

کنترل غیر خطی و بهینه یک روبات بازیکن

سید مصطفی قدمی

کارشناس ارشد برق - کنترل دانشگاه صنعتی امیر کبیر

تلفن تماس - 0511-7244426

Smghadami@yahoo.com

چکیده- در این مقاله ابتدا روابط حاکم بر یک بازوی روبات بازیکن تنیس با دو درجه آزادی بصورت یک مدل غیر خطی $\dot{X}=f(X)+g(X)u$ استخراج می شود. سپس برای این مدل غیر خطی، مدل خطی شده حالت- ورودی محاسبه می گردد. پس از آن برای این مدل خطی، با تعریف معیار بهینه سازی مناسب و به کمک قانون کنترل بهینه، یک ورودی بهینه محاسبه می شود. بنابراین متغیرهای حالت مدل خطی از ورودی بهینه تبعیت می کنند. از آنجا که ورودی سیستم غیر خطی وابسته به ورودی سیستم خطی می باشد و از طرفی ورودی سیستم خطی یک ورودی بهینه می باشد، بنابراین ورودی سیستم غیر خطی یک ورودی بهینه خواهد بود. لذا سیستم غیر خطی، رفتاری معادل با سیستم بهینه خواهد داشت. در پایان با شبیه سازی معادلات حاکم بر روبات بازیکن و اعمال ورودی غیر خطی بهینه بر روی این سیستم، نتایج نشان می دهد که سیستم غیر خطی طراحی شده، بخوبی از رفتار بهینه مورد انتظار تبعیت می کند.

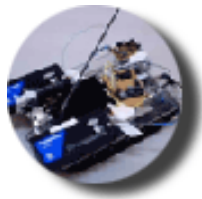
کلید واژه- روبات بازیکن تنیس، کنترل روبات با دو درجه آزادی، کنترل غیر خطی بهینه، مدل ISL.

1-مقدمه

از آنجا که روبات در مکانهای متعدد و شرایط سخت کارایی خوبی دارد، در دهه های اخیر کاربردهای فراوانی پیدا کرده است. از جمله کاربردهای روبات می توان کاربرد آنها در خانه، صنعت، ماهواره، چاههای عمیق، مکانهای تاریک جهت کارهایی مثل بار گیری، تخلیه بار، حفاری، قالب سازی فلزات [1] و مسائل پزشکی [2]، کارخانجات شیر [3]، کنترل مرکزی بر روی محصولات [4]، جوشکاری [5] و عملیاتهای ماهواره ای [6] نام برد.



شکل (1)- روبات آدم نما



شکل (3)- روبات مخصوص عملیاتهای ماهواره ای



شکل (2)- روبات عکاس

زاویه مطلوب بازوی متصل به راکت تنیس	q_{d2}
زاویه بین بازوی متصل به راکت و مرکز جرم m_e	δe
طول بازوی اول	L_1
فاصله بین مفصل اول و مرکز جرم بازوی اول	L_{c1}
فاصله بین مفصل دوم و مرکز جرم بازوی دوم	L_{ce}
گشتاور لختی بازوها	I_e, I_1

که مقادیرشان مطابق با (1) می باشد. [7].

$$\begin{aligned} m_1 &= 1(\text{kg}), m_e = 2(\text{kg}) \\ q_{d1} &= 60^0, q_{d2} = 90^0, \delta e = 30^0 \\ L_1 &= 1(\text{m}), L_{c1} = 0.5(\text{m}), L_{ce} = 0.6(\text{m}) \\ I_1 &= .12(\text{kg.m}^2), I_e = .25(\text{kg.m}^2) \end{aligned} \quad (1)$$

با توجه به این مقادیر گشتاور لختی اعمال شده بر هر بازو طبق رابطه (2) قابل محاسبه است. [7]

$$\begin{aligned} i_1 &= I_1 + m_1.L_{c1}^2 + I_e + m_e.L_{ce}^2 + m_e.L_1^2 \\ i_2 &= I_e + m_e.L_{ce}^2 \\ i_3 &= m_e.L_1.L_{ce}.\cos(\delta e) \\ i_4 &= m_e.L_1.L_{ce}.\sin(\delta e) \end{aligned} \quad (2)$$

