

# طراحی کنترلر روباست $H^\infty$ برای سیستمهای پارامتری خطی متغیر

ناصر پریرز، محمد هادی مالک، امیرعلی مهاجرپور

گروه برق دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد

E-mail: n-pariz@ferdowsi.um.ac.ir ; ha\_ma12@stu-mail.um.ac.ir

چکیده - در این مقاله روشی برای طراحی کنترلر فیدبکی برای سیستمهای پارامتری خطی متغیر (LPV) ارائه شده است. تکنیک استفاده شده در حقیقت روش طراحی استاندارد  $H^\infty$  را برای سیستمهای LPV تعمیم می دهد. در این روش سیستم با استفاده از روش چندرسانی محدب مدل شده و ساختار کنترلر نیز مشابه ساختار سیستم در نظر گرفته می شود و برای طراحی کنترلر پایدار، از حل نامعادلات ماتریسی توسط جعبه ابزار LMI بهره گرفته می شود اما وجود نامعادلات غیرخطی، حل پذیری سیستم را با مشکلات زیادی روبرو می سازد که در این مقاله به بررسی روش گذر از این مشکل پرداخته می شود. از دیگر مزایای این روش قابلیت افزودن شرایط و قیود اضافی مورد نظر طراح به نامعادلات ماتریسی مورد استفاده برای بدست آوردن کنترلر می باشد. در این مقاله به موضوع جایابی قطب نیز اشاره شده و قیود لازم برای قرار گرفتن قطبهای حلقه بسته در مکان مطلوب در نظر گرفته شده است. در پایان سیستم غیرخطی تعلیق خودرو جهت بررسی عملکرد کنترلر طراحی شده در نظر گرفته شده است.

کلیدواژه: کنترل LPV، کنترل روباست  $H^\infty$ ، مدل چند راسی، نامعادلات ماتریسی خطی، سیستم تعلیق

## ۱- مقدمه

در مجموعه سیستمهای خطی متغیر با زمان، کلاسی از سیستمها، به سیستمهای پارامتری خطی معروف شده است. تمام معادلات فضای حالت به صورت پیوسته و متغیر با زمان به پارامتر  $\theta(t)$  بستگی دارد. در این سیستمها، پارامتر  $\theta(t)$ ، از قبل شناخته شده نبوده و به صورت زمان واقعی قابل دسترس می باشد. این موضوع، تفاوت عمده بین سیستمهای LPV با LTI و LTV می باشد. چراکه سیستمهای LTI و LTV، سیستمهای offline بوده و ماتریسهای فضای حالتی آن از ابتدا مشخص است در حالیکه در سیستمهای LPV، پارامتر  $\theta(t)$ ، بصورت online مشخص می شود. بر طبق مدل LPV، روشهای طراحی LPV مطرح گردیده است که اساس آن تبدیل مدل غیرخطی به یک مدل خطی با پارامتر متغیر و طراحی کنترلر برای آن است. [۴] [۷]

بکارگیری کنترل روباست  $H^\infty$  و تطبیقی برای سیستمهای خطی غیرمتغیر با زمان (LTI)، نتایج بسیار رضایتبخشی را در طی سالهای گذشته به همراه داشته است و به نظر می رسد که تئوری کنترل روباست و تطبیقی به مرحله بلوغ خود رسیده باشد [۱] [۲] [۳]، اما این روشهای کنترل هنوز محدودیتهایی به همراه دارد. کنترلرهای روباست  $H^\infty$  غالباً در برابر سیستمهای فیزیکی که رفتارهای غیرخطی شدید و یا سیستمهایی که شرایط آنها در قضیه گین کوچک صدق نمی کند پاسخ مطلوبی نمی دهد و کنترل تطبیقی در برابر سیستمهایی که تغییرات دینامیکی سریعی دارند ناتوان است. و بنابراین استفاده از کنترلرهای غیرخطی غیر قابل اجتناب به نظر می رسد. اما طراحی و پیاده سازی این نوع از کنترلرها نیز بسیار پیچیده می باشد.

