم در ذخیره سازی بین  $\frac{1}{2}$  تا  $\frac{1}{5}$  را در بر دارد.

## 2- تبدیل موجک

سیگنالهای اندازه گیری شده ولتاژ و جریان در سیستمهای قدرت در حوزه زمان هستند. برای تجزیه و تحلیل این سیگنالها، گاهی لازم است آنها را به حوزه فرکانس ببریم. به این منظور به طور معمول از تبدیل فوریه استفاده می شود. کاربرد تبدیل فوریه برای سیگنالهای ایستان مناسب است.

در شرایطی که شکل موجهای غیر ایستان و پریودیک هستند، می توان از تبدیل فوریه زمان کوتاه (stft) استفاده کرد. تبدیل فوریه زمان کوتاه (stft)، یک طرح شامل اطلاعات زمانی و فرکانسی از سیگنال بدست می دهد. در تبدیل فوریه زمان کوتاه یک پنجره در نظر گرفته شده و تبدیل فوریه سیگنال، که در پنجره قرار دارد، محاسبه می شود. در تبدیل فوریه زمان کوتاه طول پنجره ها ثابت است.

برای شکل موجهای غیر ایستان از تبدیلات موجک نیز استفاده می شود. این تبدیل نیز همانند تبدیل فوریه زمان کوتاه یک طرح شامل اطلاعات زمانی و فرکانسی از سیگنال ارائه می دهد. با این تفاوت که طول پنجره ها ثابت نیست و به فرکانس تجزیه و تحلیل بستگی دارد. در تبدیلات موجک، پنجره های طولانی برای مؤلفه های فرکانس پایین و پنجره های کوتاه برای مؤلفه های فرکانس بالا مورد استفاده قرار می گیرد. تبدیل فوریه هر چند خود اغتشاش را مشخص می کند، اما موقعیت زمانی وقوع اغتشاش را نشان نمی دهد و این یکی از بزرگترین نواقص تبدیل فوریه است. از طرف دیگر تبدیل موجک هم اغتشاش وهم موقعیت زمانی آن را مشخص می کند.

تبدیل موجک فقط به بی نظمی و بی قاعده‌گی سیگنال حساس است، اما به رفتارهای عادی و با نظم سیگنال حساس نمی باشد. یعنی در واقع تبدیل موجک به مشتقات سیگنال حساس است. [1و2]

## 1-2- تبدیل موجک پیوسته

با انتخاب موجک مادر ( $\psi$ )، تبدیل موجک سیگنال ( $t$ )<sup>a</sup> دارای تعریف زیر است:

$$cwt(a,b) = \frac{1}{|a|^{\frac{1}{2}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) x(t) dt \quad (1)$$

علامت \* نشان دهنده مزدوج مختلط است. عکس تبدیل موجک از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} cwt(a,b) \left\{ \frac{1}{|a|^{\frac{1}{2}}} \psi \left( \frac{t-b}{a} \right) \frac{da db}{a^2} \right\} \quad (2)$$

که در (1) و (2) ضریب مقیاس  $a$  و  $b$  ضریب جابجایی یا انتقال می باشد و هر دو به صورت پیوسته در زمان تغییر می کند. در

فرمولهای فوق،  $\frac{t-b}{a}$  موجک فرزند (موجک مادر مقیاس شده و انتقال داده شده) می باشد.

## 2- تبدیل موجک گسسته

تبدیلات موجک پیوسته، یک همتایی برای کاربردهای دیجیتال دارد که تبدیلات موجک گسسته نامیده شده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Dwt(m, k) = \frac{1}{\sqrt{a_0^j}} \sum x(n) \psi\left(\frac{k - nb_0 a_0^j}{a_0^j}\right) \quad (3)$$

که در معادله فوق ( $t$ ) موجک مادر است و پارامترهای  $a$  و  $b$  توابعی از یک پارامتر صحیح  $j$  هستند که در آنها  $a = a_0^j$  و  $b = nb_0 a_0^j$  در معادله فوق،  $k$  یک متغیر صحیح است که تعداد نقاط نمونه برداری یک سیگنال را نشان می‌دهد. البته باید توجه شود که موجک گسسته به معنی گسسته بودن زمان  $t$  نیست بلکه به منظور گسسته شدن پارامترهای مقیاس و جابجایی  $(a, b)$  می‌باشد.