بنابر این عناصر ماتریس لختی و ماتریس گریز از مرکز بصورت رابطه (3) بدست می آید. [7]

$$\begin{aligned} H_{11} &= i_1 + 2.i_3.\cos(q_2) + 2.i_4.\sin(q_2), \\ H_{12} = H_{21} &= i_2 + i_3.\cos(q_2) + i_4.\sin(q_2) \\ H_{22} &= i_2 \\ h &= i_3.\sin(q_2) - i_4.\cos(q_2) \end{aligned} \quad (3)$$

بدین ترتیب ماتریسهای لختی و گریز از مرکز، مطابق رابطه (4) مشخص هستند. [7]

$$\begin{aligned} H &= \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} -h\dot{q}_2 & -h(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ h\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

$$[7]. \quad (5)$$

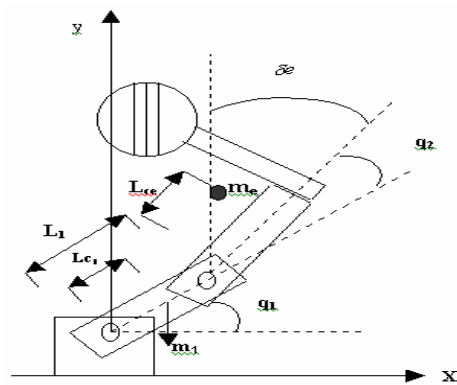
$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

همانطور که ملاحظه می کنید، در این سیستم، جهت کنترل بازوهای روبات از گشتاورهای τ_2, τ_1 استفاده می شود که بایستی از طرف سیستم کنترل به بازوهای

روبات مورد بحث در این مقاله، روبات بازیکن تنیس می باشد که جهت بازی سرگرم کننده تنیس طراحی شده است. سیستم کنترل بازوی روبات¹ بدین صورت است که یک سنسور نوری، موقعیت اولیه توپ تنیس را نسبت به موقعیت راکت (نصب شده بر روی انتهای بازوی روبات) شناسایی می کند. پس از آن با استفاده از سرعت و جهت حرکت توپ، راکت را از موقعیت اولیه به موقعیتی که توپ در آنجا قرار می گیرد، هدایت می کند. کاری که بازوی روبات باید انجام دهد، ردیابی مناسب فرامین کنترلی است. مدل بازوی روبات یک مدل پیچیده و غیر خطی از زوایای بازوها و سرعت دورانی آنها است.

2- مدل یک بازوی روبات

در این بخش با مدل یک روبات بازیکن تنیس آشنا می شوید. شکل (4) روبات بازیکن تنیس را نشان می دهد که بازوهای آن در یک صفحه با دو درجه آزادی حرکت می کنند. هدف این است که بازوهای روبات با سرعت مناسب به یک موقعیت q_d مطلوب هدایت شوند.



شکل (4) : شمایی از یک روبات تنیس باز

در این شکل پارامترهای نمایش داده شده بصورت جدول زیر می باشند.

نام	توضیح
m_1	جرم بازوی اول
m_e	جرم بازوی متصل به راکت تنیس
q_1	زاویه بازوی اول
q_2	زاویه بازوی متصل به راکت تنیس
q_{d1}	زاویه مطلوب بازوی اول

¹ -Robot Arm

$$u = \frac{v - L_f^{(n)} \phi}{L_g L_f^{(n-1)} \phi} \quad (10)$$

حال اگر بجای معادله مشخصه سیستم غیر خطی (9)، معادله مشخصه یک سیستم بهینه جایگزین شود، ورودی u ، یک ورودی برای سیستم بهینه خواهد بود.

4- طراحی کنترلر غیر خطی و بهینه:

در حالت کلی برای یک سیستم خطی (11)، ورودی که حالت‌های آن از یک مقدار مرجع تبعیت کند و تابع معیار (12) را مینیمم کند، با استفاده از تابع هامیلتونین [8] بشکل (13) قابل محاسبه خواهد بود.

$$\dot{z} = A.z + B.v \quad (11)$$

$$Y = C.z + D.v$$

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [(z-r)^T . Q . (z-r) + v^T . R . v] . dt \quad (12)$$

$$v = -R^{-1} . B^T . [K.z + S] \quad (13)$$

که S ، K از حل معادله ریکاتی [8] بدست می آیند. اساس طراحی کنترلر غیر خطی در این مقاله بدین صورت است که با تعریف یک معیار بهینه سازی با Q و R مناسب و با استفاده از مدل خطی شده حالت-ورودی (ISL)، با جایگزینی (13) در (10)، یک ورودی بهینه برای سیستم غیر خطی بدست خواهد آمد. بنابراین از دیدگاه سیستم غیر خطی (6)، این ورودی محاسبه شده، یک ورودی بهینه خواهد بود.