شونده و بردار خروجی کنترل شونده می باشند و سیگنال  $w \in L_2[0, \infty)$  نیز سیگنال اغتشاش ورودی به سیستم خواهد بود.

با تغییر پارامتر  $\theta(t)$  در فضای  $\Theta$ ، معادلات سیستم تغییر کرده و ماتریس گوشه های سیستم را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$S_i = \begin{bmatrix} A_i & B_{1i} & B_{2i} \\ C_{1i} & 0 & D_{12i} \\ C_{2i} & D_{21i} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

و بر این اساس ماتریس سیستم نیز مشخص خواهد شد:

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^k \alpha_i S_i : \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 0 \quad (4)$$

مدل بدست آمده، یک توصیف قابل قبول برای حالاتی است که مدل به صورت چندرسانی قابل بیان باشد و از آن می توان برای مباحث تئوری بهره گرفت. اگرچه در موارد عملی نیز این توصیف مناسب می باشد.

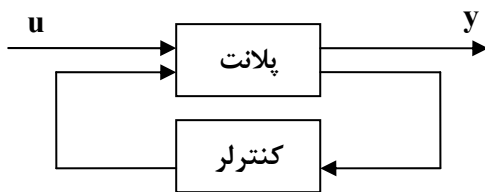
حال قبل از بیان چگونگی طراحی کنترلر قضیه زیر را که در تئوری کنترل  $H^\infty$  از آن بهره می گیرند بیان می کنیم:

قضیه [۱۰]: یک سیستم LPV با تحقق فضای حالتی زیر

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta(t))x(t) + B(\theta(t))u(t) \\ y(t) = C(\theta(t))x(t) + D(\theta(t))u(t) \end{cases} \quad (5)$$

دارای ضریب عملکرد  $\gamma$  می باشد اگر و فقط اگر دو رابطه معادل زیر برقرار باشد:

الف - سیستم در فضای  $\Theta$ ، پایدار بوده و  $\|y\|_2 \leq \gamma \|u\|_2$  (y خروجی کنترل شده و u ورودی خارجی می باشد).



شکل ۱: شمای سیستم حلقه بسته مورد مطالعه

ب ۱ - به ازاء هر  $\theta(t) \in \Theta$  ماتریس متقارن مثبت  $X$  وجود داشته باشد و

$$\begin{bmatrix} A^T X + XA & XB & C^T \\ B^T X & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} \prec 0 \quad (6)$$

لازم به ذکر است که استفاده از مدل های LPV برای طراحی کنترلرهای غیرخطی، با محافظه کاری همراه خواهد بود اما در کنار این نقص، مزیت های عمده این روش قابل چشم پوشی نیست که این مزیتها عبارتند از: [۷]

- در سیستم های غیرخطی، کنترلر LPV جواب های بهتری را نسبت به سایر انواع کنترلرها بدست می دهد.

- قابلیت آن را دارد که طراح چند هدف متفاوت را از طریق طراحی این کنترلر دنبال کند.

- روش طراحی کنترلر LPV را می توان در قالب روش های طراحی کنترلر خطی با کمترین تغییرات گنجانده.

در این مقاله، هدف طراحی یک کنترلر در قالب کنترلر های LPV می باشد. در حقیقت پارامترهای کنترلر  $H^\infty$  از طریق اندازه گیری بعضی از خروجی های سیستم و متغیرهای محیطی مشخص می گردد که وابستگی آن به بردار پارامترها مانند وابستگی سیستم اصلی خواهد بود.

## ۲- توصیف مدل چندرسانی در سیستم LPV [۱۰]

تعریف سیستم چند راسی: سیستم خطی (۱) چند راسی است

اگر ماتریس سیستم  $S(\cdot) = \begin{bmatrix} A(\cdot) & B(\cdot) \\ C(\cdot) & D(\cdot) \end{bmatrix}$  در یک

چند راسی حاصل از گوشه های تغییر کند یعنی:

$$S(\cdot) \in Co\{S_1, L, S_k\} = \left\{ \sum_{i=1}^k \alpha_i S_i : \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 0 \right\}$$

$S_1, \dots, S_k$  گوشه های سیستم می باشند.