## 3- تجزیه سیگنال

همانطور که گفته شد دو روش برای تجزیه سیگنال مورد استفاده قرار می‌گیرد. در روش تجزیه موجک عادی سیگنال مورد نظر ما ( $y$ ) توسط تبدیل موجک تحت یک موجک مادر به دو سطح هموار  $CA$  و جزئیات  $CD$  تجزیه خواهد شد. سپس در مرحله دوم مجدداً  $CA$  به دو سطح  $CD2$  و  $CA2$  تجزیه خواهد شد و به همین ترتیب تا سطح مورد نظر مثلاً هشت سطح سطوح هموار را تجزیه می‌کنیم. تبدیل بسته موجک، تعمیم تبدیل موجک است و تجزیه دقیقتری از سیگنالهای غیر ایستان بدست می‌دهد. دلیل انجام عمل تجزیه بسته موجک آن است که در تبدیل موجک (که صفحه فرکانس- زمان به صورت لگاریتمی موزائیک بندی می‌شود) ممکن است در یک بازه اطلاعات فرکانس زیاد و در بازه دیگر اطلاعات فرکانس کم باشد. تبدیل موجک در آن بازه که اطلاعات فرکانس زیاد است، اطلاعات را به صورت کلی ارائه می‌هد. با عمل تجزیه بسته موجک می‌توان آن را به قسمتهای جزئی تجزیه نمود و در نتیجه به اطلاعات دقیقتری دست پیدا کرد. در این روش سیگنال مورد نظر ( $y$ ) در ابتدا توسط موجک مادر به دو سطح هموار  $CA$  و جزئیات  $CD$  تجزیه خواهد شد و در مرحله بعد سطح  $CA$  به دو سطح  $CA2$  و  $CD2$  تجزیه شده و  $CD$  نیز به دو سطح  $CA3$  و  $CD3$  تجزیه می‌شود و به همین ترتیب تا سطح مورد نظر هم سطوح هموار و هم سطوح جزئیات آستانه گذاری می‌شوند.

## 4- آستانه گذاری

پس از اینکه در هر مرحله تجزیه صورت می‌گیرد آستانه گذاری بر روی سطوح جزئیات انجام می‌شود. دو روش برای آستانه گذاری استفاده می‌شود: آستانه گذاری سخت و آستانه گذاری نرم.

## 4- آستانه گذاری سخت

در این روش از ضرایب موجکی که قدر مطلق آنها از  $w$  کوچکتر است صرفنظر شده (برابر صفر قرار داده می‌شود) و ضرایبی که قدر مطلق آنها از سطح آستانه ( $w$ ) بزرگتر است، بدون تغییر باقی می‌مانند.

## 4- آستانه گذاری نرم

در اینجا به طور مشابه از ضرایب موجکی که قدر مطلق آنها از  $w$  کوچکتر است صرفنظر می شود(برابر صفر قرار داده می شوند) و به جای ضرایبی که قدر مطلق آنها از سطح آستانه ( $w$ ) بزرگتر است، مقدار  $sign(CD_j)(|CD_j|-w)$  قرار داده می شود. روش عمومی آستانه به صورت زیر است:

$$w_j = 0.1 \times \max \{|CD_j|\} \quad (4)$$

## 5- انتخاب موجک مادر

در فشرده سازی اطلاعات نوع موجک مادر از اهمیت زیادی برخوردار است. نوع و میزان کاربرد یک موجک مادر، با توانایی آن موجک در بودجه آمدن ضرایب غیر صفر مرتبط است. تعداد ضرایب غیر صفر نه تنها در فشرده سازی اطلاعات مؤثر است ، بلکه در سرعت محاسبات و نویز زدایی نیز تاثیر زیادی دارد. انتخاب موجک مادر باید به گونه ای باشد که حداقل تعداد ممکن از ضرایب موجک صفر یا نزدیک به صفر باشد. اگر ضرایب موجک تابع  $f$  در سطوح تجزیه بالا کوچک باشد، ضرایب موجک زیادی قابل صرفنظر کردن می باشند. از جمله موجکهای مادر معروف می توان به موجکهای زیر اشاره نمود:

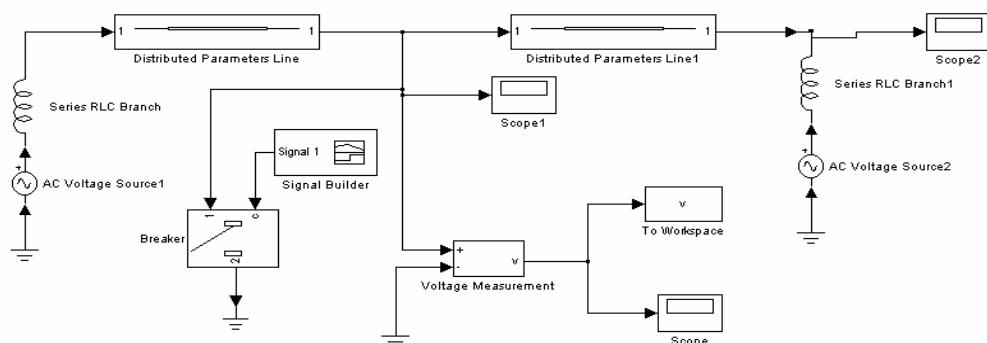
هار، دابشین، سیمیلت، کیفلت، مورلت، گاووس، گاووس مختلط، نامتعامد، نامتعامد معکوس، میر.[3]

## 6- بازترکیب

پس از آستانه گذاری و حذف ضرایب غیر مفید نوبت به بازسازی یا باز ترکیب سیگنال می رسد. در این مرحله با استفاده از تبدیل موجک معکوس تحت همان موجک مادر عمل باز ترکیب صورت می گیرد. در اینجا دو سطح آخر تجزیه توسط معکوس تبدیل موجک با یکدیگر ترکیب شده و سطح قبلی(هموار یا جزئیات) را بازسازی می کنند و به همین ترتیب یه صورت بازگشتی با ترکیب سطوح سیگنال اصلی را باز سازی می کنیم.

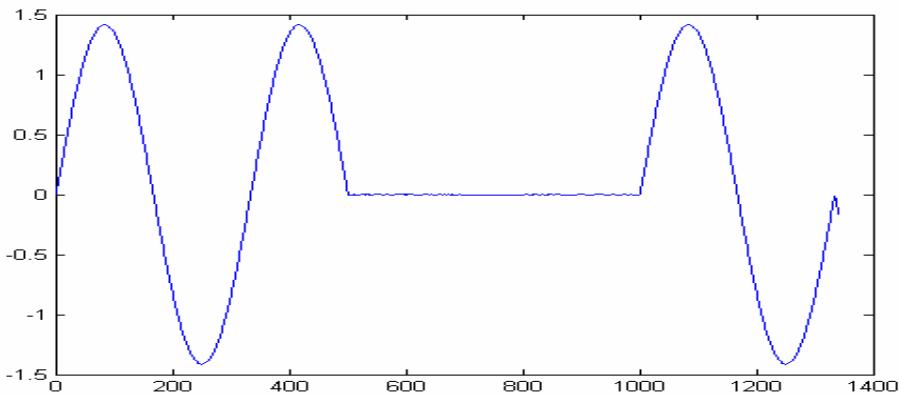
## 7- شبیه سازی و فشرده سازی یک سیگنال نمونه