5- تعریف یک تابع معیار بهینه سازی مناسب

در روابط فوق فرض کنید که R مقداری بسیار کوچک باشد. در اینصورت ماتریس $B.R^{-1}.B^T$ بسیار بزرگ می شود. لذا از معادله ریکاتی، رابطه (14) استخراج می شود.

$$Q = K.B.R^{-1}.B^T.K \quad (14)$$

$$Qr = -K.B.R^{-1}.B^T.S$$

با جایگزینی (14) در (8) معادله زیر بدست می آید.

$$\dot{z} = -K^{-1}.Q.(z-r) \quad (15)$$

که جواب این معادله، به صورت شکل زیر خواهد بود.

$$z = r + \tilde{z}_0 . \exp(-K^{-1}.Q.(t-t_0)) \quad (16)$$

ملاحظه می کنید که هرچه مقدار Q بزرگتر (و مقدار R کوچکتر) باشد، همگرایی z به سمت r بیشتر می شود.

رویات اعمال شوند. در بخش بعدی قبل از طراحی کنترلر غیرخطی و بهینه برای بازوی روبات بازیکن تنیس، اشاره مختصری به روش طراحی کنترلر در سیستمهای غیر خطی شده است.

3- طراحی کنترلر برای یک سیستم غیر خطی [7]

$$f(x) \quad (6) \quad g(x)$$

$$\Omega \subset R^n \quad \phi : \Omega \rightarrow R^n \quad (7)$$

$$\dot{x} = f(x) + g(x).u \quad (6)$$

$$\begin{cases} z = \phi(x) \\ \dot{z} = L_f \phi \\ \vdots \\ z^{(n-1)} = L_f^{(n-1)} \phi \\ z^{(n)} = v = L_f^{(n)} \phi + L_g L_f^{(n-1)} \phi.u \end{cases} \quad (7)$$

به آن خطی پذیر حالت-ورودی⁵ گویند. لذا معادلات حالت و ماتریس حالت این مدل بصورت (8) بدست خواهد آمد.

$$\dot{z} = A.z + B.v \quad (8)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

در این مدل با تعریف خطا بشکل $e = z - z_d$ و معادله مشخصه ای بفرم (9)، ورودی سیستم غیر خطی بصورت رابطه (10) قابل محاسبه خواهد بود.

$$\Delta_{nonlinear}(s) = e^{(n)} + k_1.e^{(n-1)} + \dots + K_{n-1}.e = 0 \quad (9)$$

$$v = z_d^{(n)} - k_1.e^{(n-1)} - \dots - K_{n-1}.e$$

² Smooth

³ Input State Linearization (ISL)

⁴ -diffeomorphism

⁵ -Input State Linearizable

6- طراحی کنترلر غیرخطی بهینه برای بازوهای روبات بازیکن

در این بخش یک مدل ساده از رابطه (5) استخراج می گردد تا با توجه به روابط (8) - (16) کنترلر غیرخطی بهینه ای طراحی شود.

برای شروع فرض کنید که $\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$ باشد بنابراین معادله (5) بشکل (17) بدست می آید.

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = q_3 \\ \dot{q}_2 = q_4 \\ \begin{bmatrix} \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = H^{-1} \left\{ -c \begin{bmatrix} q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \right\} \end{cases} \quad (17)$$

حال اگر $z_1 = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$ ، $M = H^{-1}.c$ و $u = H^{-1}.\tau$

باشد. در اینصورت متغییر دوم بشکل زیر خواهد بود.

$$z_2 = \dot{z}_1 = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (18)$$

و رابطه (8) بصورت (19) بدست می آید.