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\theta(t))x + B(\theta(t))r \\ y = C(\theta(t))x + D(\theta(t))r \end{cases} \quad (1)$$

به بیان دیگر  $S(\cdot)$ ، یک ترکیب محدب از ماتریس های گوشه سیستم می باشد. اعداد نامنفی  $\alpha_1, L, \alpha_k$ ، مختصات چندرسانی ماتریس سیستم نامیده می شود.

اگر سیستم مورد مطالعه به صورت زیر پارامتری شود:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta(t))x(t) + B_1(\theta(t))w(t) + B_2(\theta(t))u(t) \\ z(t) = C_1(\theta(t))x(t) + D_{12}(\theta(t))u(t) \\ y(t) = C_2(\theta(t))x(t) + D_{21}(\theta(t))u(t) \\ \theta(t) \in \Theta \end{cases} \quad (2)$$

که  $x \in \mathbb{R}^n$ ،  $u \in \mathbb{R}^m$  و  $y \in \mathbb{R}^q$ ،  $z \in \mathbb{R}^p$  ترتیب بردار حالت، بردار کنترل، بردار خروجی اندازه گیری

$$\begin{bmatrix} A_e^T X + X A_e & X B_e & C_e^T \\ B_e^T X & -\gamma I & 0 \\ C_e & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} \text{p } 0 \quad (12)$$

برطبق مقادیر مختلفی که  $\theta(t)$  می تواند اختیار کند، نامساوی (۱۲) بی شمار قید را مطرح می کند اما چنانچه وابستگی ماتریسهای حالت سیستم  $X$ ، به پارامترها به صورت آفین باشد، این بینهایت قید به تعداد محدودی بر روی نقاط گوشه چندرسانی ماتریسی سیستم کاهش می یابد.

اما ماتریسهای سیستم حلقه بسته نسبت به پارامتر خطی نیست و بنابراین نمی توان نامساوی (۱۲) را با ابزار قدرتمند LMI به سادگی حل نمود. دو راه برای غلبه بر این غیرخطی وجود دارد. اولین راه محدود کردن کلاس سیستمهای LPV به سیستمهای با ماتریسهای وروی و خروجی نامتغیر با زمان می باشد یعنی: [۴] [۶] [۷].  $C_2(\theta) = C_2$  و  $B_2(\theta) = B_2$ .

روش دیگری که در این مقاله پیشنهاد می شود، یافتن کنترلی با ماتریس متغیر با زمان می باشد. قبل از ادامه طراحی یافتن کنترلی، لازم است قضیه شرط کافی برای پایدار سازی کنترلی  $H^\infty$  با تغییرات  $\theta$  بیان شود.

قضیه: چنانچه ماتریسهای متقارن مثبت  $X, Y \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  و ماتریسهای  $L \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  و  $F \in \mathfrak{R}^{n \times q}$  بوده و  $M_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  لهای نامساوی ماتریسی زیر باشد: [۵]

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \text{f } 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} H_i & Z_i + M_i & B_i & L^T D_{12}^T + Y C_1^T \\ * & G_i & X B_i + F D_{21} & C_1^T \\ * & * & \gamma I & 0 \\ * & * & * & \gamma I \end{bmatrix} \text{p } 0$$

آنگاه سیستم LPV بیان شده در رابطه (۲) با فیدبکی به فرم رابطه (۸) پایدار بوده و:

$$\|T_{zw}(s)\|_\infty \text{p } \gamma, \forall \theta \in \Theta$$

در رابطه ۱۳، علامت (\*) بکار رفته درایه های متقارن نسبت به قطر اصلی می باشد و همچنین:

چنانچه مدل سیستم، چندرسانی باشد بند ۱ به صورت زیر تغییر می یابد:

۲- برای هر  $i=1, L, k$ ، ماتریس متقارن مثبت  $X$  وجود داشته باشد و

$$\begin{bmatrix} A_i^T X + X A_i & X B_i & C_i^T \\ B_i^T X & -\gamma I & D_i^T \\ C_i & D_i & -\gamma I \end{bmatrix} \text{p } 0 \quad (7)$$

بعبارت دیگر نامساوی ماتریسی (۱۳) (LMI) باید برای تمام گوشه های چندرسانی محدب برقرار باشد.

