

الگوریتم بهبود یافته کنترل با ناظر

دکتر آصف زارع استادیار گروه برق دانشگاه آزاد اسلامی واحد گناباد

سعید بلوچیان دانشجوی کارشناسی ارشد کنترل

حسین ولی کلاری دانشجوی کارشناسی ارشد کنترل

چکیده: در این مقاله به روشهای کنترل پاندول معکوس بعنوان یک سیستم غیر خطی پرداخته شده که در آن استفاده از سیستم خطی سازی، محدودیتهایی بخصوص در انحرافات زیاد حول نقطه تعادل دارد. اما با استفاده از کنترل نظارتی هم بهبود کنترل و همچنین پایداری را به ازاء زوایای انحراف نسبتا زیاد فراهم می کند. در این مقاله سعی شده که روشهایی برای بهبود کنترل با ناظر برای فراهم نمودن سرعت همگرایی بیشتر، به سمت نقطه تعادل و سیگنال کنترل مطلوب تر بررسی شود و در نهایت به بررسی مقاوم بودن این کنترل پرداخته میشود.

کلمات کلیدی: کنترل فازی، کنترل نظارتی، کنترل غیر خطی

۱. مقدمه: یکی از روشهای کنترل سیستمهای غیر خطی کنترل چند سطحی است [۱] که در یک سطح آن می تواند کنترل فازی قرار گیرد، که در آن کنترل سطح پایین با سرعت بالاتر و کنترل سطح بالاتر با سرعت کمتری عملیات نظارتی را می تواند انجام دهد. یکی از مزایای کنترل کننده دو سطحی این است که می توان کنترل کنندهای متفاوتی را طرح نمود و به منظور دست یابی به هدفهای مختلف بکار گرفت، بطوری که طراحی کنترل کننده برای هر سطح ساده تر بوده و راندمان سیستم بهبود خواهد یافت، پس بعنوان یک حالت می توان کنترل فازی را بدون توجه به مسئله پایداری برای سیستم غیر خطی طراحی نمود و به دنبال آن پایداری سیستم را با یک کنترل غیر فازی نظارتی فراهم نمود.

۲. کنترل فازی پایدار با ناظر غیر فازی:

۲.۱ طراحی کنترل کننده نظارتی:

در این قسمت کنترل کننده فازی در سطح اول برای انجام عمل کنترل بکار می رود و زمانی که کنترل فازی موجب ناپایداری می شود کنترل نظارتی وارد عمل می شود. در این مقاله سعی شده که کنترل نظارتی همواره در کنار کنترل فازی کار کند.

اگر معادلات غیر خطی حاکم بر سیستم به صورت زیر باشد:

$$\ddot{x} = F(x, \dot{x}, \dots, x^{n-1}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{n-1})u \quad (1)$$

که در آن $X = (x, x', \dots, x^n)^T$ بردار حالت سیستم است کنترل کننده اصلی یک کنترلر فازی است ($u = u_{fuzz}$) که به کمک یکی از روشهای موجود در طراحی این نوع سیستم ها، طراحی می شود. اما در عین حال علاوه بر کنترل مناسب سیستم، پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته یک هدف بسیار مهم است، سیستم حلقه بسته باید با این کنترل کننده که در این حالت X به طور یکنواخت محدود می باشد یعنی $\|X\| \leq m_x \forall t \geq 0$ بطوری که m_x یک ثابت خواهد بود. برای برآوردن این هدف، کنترل فازی را با یک کنترل نظارتی $u_s(x)$ ضمیمه می شود که تنها وقتی حالت X از محدوده مجموعه قیود $|X| \leq m_x$ خارج می شود کنترل وارد عمل خواهد شد. بدین ترتیب تابع کنترل بصورت زیر ساخته می شود:

$$u = u_{fuzz} + I^* u_s \quad (2)$$

بطوری که تابع شاخص اگر $\|X\| \geq m_x$ باشد $I^* = 1$ بوده و اگر $\|x(t)\| \leq m_x$ $I^* = 0$ خواهد بود با جایگذاری این معادله در رابطه اصلی داریم:

$$x^{(n)} = f(x) + g(x)u_{fuzz} + g(x)I^*u_s(x) \quad (3)$$

اگر تعریف کنیم

$$u^* = \frac{1}{g(x)} [-f(x) - k^T x]$$

که در آن $k = (k_n, \dots, k_1)^T \in R^n$ بوده و برای پایداری سیستم حلقه بسته باید همه ریشه های چند جمله ای $s^n + s^{n-1} + \dots + k_n = 0$ در نیمه چپ صفحه مختلط قرار گیرند. با استفاده از این u^* می توان رابطه (2) را بصورت زیر نوشت:

$$x' = -k^T x + g[u_{fuzz} - u^* + I^* u_s] \quad (4)$$

اگر تعریف کنیم:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -k_n & \dots & \dots & \dots & -k_1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ g \end{bmatrix}$$