شبکه ای که برای بدست آوردن سیگنال نمونه شبیه سازی شده است بصورت زیر می باشد :



شکل 1: شبکه شبیه سازی شده

سیگنال و شکل موج نقطه اتصال کوتاه در وسط خط انتقال بصورت شکل زیر می باشد:



شکل 2: شکل موج نقطه اتصال کوتاه

در مورد این سیگنال با توجه به مطالب گفته شده عمل تجزیه و به کمک تبدیل موجک و آستانه گذاری به شش روش ذکر شده در زیر انجام شده و مورد تجزیه و تحلیل دقیق قرار گرفته است.

1- بسته موجک با آستانه گذاری روی سطوح جزئیات

1-1 آستانه گذاری نرم

1-2 آستانه گذاری سخت

2- بسته موجک با آستانه گذاری روی تمامی سطوح

2-1 آستانه گذاری نرم

2-2 آستانه گذاری سخت

3- موجک

3-1 آستانه گذاری نرم

3-2 آستانه گذاری سخت

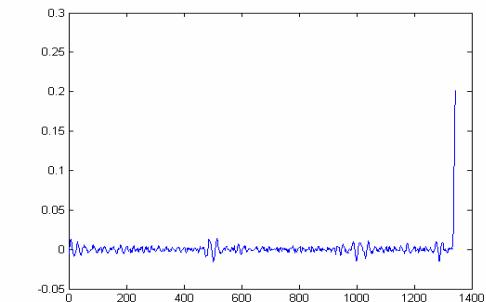
نتایج بدست آمده از شبیه سازی ها در جدول زیر آمده است:

جدول 1: نتایج بدست آمده از شش نوع تبدیل موجک

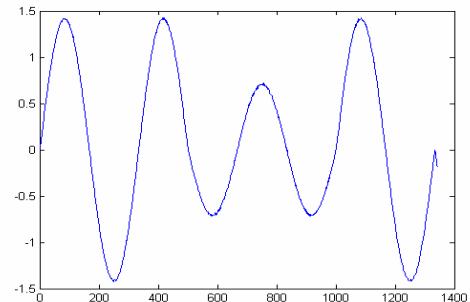
	آستانه گذاری نرم	آستانه گذاری سخت	$L(y)$	$R$	$N$
تجزیه بسته موجک با آستانه گذاری روی سطح جزئیات	✓		1342	260	0/1937
تجزیه بسته موجک با آستانه گذاری روی سطح جزئیات		✓	1342	260	0/1937
تجزیه بسته موجک با آستانه گذاری روی تمامی سطوح	✓		1342	546	0/4068
تجزیه بسته موجک با آستانه گذاری روی تمامی سطوح		✓	1342	546	0/4068
تجزیه موجک	✓		1342	140	0/1043
تجزیه موجک		✓	1342	140	0/1043

که در آن ( $y$ ) طول شکل موج اصلی،  $R$  تعداد ضرایب مفید و  $N$  نسبت فشرده سازی است.

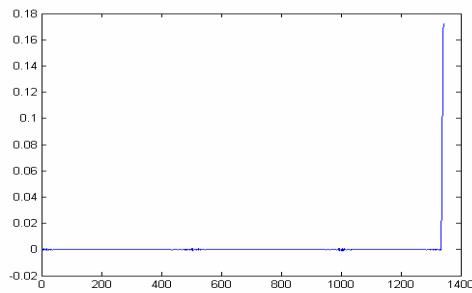
همچنین در هر مورد شکل موجهای سیگنال بازترکیب و شکل موج اختلاف بین سیگنال اصلی و سیگنال بازترکیب در زیر در شکل های (آ) 3 تا (ر) 3 آمده است:



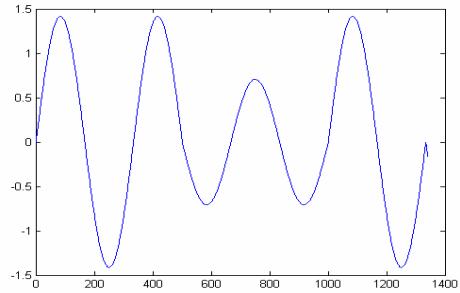
(ب) 3: شکل موج اختلاف سیگنال اصلی و باز ترکیب شکل 1-1



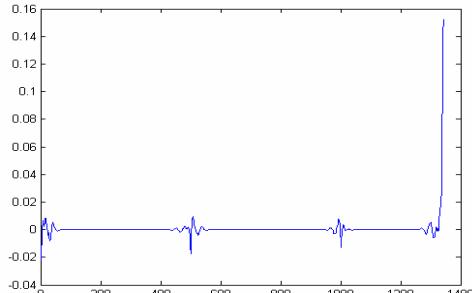
(آ) 3: شکل موج باز ترکیب شکل 1-1



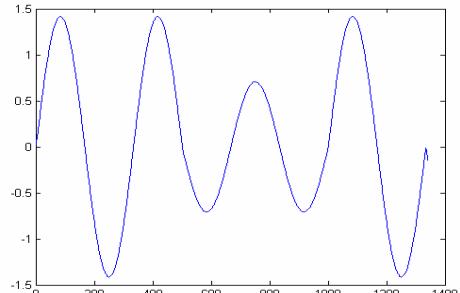
(ت) 3: شکل موج اختلاف سیگنال اصلی و باز ترکیب شکل 2-1



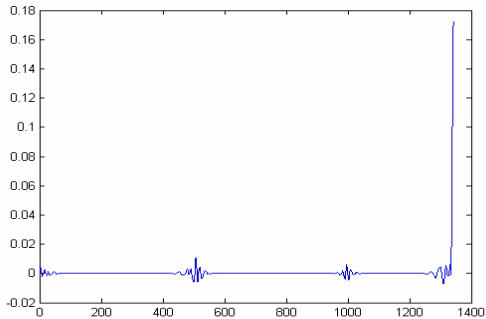
(پ) 3: شکل موج باز ترکیب شکل 2-1



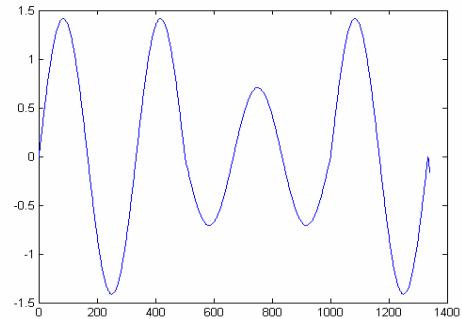
(ج) 3: شکل موج اختلاف سیگنال اصلی و باز ترکیب شکل 2-2



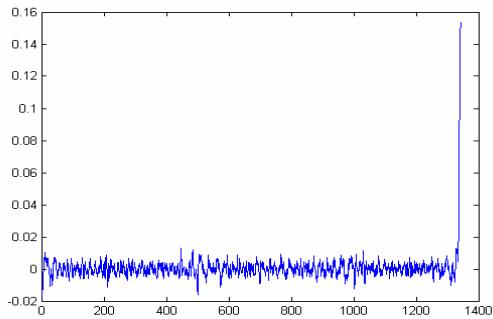
(ث) 3: شکل موج باز ترکیب شکل 2-2



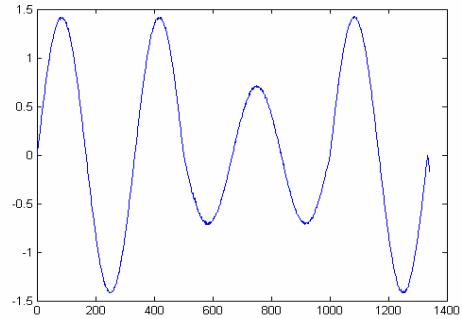
(د) شکل موج اختلاف سیگنال اصلی و باز ترکیب شکل 2-3