### ۳- طراحی کنترلی فیدبکی $H^\infty$

هدف پیدا کردن یک کنترلی LPV بر روی تمام مسیرهای حالت  $\theta(t)$  می باشد به طوریکه:

- سیستم حلقه بسته پارامتری  $T_{zw}$  را پایدار سازد.
- $\gamma$  (نسبت نرم  $L_2$  خروجی به ورودی) را مینیمم کند.
- قطبهای حلقه بسته را در سمت چپ محور موهومی قرار دهد.

ساختار کنترلی را مانند ساختار سیستم، چندرسانی و به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$K(\theta) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(\theta) \cdot K_i \quad (8)$$

که در این ساختار،  $\sum_{i=1}^N \alpha_i(\theta) = 1$  و  $\alpha_i(\theta) \geq 0$

$$K_i = \begin{bmatrix} A_{ci} & B_{ci} \\ C_{ci} & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

اگر تحقق فضای حالتی حلقه بسته سیستم به فرم زیر باشد:

$$S_e: \begin{cases} \dot{x}(t) = A_e(\theta(t))x(t) + B_e(\theta(t))u(t) \\ y(t) = C_e(\theta(t))x(t) \end{cases} \quad (10)$$

که

$$A_e = \begin{bmatrix} A(\theta) & B_2(\theta)C_c(\theta) \\ B_c(\theta)C_2(\theta) & A_c(\theta) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B_e = [B_1(\theta) \quad B_c(\theta)D_{21}(\theta)]^T$$

$$C_e = [C_1(\theta) \quad D_{12}(\theta)C_c(\theta)]$$

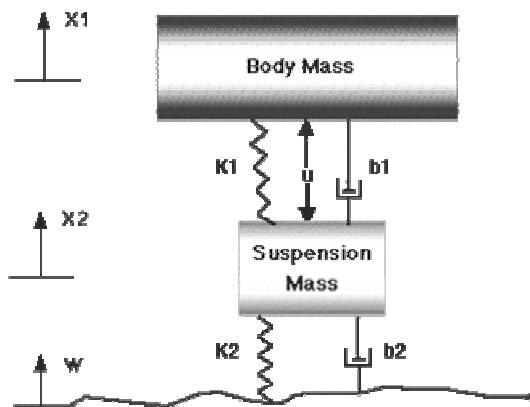
برای آنکه سیستم حلقه بسته فوق رفتار مطلوب را داشته باشد باید ماتریسهای  $X \text{ f } 0$ ،  $A_{ci}$ ،  $B_{ci}$  و  $C_{ci}$  را طوری یافت که دستگاه نامساوی رابطه (۷) برای هر مسیر ممکن  $\theta(t)$ ، برقرار باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \gamma \\ \left[ \begin{array}{cc} X & I \\ I & Y \end{array} \right] f 0 \\ \left[ \begin{array}{cccc} H_i & Z_i + M_i & B_i & L^T D_{12}^T + Y C_1^T \\ * & G_i & X B_i + F D_{21} & C_1^T \\ * & * & \gamma I & 0 \\ * & * & * & \gamma I \end{array} \right] p 0 \\ \left[ \begin{array}{cc} H_i & M_i^T + Z_i^T \\ M_i^T + Z_i^T & G_i \end{array} \right] + 2\alpha \left[ \begin{array}{cc} X & I \\ I & Y \end{array} \right] p 0 \end{array} \right. \quad (16)$$

در ادامه عملکرد کنترلر طراحی شده بر روی سیستم تعلیق که یک سیستم غیرخطی می باشد بررسی می شود.

### ۵- بررسی عملکرد کنترلر

برای بررسی عملکرد این کنترلر، یک چهارم سیستم تعلیق یک خودرو در نظر گرفته شده است. شکل ۲ نمایانگر ساختار این سیستم می باشد.