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -M.z_2 + u = v \end{cases} \quad (19)$$

بنابراین برای هر کدام از حالتها می توان رابطه ای بصورت زیر نوشت.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.v \quad (20)$$

بعنوان یک نمونه، مراحل طراحی کنترلر غیرخطی

بهینه ای که تابع معیار (12) با $R=I$ و $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

را مینیمم کرده و از ورودی $r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ تبعیت می کند،

عبارتند از:

الف- حل معادله ریکاتی و محاسبه ماتریس K و S

$$K = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} -\sqrt{3} \\ -1 \end{bmatrix}$$

ب- محاسبه ورودی v با استفاده از رابطه (13)

$$v = 1 - z_1 - \sqrt{3}.z_2$$

ج- محاسبه سیستم خطی بهینه

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = v = 1 - z_1 - \sqrt{3}.z_2 \end{cases}$$

د- محاسبه معادله مشخصه سیستم خطی بهینه

$$\ddot{z}_1 + \sqrt{3}.\dot{z}_1 + z_1 = 1$$

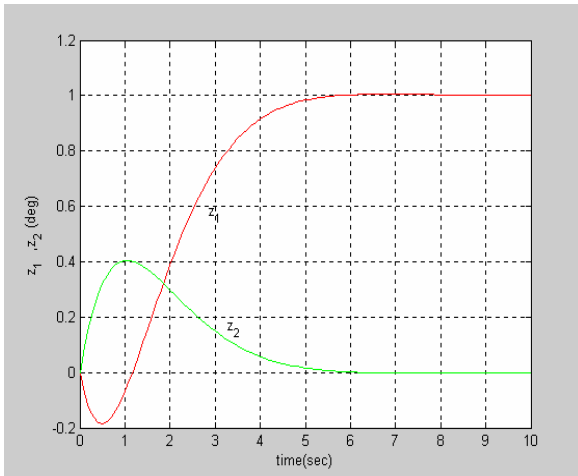
ه- محاسبه ورودی u با استفاده از (10)

$$u = 1 - z_1 - \sqrt{3}.z_2 + M.z_2$$

بنابراین مقدار هر کدام از حالتهای سیستم غیر خطی بشکل زیر خواهد بود.

$$\begin{cases} z_1 = 1 - e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}t} \cdot \cos\left(\frac{t}{2}\right) - 2\sqrt{3}.e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}t} \cdot \sin\left(\frac{t}{2}\right) \\ z_2 = 2e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}t} \sin\left(\frac{t}{2}\right) \end{cases}$$

که پس از 2.5 ثانیه به مقدار r همگرا می شوند.



شکل (5) - نمودار تغییرات زاویه ای بازو (Z_1) و راکت تنیس (Z_2)

با تغییر در مقدار ماتریسهای Q و R سرعت همگرایی و فراجهدش زوایای بازو و راکت تغییر خواهد کرد. در بخش بعدی با تعریف شرایط مختلف، وضعیت بازو و راکت روبات بازیکن شبیه سازی شده است.

7- نتایج شبیه سازی

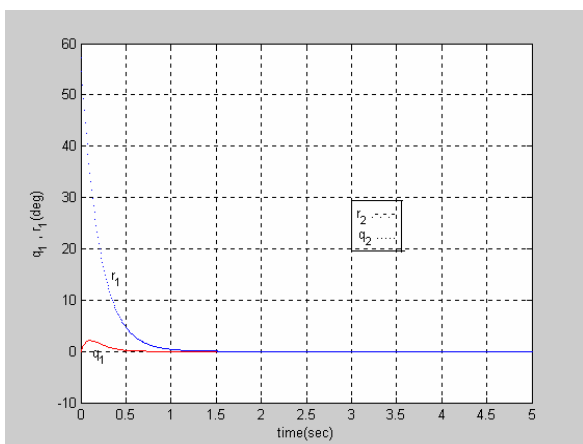
در این بخش نتایج شبیه سازی در شرایط مختلف نمایش داده شده است. در این شبیه سازیها فرض بر این است که سطح راکت تنیس به اندازه کافی بزرگ می باشد بطوری که در زوایای اطراف موقعیت مطلوب، قادر به پرتاب توپ تنیس است.

- حالت اول:

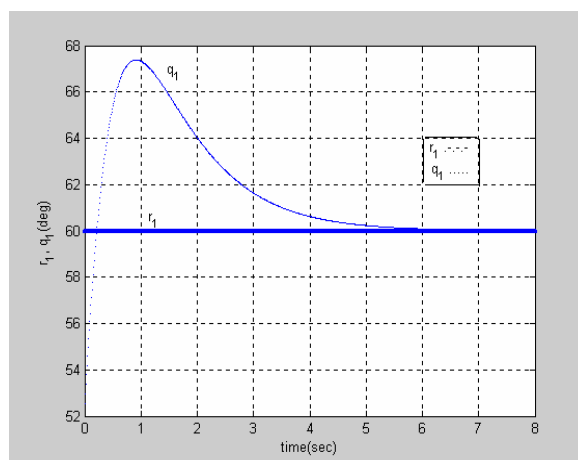
در این حالت ورودی سیستم غیرخطی بازوی روبات طوری طراحی شده که تابع معیار (12) با $R=I$ و $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ بهینه شود، علاوه بر آن متغیرهای حالتی سیستم از شرایط اولیه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ به موقعیت $r = \begin{bmatrix} 60^0 \\ 90^0 \end{bmatrix}$ برود.