رابطه (3) را به فرم برداری زیر می توان تبدیل کرد:

$$x^{(n)} = \Lambda x + b [u_{fuzz} - u^* + I^* u_s] \quad (5)$$

اینک کنترل کننده نظارتی u_s به منظور تضمین شرط $|x(t)| \leq m_x$ با استفاده از تابع لیاپانوف [1] $V = \frac{1}{2} x^T p x$ که p یک ماتریس متقارن مثبت معین بوده و معادله لیاپانوف را برآورده می کند طرح می شود:

$$\Lambda^T p + p \Lambda = -Q$$

$Q > 0$ بوسیله طراح مشخص می شود.

با توجه به تعریف فوق برای تابع لیاپانوف [1] $V(x)$:

$$V = 1/2 X^T Q x + X^T p b |u_{FUZZ} - u^* + u_s| \leq |X^T p b| (|u_{FUZZ}| + |u^*|) + X^T p b u_s$$

که با انتخاب:

$$u_s = -\text{Sign}(X^T p b) \left[1/g_l (f_U + |k^T X|) + |u_{fuzz}| \right] \quad (6)$$

شروط پایداری و محدود بودن حالت برقرار خواهد بود، چون I^* یک تابع پله می باشد.

کنترل کننده نظارتی به محض آنکه حالت x به مرز $|X| = m_x$ برسد، فعال می شود و همین که x به داخل مجموعه $|X| < m_x$ برمی گردد غیر فعال می شود از این رو این امکان وجود خواهد داشت که سیستم در داخل محدوده $|X| \leq m_x$ نوسان نماید یک راه به منظور برطرف سازی مسئله نوسان این است که اجازه دهیم تا I^* به صورت پیوسته از صفر تا یک تغییر کند بطور خاص می توان I^* را بصورت زیر در نظر گرفت:

$$I^* = \begin{cases} 0, & |x| \leq a \\ (X - a)/(m_x - a), & a \leq |x| \leq m_x \\ 1, & |x| \geq m_x \end{cases} \quad (7)$$

که در آن $a \in (0, m_x)$ بوده و پارامتری است که توسط طراح تعیین می شود. با این I^* وقتی X از a تا m_x تغییر می یابد کنترل کننده نظارتی u_s از صفر تا مقدار نهایی بطور پیوسته عمل می کند بدیهی است که I^* همچنین می تواند $|X| \leq m_x$ را تعیین کند.

۳. کاربرد در متعادل نمودن پاندول معکوس :

سیستم پاندول معکوس بعنوان یک سیستم پیچیده غیر خطی انتخاب شده و از این روش برای کنترل آن استفاده می کنیم:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\left\{ g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m} \right\}}{l \left\{ 4/3 - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right\}} + \frac{\frac{\cos x_1}{m_c + m}}{l \left\{ 4/3 - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right\}} \times u \quad (8)$$

که در اینجا $g=9.8(m/s^2)$ و m_c جرم ارابه و m جرم میله و l نصف طول میله و u کنترل مربوط می باشد در شبیه سازی $m_c = 1KG$ و $m = 0.1kg$ و $l = 0.5m$ در نظر می گیریم واضح است که چون معادله (۸) به فرم (۱) است می توان از سیستم کنترل فازی همراه کنترل ناظر استفاده کرد.