شکل ۲: شمای سیستم تعلیق خودرو

پارامترهای این سیستم به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} m_1 &= 2500 \text{ Kg} && \text{جرم بدنه} \\ m_2 &= 320 \text{ Kg} && \text{جرم سیستم تعلیق} \\ k_1 &= 80000(1 + 0.1 \sin 2\pi t) \\ k_2 &= 500000(1 + 0.1 \sin 2\pi t) \\ b_1 &= 350 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}, b_2 = 15020 \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_i &= A_i Y + Y A_i^T + B_{2i} L + L^T B_{2i}^T \\ G &= X A_i + A_i^T X + F C_{2i} + C_{2i}^T F^T \\ Z &+ A_i + Y A_i^T X + L^T B_{2i}^T X + Y C_{2i}^T F^T \end{aligned} \quad (14)$$

حال می توان بر اساس قضیه فوق، کنترلر را طراحی کرد. چنانچه نامساوی ماتریسی رابطه (۱۳) را به صورت قیدی برای مساله مینیمم سازی  $\gamma$  در نظر بگیرید، حاصل این مساله ماتریسهای  $X, Y, F, L$  و  $M_i$  خواهد بود و ماتریس تحقق فضای حالتی کنترلر نیز به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$K_i = \begin{bmatrix} A_{ci} & B_{ci} \\ C_{ci} & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$A_{ci} = (I - XY)^{-1} M_i$$

$$B_{ci} = (I - XY)^{-1} F$$

$$C_{ci} = L$$

که ماتریس کنترلر برای گوشه های سیستم می باشد.

### ۴- اعمال قیود اضافی

یکی از مزایای استفاده از روش گفته شده برای یافتن کنترلر، آن است که حل مساله مینیمم سازی  $\gamma$  با قیدهای بیان شده در رابطه (۱۳) را می توان با قیدهای بیشتر که مورد نظر طراح می باشد نیز انجام داد و ساختار حل مساله تغییر نخواهد داشت.

قضیه: سیستم (۲) با کنترلر فیدبکی (۸) پایدار بوده و قطبهای حلقه بسته آن در سمت چپ صفحه  $\forall \theta \in \Theta; \text{Re}(s) p - \alpha, \alpha f 0$  قرار خواهد داشت اگر ماتریس متقارن مثبت  $X_e$  وجود داشته باشد به قسمی که:

$$[10]$$

$$A_e X_e + X_e A_e^T + 2\alpha X_e p 0$$

با در نظر گرفتن این رابطه، مساله ما بصورت زیر حاصل خواهد شد:

معادله ۱۷ توصیف فضای حالتی سیستم را بیان می کند:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{12} u \\ y = C_2 x \end{cases} \quad (17)$$

که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{b_1 b_2}{m_1 m_2} & 0 & \frac{b_1}{m_1} \left( \frac{b_1 + b_2 + b_1}{m_2} \right) - \frac{k_1}{m_1} & -\frac{b_1}{m_1} \\ \frac{b_2}{m_2} & 0 & -\left( \frac{b_1 + b_2 + b_1}{m_1} \right) & 1 \\ \frac{k_2}{m_2} & 0 & -\left( \frac{k_1 + k_2 + k_1}{m_1} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{b_1 b_2}{m_1 m_2} & -\frac{b_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} \end{bmatrix}^T$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_1} & 0 & \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}^T$$

(۱۸)

$$D_{12} = 0$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 & \dot{x}_1 & y_1 & y_2 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = x_1 - x_2$$

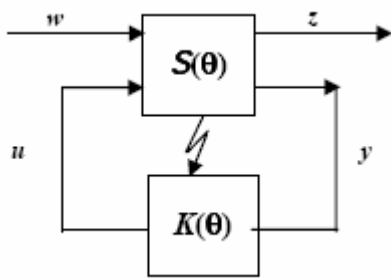
$$y_2 = \dot{x}_1 + \left( \frac{b_1}{m_1} + \frac{b_1}{m_2} \right) y_1 + \frac{b_2}{m_2} (w - x_2)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

شکل ۳ نمایانگر رفتار سیستم حلقه باز به یک تابع ضربه می باشد. همانطور که در شکل مشاهده می شود، سیستم تعلیق به زمان زیادی برای از بین بردن نوسانات نیاز دارد.