- حالت دوم:

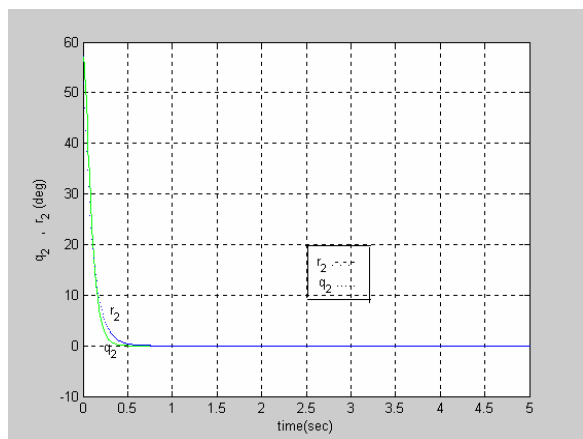
در شرایط تعریف شده دوم، بازوی روبات با $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $R=I$ و از شرایط اولیه $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ موقعیت $r(t) = \begin{bmatrix} e^{-5t} \\ e^{-10t} \end{bmatrix}$ را تعقیب می کند. شکل (8) نمودار تغییرات زاویه ای بازو و شکل (9) نمودار تغییرات زاویه راکت تنیس در این شرایط را نشان می دهد.



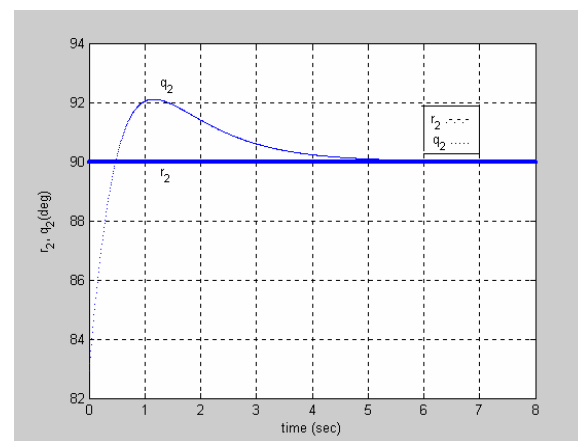
شکل (8)-نمودار تغییرات زاویه ای بازو



شکل (6)-نمودار تغییرات زاویه ای بازو



شکل (9)-نمودار تغییرات زاویه ای راکت تنیس



شکل (7)-نمودار تغییرات زاویه ای راکت تنیس

همانطور که ملاحظه می کنید در این شرایط راکت تنیس در کمتر از نیم ثانیه به موقعیت مورد نظر می رسد.

- حالت سوم:

در این حالت در طی 50 ثانیه، شرایط مختلفی به راکت تنیس اعمال شده است. در دو شکل (10)، (11)، راکت بطور مداوم در وضعیتی که سیستم کنترل دستور داده است،

شکل (6) نمودار تغییرات زاویه ای بازوی اول و شکل (7) نمودار تغییرات زاویه راکت تنیس را نشان می دهد. در این دو شکل ملاحظه می کنید که بازوی اول با حرکتی که داشته، در طی یک ثانیه از زاویه صفر به حدود 60^0 رسیده، علاوه بر آن راکت تنیس در وضعیت مطلوب 90^0 قرار گرفته است.

لذا محاسبه مقدار Q و R مناسب بستگی به شرایط مسئله و نظر طراح دارد.