۱-۳) طراحی کنترلر فازی :

پایگاه قواعد کنترل کننده فازی از ۴ قاعده زیر ساخته شده است که توابع تعلق بصورت زیر است:

اگر x_1 , مثبت: x_2 , مثبت آنگاه u بزرگ منفی است
 اگر x_1 , مثبت: x_2 , منفی آنگاه u صفر است
 اگر x_1 , منفی: x_2 , مثبت آنگاه u صفر است
 اگر x_1 , منفی: x_2 , منفی آنگاه u بزرگ مثبت است.

$$\mu_{negativebig}(x) = e^{-(u+5)^2} \quad \mu_{negative}(x) = \frac{1}{1+e^{-30x}} \quad \mu_{positive} = \frac{1}{1+e^{-30x}}$$

$$\mu_{zero}(x) = e^{-u^2} \quad \mu_{positivebig}(x) = e^{-(u-5)^2}$$

با استفاده از غیر فازی ساز میانگین مراکز و موتور استنتاج ضرب , کنترل کننده فازی شبیه سازی می شود . برای طراحی کنترل کننده نظارتی در ابتدا لازم است تا کرانه های f'' و g_L را تعیین شوند:

$$\left| f(x_1, x_2) < f'' = \frac{g \sin x_1 - \frac{m^l x_2^2 + \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{l \left[\frac{4}{3} - \frac{m}{m+m_c} \cos^2 x_1 \right]} \right| \leq \frac{9.8 + \frac{.025}{1.1 x_2^2}}{\frac{2}{3} - \frac{.05}{1.1}} = 15.78 + .0366 x_2^2 = f''(x_1, x_2)$$

$$\left| g(x_1, x_2) \geq g_l(x_1, x_2) \right| = 1.1$$

هدف کنترل مورد نظر این است که پاندول معکوس را از زاویه اولیه دلخواه $x_1 \in \left(-\frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{9} \right)$ متعادل نماید و در عین حال برقراری شرط $\| (x_1, x_2) \| \leq \frac{\pi}{9} = m_x$ را تضمین کند.

پارامترهای طراحی بدین صورت مشخص می شوند $a = \frac{\pi}{18}$ و $k_1 = 2, k_2 = 1$ (بطوریکه $s^2 + 2s + 1 = 0$ پایدار باشد) و $Q = \text{diag}(10, 10)$ آنگاه جواب معادله لیاپانوف بصورت زیر است:

$$P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

۴. کنترل نظارتی تعمیم یافته:

در تعمیم روش فوق , که I^* در رابطه (۲) که یک سوئیچ معمولی است و با برقراری شرایط پایداری , فعال یا غیر فعال می شود سعی کرده ایم که آنرا با یک سوئیچ فازی جایگزین نماییم , یعنی این سوئیچ را با یک متغیر فازی تعریف می کنیم . به همین جهت از دو دیدگاه مختلف به تعمیم روش فوق پرداخته ایم:

(۴-۱) سوئیچ فازی با تابع تعلق سیگموئید

(۴-۲) سوئیچ متغیر با زمان

(۴-۱) سوئیچ فازی با تابع تعلق سیگموئید:

۱-۱-۴) اگر در رابطه کنترل (۲) I^* به جای آنکه به فرم (۷) باشد و در $|x| \leq \frac{\pi}{9} = a$ صفر شود بصورت یک متغیر فازی با تابع تعلق سیگموئید: $I^* = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$ (c, عدد ثابت بزرگتر از یک) یعنی کنترل ناظر هیچگاه از رابطه کنترل حذف نشود و همچنان بر رابطه کنترل به نسبتی که تابع سیگموئید به ازاء حالت کنونی تعیین می کند شرکت نماید بدین ترتیب می توان سرعت همگرایی حالت به سمت نقطه تعادل (صفر) را افزایش داد همچنین اگر زاویه انحراف بیش از $\frac{\pi}{9}$ باشد پس از چند لحظه بلافاصله شرط $|x_1| \leq \frac{\pi}{9}$ برآورده می شود حال آنکه در روش ابتدایی که با رابطه (۷) مشخص شده سرعت همگرایی به سمت صفر کمتر از روش تعمیم یافته فوق با I^* فازی است از طرف دیگر سیگنال کنترل روش بهبود یافته در مقایسه با روش اولیه دارای نوسانات فرکانس بالا است و این می تواند در پیاده سازی عملی و فرمان دادن به موتور ارابه مشکل ایجاد کند که برای حل این مشکل و ایجاد سیگنال کنترل با تغییرات نرم تر از یک فیلتر پایین گذر به صورت زیر در سیستم استفاده شده است

$H(s) = \frac{a}{(s+a)}$ (که در آن $a=1.8$) مطابق با بلوک دیاگرام زیر ورودی فیلتر سیگنال کنترل رابطه (۲) و خروجی، فیلتر سیگنال کنترل لازم برای اعمال به سیستم پاندول معکوس می باشد.