سیستم حلقه بسته مورد نظر در شکل ۴ مشاهده می شود. در این سیستم  $k_1$  و  $k_2$  بعنوان پارامترهای سیستم در نظر گرفته شده و بنابراین سیستم ما یک سیستم چهار راسی بوده که گوشه های سیستم  $S_1(72000, 450000)$ ،  $S_2(72000, 550000)$ ،  $S_3(88000, 450000)$  و  $S_4(88000, 550000)$  خواهد بود که برای هر کدام از گوشه ها، کنترلر  $K_i$  بر اساس روابط و نامعادلات (۱۳) و با استفاده از جعبه ابزار LMI، طراحی شده و کنترلر سیستم نیز با توجه به رابطه (۸) در نظر گرفته شده است.

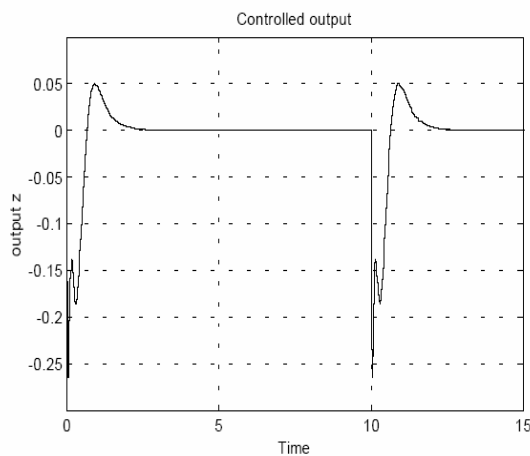


شکل ۴: شمای سیستم حلقه بسته

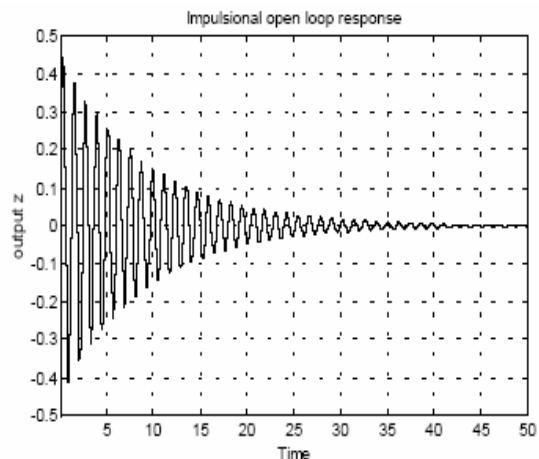
در طراحی کنترلر، شرط  $\text{Re}(s) < -2$  در نامعادلات لحاظ شده است.

با توجه به مجموعه اعمال فوق،  $\gamma$  برای کنترلر  $H^\infty$  طراحی شده در حدود ۱۵ خواهد بود.

پاسخ زمانی سیستم حلقه بسته کنترل شده به اِزاء اعمال ضربه در لحظات  $t = 0s$  و  $t = 10s$  در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵: پاسخ سیستم حلقه بسته کنترل شده به ورودی ضربه



شکل ۳: پاسخ حلقه باز سیستم تعلیق خودرو به ورودی ضربه

همچنین قطبهای حلقه بسته در مکان پیش بینی شده برای سیستم حلقه بسته قرار می گیرند.

### مراجع

[1] M. Chilali, P. Gahinet "H $\infty$  Design with pole placement constraints: An LMI approach". IEEE Transactions on automatic control, vol 41, N $^{\circ}$ 3, March 1996 pp 358-367.

[2] K. Zhou, K. Glover, B. Bodenheimer, J. Doyle "Mixed H $_2$  and H $\infty$  performance". IEEE Transactions on automatic control, vol39, N $^{\circ}$ 8, August 1994 pp 1564-1587.

[3] G. Garcia, J. Bernussou, D. Arzelier. "A LMI solution for disk pole location with H $_2$  guaranteed cost control" Proceedings of European Control Conference ECC'95, Roma (Italy), pages 3728-3733, 1995.