8- نتیجه گیری

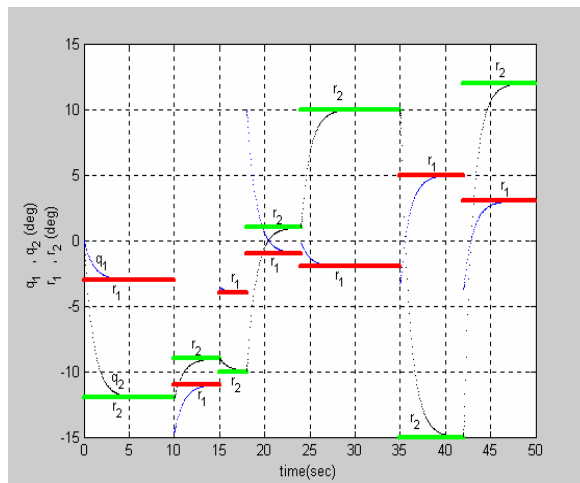
از جمله پارامترهای اساسی در طراحی مناسب یک کنترلر غیر خطی، تعریف معادله مشخصه ای بهینه، با مقادیر مناسب R و Q است. در این مقاله راه حلی برای بهینه سازی عملکرد کنترلر غیر خطی ارائه شده است و با پیاده سازی این راه حل بر روی یک ربات بازیکن تنیس به قابلیت‌های این کنترلر در ردیابی توپ تنیس پرداخته شده است. نتایج شبیه سازیهای متعدد نشان می دهد که با کاهش مقدار R و افزایش Q مقدار متغیرهای حالت از ورودی مورد نظر بخوبی تبعیت می کند. با ادامه روند کاهش R و افزایش Q، مشخص شد که فراجاهش پاسخ سیستم جهت رسیدن به مقدار مورد نظر افزایش پیدا کرده که نشانگر لزوم تنظیم مناسب مقدار R و Q است.

9- مراجع:

- [1]- R.C. Dorf, "Robotics and Automated Manufacturing Reston Publishing, Reston, 1983
- [2]- B. Preising and T.C. Hsia, "Robot s in Medicine," IEEE Engineering in Medicine and Bilyg, Joune 1991, pp 13-22
- [3]- C.Klomp et al., "Development of an Autonomous Cow-Milking Robot Control system ," IEEE Control Systems , October 1990, pp.11-19.
- [4]- H. Asade and C.C.Fedeerspiel, "Human Centered Control in Robotics and Consumer Product Design", Journal of Dynamic Systems , ASME, june 1993, pp.271-280.
- [5]- R.C. Dorf and A. Kusiak, "Hndbook of Automation and Manufacturing, John Wiley & Sons, NewYork, 1994
- [6]- R.C. Dorf, "The Encyclopedia of Robotics, John Wiley & Sons, NewYork, 1988
- [7]- Jean-jacques E.slotine, Weiping Li, "Applied Nonlinera Control", 1991.

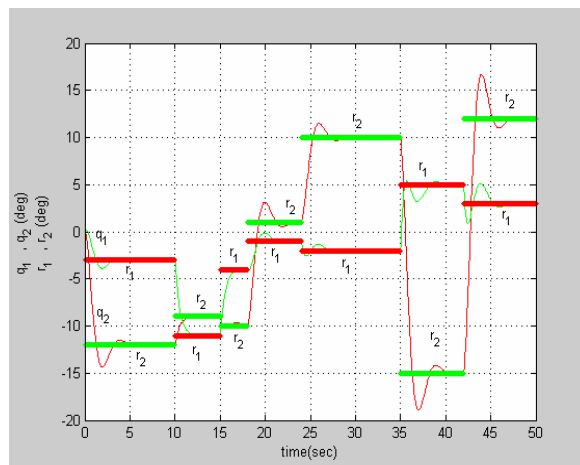
- [8]- دویی کرک، ترجمه دکتر سید کمال الدین نیکروش "مقدمه ای بر تئوری کنترل بهینه،" مرکز نشر و فروش کتب دانشگاه صنعتی امیر کبیر، بهار 1369.

قرار می گیرد. در شکل (10) با مقادیر $Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ و $R=0.0001$ و در شکل (11) با مقادیر $Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ و $R=0.0000001$ وضعیت بازو و راکت تنیس نمایش داده شده است.



شکل(10)- نمودار تغییرات زاویه ای بازو و راکت تنیس با

$$R=0.0001 \text{ و } Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$



شکل(11)- نمودار تغییرات زاویه ای بازو و راکت تنیس با

$$R=0.0000001 \text{ و } Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

با مقایسه دو شکل (10) و (11)، ملاحظه می کنید که با افزایش Q به اندازه 10 برابر و کاهش R به اندازه 0.001 برابر، مقدار فراجاهش در دو زاویه جهت رسیدن به مقدار مطلوب به اندازه 16 درصد افزایش پیدا کرده است.