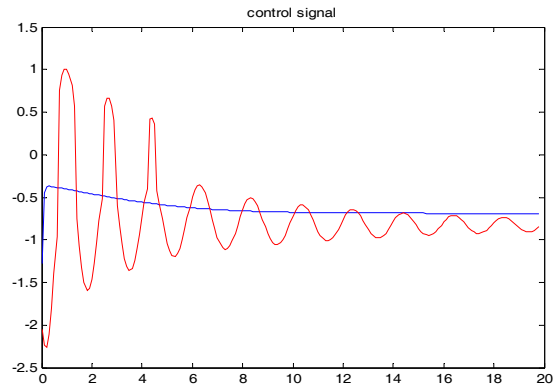
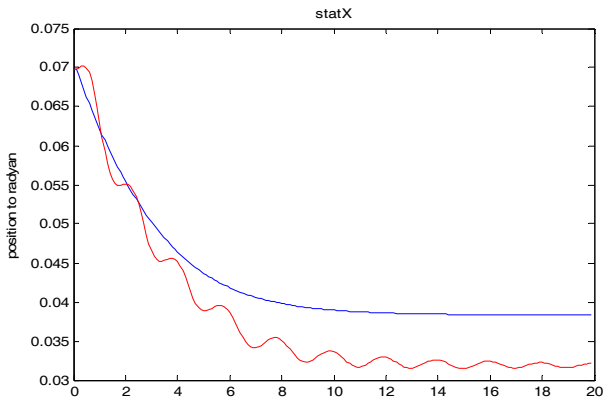


با این تغییر ضمن حفظ برتری سرعت همگرایی به صفر سیگنال کنترل نسبت به حالت اولیه نرمتر بوده و با تغییرات کمتر همراه است که پیاده سازی عملی آن را آسانتر می سازد به خاطر مسئله نویز، سیستم تحت حضور نویز گوسی نیز بررسی می شود. همانگونه که مشاهده می شود سیگنال کنترلی که در حالت اولیه نسبت به حالت تعمیم یافته استفاده می شود سیگنالی کاملاً هموار و نرم است حال آنکه سیگنال کنترل به خصوص برای انحرافهای کم از روش معادله (۷) غیر قابل پیاده سازی است ضمن آنکه مسیر حالت x_1 به سمت صفر دارای نوسانهای زیادی است در این حالت نیز روش تعمیم یافته با سرعت بیشتری به سمت نقطه تعادل همگرا می شود این نتایج از منحنی ها به راحتی استنباط می شود.

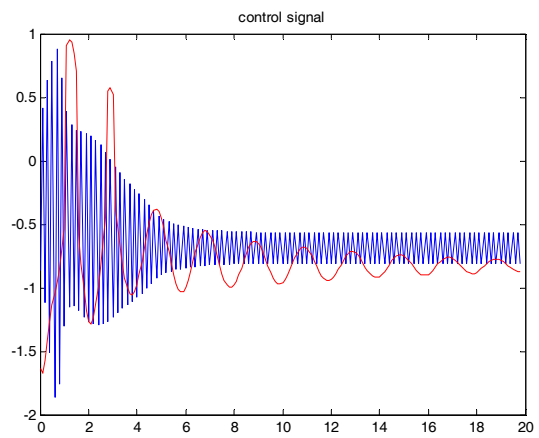
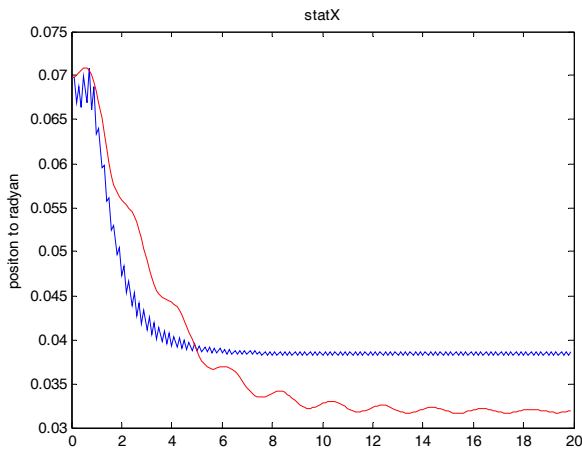
نکته حائز اهمیت توانایی سیستم ها برای پایداری است، به ازاء دامنه تغییرات حالت اولیه. یعنی هرچه رنج تغییرات حالت اولیه که سیستم بتواند به تعادل بازگردد بیشتر باشد سیستم کنترل مطلوب تر است. سیستم کنترل با ناظر که I^ آن از رابطه (۷) قرار داده می شود برای زوایای کمتر از ۴ درجه، حالت x_1 به سمت نقاط دیگری میل می کند و در عمل سیستم از حالت تعادل اولیه خارج می شود حال آنکه سیستم کنترل که I^* آن از روش تعمیم یافته استفاده شده با یک سری نوسانهای تحت کنترل باز هم به نقطه تعادل صفر برای x_1 همگرا می شود ضمن آنکه سیگنال کنترل آن نرمتر از حالت اولیه است و این می تواند مزیت اصلی سیستم بهبود یافته باشد با روش تعمیم یافته پاسخی مطلوب برای کنترل سیستم پاندول معکوس حاصل می شود.