[4] P. Apkarian, P. Gahinet. "A convex characterization of gain scheduled H $\infty$  controllers". IEEE Transaction on Automatic Control. Vol. 40, N $^{\circ}$  5, May 1995 pp. 853-864.

[5] C. Courties, J. Bernussou, G. Garcia. "LPV control by dynamic output feedback". 1999 American Control Conference (ACC'99), San Diego (USA) 2-4 June 1999, pp. 2267-227.

[6] R. Ravi, R.M. Nagpal, and P.P Kargonekar " H $\infty$  control of linear time varying system". Int. J. Control. Opt. Vol.29, pp. 1394-1413, 1991.

[7] P. Apkarian, J.M. Biannic and P. Gahinet "Self scheduled H control of Missile via Linear Matrix Inequalities". J. of Guidance, Control, and Dynamics. Vol.18, No.3, May-June 1995.

[8] P. Gaspar, I. Szaszi, J. Bokor, "Active Suspension Design using linear parameter varying control", IJVAS, 2003.

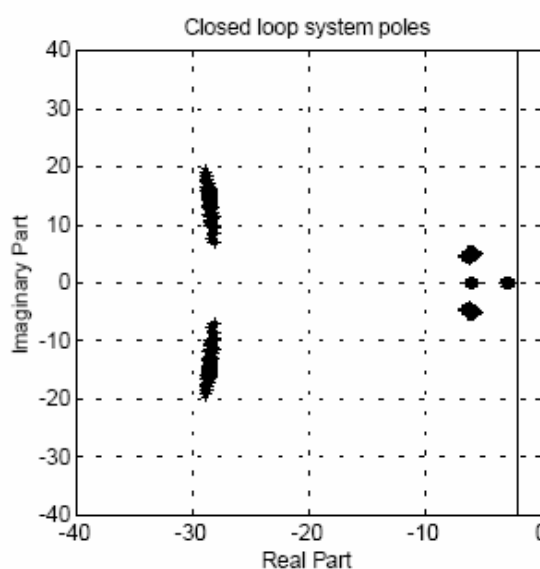
[9] I. Fialho, G. J. Balas, "Road Adaptive Active Suspension Design Using Linear Parameter Varying Gain-Scheduling", IEEE Trans. On Control System, Jan. 2002.

۱۰ - اقبال، ن.، "مدلسازی و کنترل LPV هواپیمای F16"، رساله کارشناسی ارشد کنترل، گروه برق دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی، ۱۳۸۳

پاسخ این سیستم، بهبود قابل توجهی را نسبت به سایر روشهای کنترلی (تطبیقی و روبااست  $H^{\infty}$ ) بکار رفته در مراجع [۸] و [۹] نشان می دهد.

شکل ۶، جایابی قطبهای سیستم حلقه بسته، هنگامی که  $S(k1, k2)$ ، مقدار تصادفی در چندراسی سیستم  $(S_1(72000, 450000))$ ،  $(S_2(72000, 550000))$ ،  $(S_3(88000, 450000))$  و  $(S_4(88000, 550000))$  انتخاب شود را نشان می دهد.

همانطور که می توان در شکل ۶ ملاحظه نمود، قطبهای حلقه بسته در ناحیه  $Re(s) < -2$  قرار گرفته اند.



شکل ۶ - جایابی قطب سیستم حلقه بسته

### ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، طراحی یک کنترلر فیدبکی برای سیستمهای پارامتری خطی متغیر مورد بررسی قرار گرفته است که نرم  $H^{\infty}$  تابع تبدیل بین سیگنال اغتشاش و خروجی کنترلر را می نیمم نماید و قطبهای حلقه بسته سیستم را نیز در مکان مطلوب جایگذاری کند. طراحی کنترلر LPV، به صورت یک مساله بهینه سازی با قیود نامعادلات خطی ماتریسی فرمول بندی شده است. در پایان با مقایسه پاسخ سیستم پس از اعمال کنترلر بدست آمده با پاسخ سیستم پس از اعمال کنترلرهایی که تا کنون بر روی این سیستم اعمال شده است، تواناییهای کنترلر LPV در برخورد با غیرخطی گریهای سیستم بیش از پیش آشکار می شود و