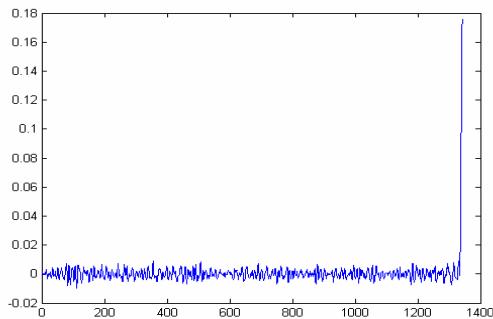
(ج) شکل موج باز ترکیب شکل 2-3



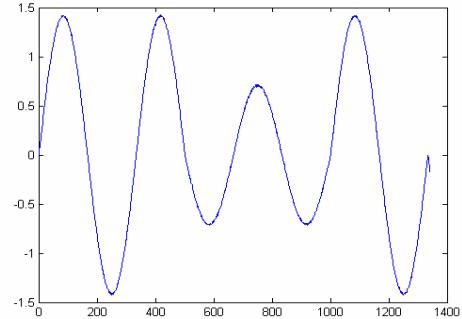
(د) شکل موج اختلاف سیگنال اصلی و باز ترکیب شکل 1-3



(خ) شکل موج باز ترکیب شکل 1-3



(ر) شکل موج اختلاف سیگنال اصلی و باز ترکیب شکل 2-3



(ذ) شکل موج باز ترکیب شکل 2-3

همچنین واریانس و مقدار متوسط بین سیگنال اصلی و سیگنال باز ترکیب محاسبه شده است که نتایج به شرح ذیل می باشد:

جدول 2: واریانس و میانگین اختلاف بین سیگنال اصلی و باز ترکیب در شش نوع شبیه سازی

	1-1	2-1	1-2	2-2	1-3	2-3
واریانس	0/000067514	0/000078304	0/0117	0/00054807	0/000067493	0/00007766
میانگین	0/0005657	0/00059571	0/0170	0/00020669	0/00055625	0/00059109

## 8- نتیجه گیری

در این مقاله بین روش‌های مختلف فشرده سازی به کمک تبدیل موجک و تبدیل بسته موجک مقایسه‌ای صورت گرفت. مقایسه بررسی یک سیگنال ناشی از اتصال کوتاه در وسط یک خط انجام شد. با توجه به شبیه سازی‌های انجام شده مشخص شد که روش تجزیه بسته موجک با آستانه گذاری روی تمامی سطوح بهترین نسبت فشرده سازی و بهترین سیگنال بازترکیب شده را دارا می‌باشد. با توجه به نتایج شبیه سازی‌ها می‌توان بیان نمود که هرگاه نسبت فشرده سازی بالاتر مورد نیاز باشد، دقت سیگنال بازترکیبی کمتر می‌شود و بالعکس پس باید یک حالت بهینه‌ای را بین دو پارامتر فوق در نظر گرفت. این حالت بهینه با توجه به کاربرد مورد نظر قابل تعیین است.

## 9- مراجع

- [1] Santoso, S., Powers, E. J., Grady, W. M., Parsons, A. C., "Power Quality Disturbance Waveform Recognition Using Wavelet-Based Neural Classifier—Part 1:Theoretical Foundation", IEEE Transaction on Power Delivery, Vol.15, No.1, PP.222-228, 2000.
- [2] Santoso, S., Powers, E. J., Grady, W. M., Parsons, A. C., "Power Quality Disturbance Waveform Recognition Using Wavelet-Based Neural Classifier—Part 2: Application", IEEE Transaction on Power Delivery, Vol.15, No.1, PP.229-235, 2000.
- [3] Misiti, M., Misiti, Y., oppenhime, G., poggi, J. M., wavelet toolbox user's guid : wavelet toolbox for use with MATLAB, the matwork, INC. ,Massachusetts ,1996.