(لازم به ذکر می باشد که منحنی های قرمز مربوط به حالت بهبود یافته و منحنی های آبی مربوط به حالتی است که I^* از رابطه (۷) در رابطه کنترل قرار داده باشد.)

بدون حضور نویز: $\theta = 4^0$

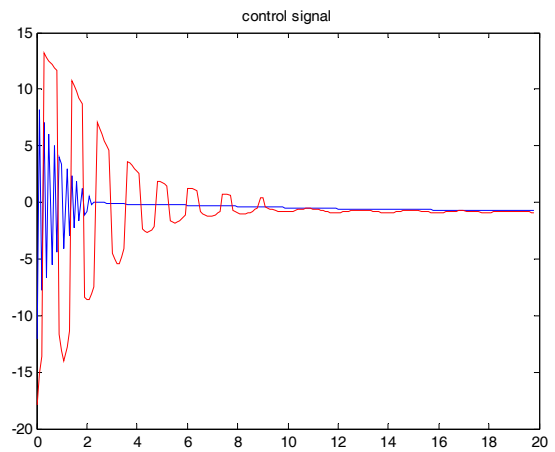
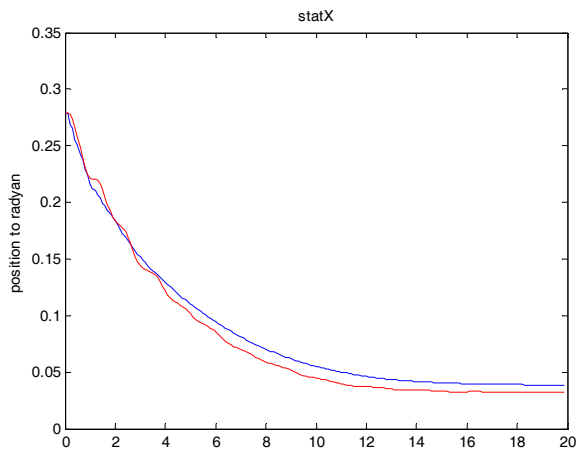


اکنون با حضور نویز گوسین: $\theta = 4^0$

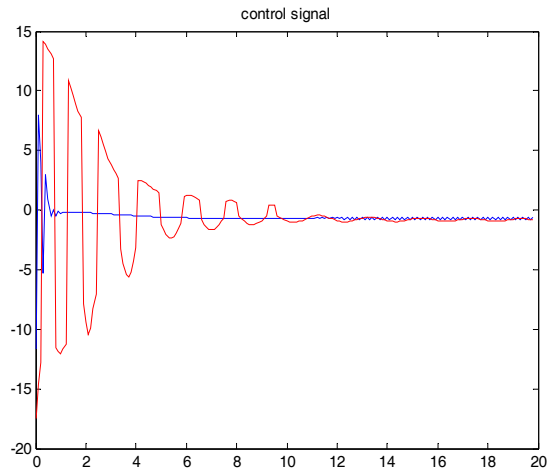
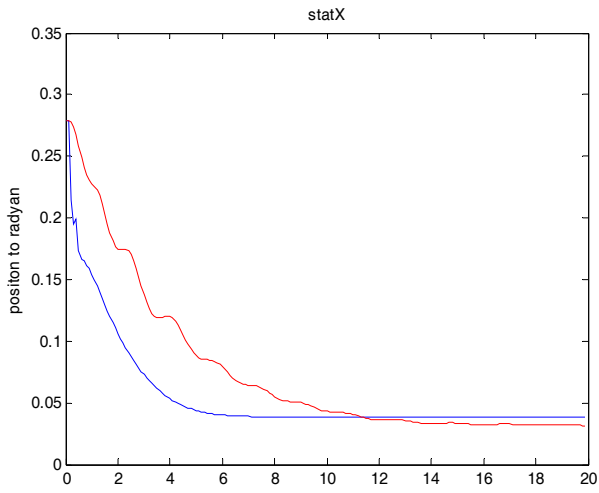


برای

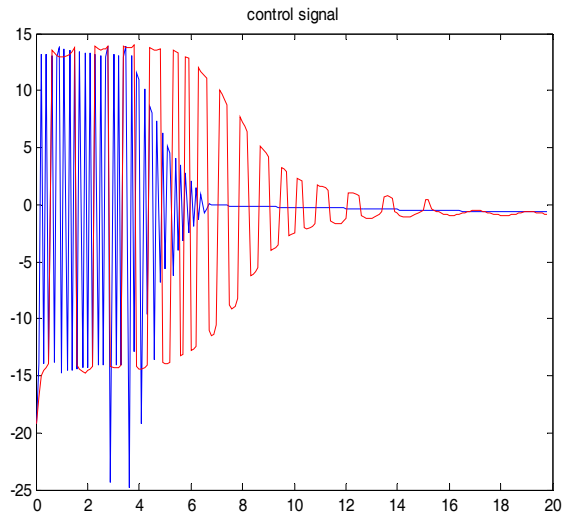
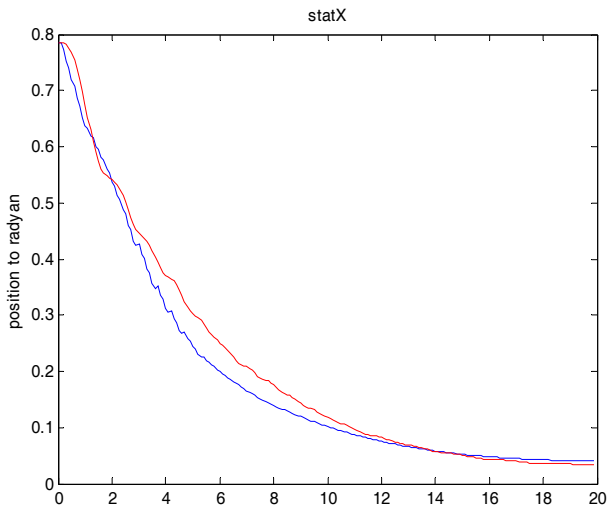
برای $\theta = 16^0$:



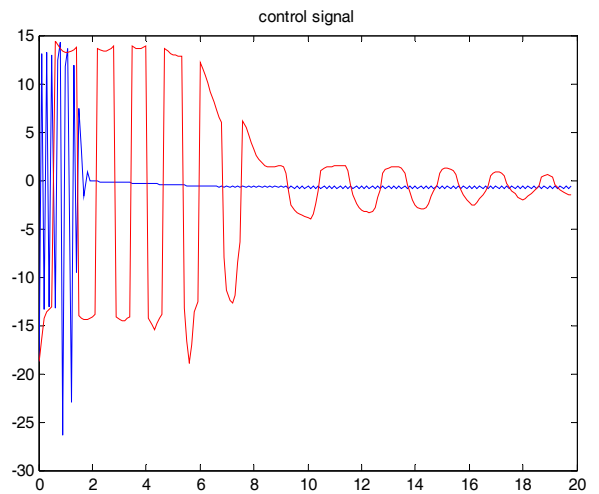
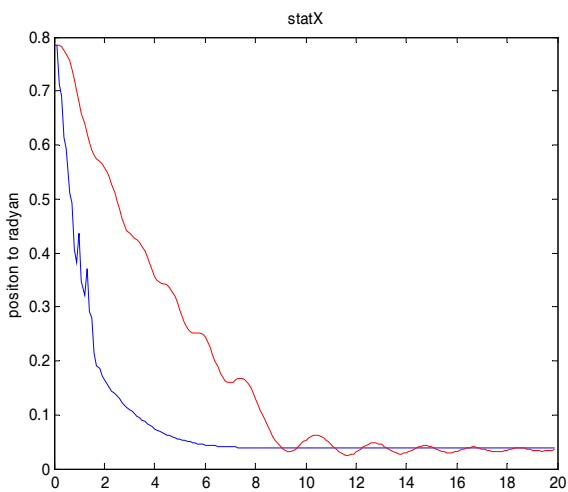
برای $\theta = 16^0$ در حضور نویز:



برای $\theta = 45^0$:



در حضور نویز برای $\theta = 45^0$:



۴-۱) سوئیچ فازی با تابع تعلق سیگموئید:

۴-۱-۲) در تمام موارد فوق تابع سیگموئید با پارامتر $a = \frac{\sqrt{2}}{0.05}$ در نظر گرفته شده بود. هرچه این پارامتر کاهش یابد بعنوان

مثال $a = \frac{\sqrt{2}}{0.1}$ می توان به سرعت همگرایی سریعتری برای حالت x_1 به سمت نقطه تعادل دست یافت ولی سیگنال کنترل تاحدی

نرمی خود را از دست خواهد داد و نوسانات فرکانس بالا در آن ظاهر می شود. پس اگر هدف تنها افزایش سرعت همگرایی

حالت به سمت نقطه تعادل صفر باشد می توان در تعریف تابع تعلق سیگموئید برای $(a, c, \text{و عدد ثابت})$ مقدار $I^* = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$

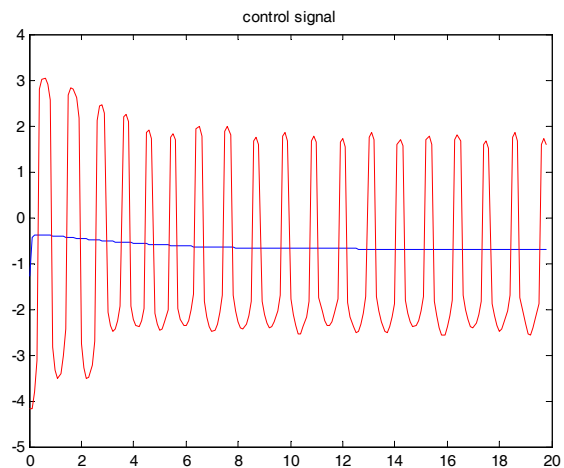
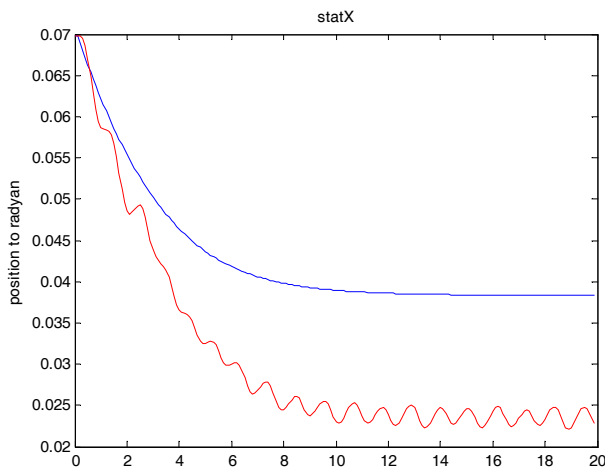
پارامتر a را کاهش داد به ازاء چند حالت اولیه منحنی های زیر رسم شده که در آنها $a = \frac{\sqrt{2}}{0.1}$ در نظر گرفته شده است.

لازم به ذکر می باشد که منحنی های قرمز مربوط به حالت بهبود یافته و منحنی های آبی مربوط به حالتی است که I^* از رابطه

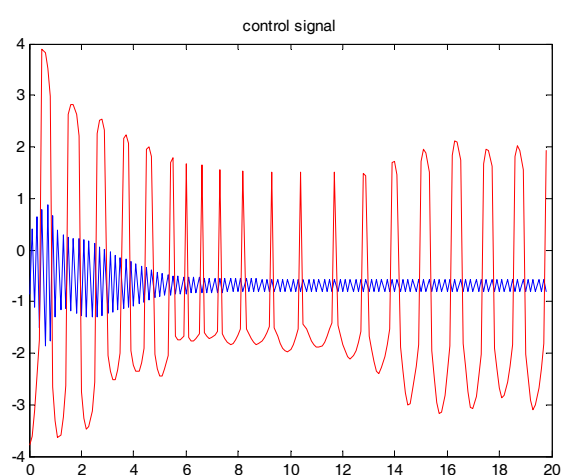
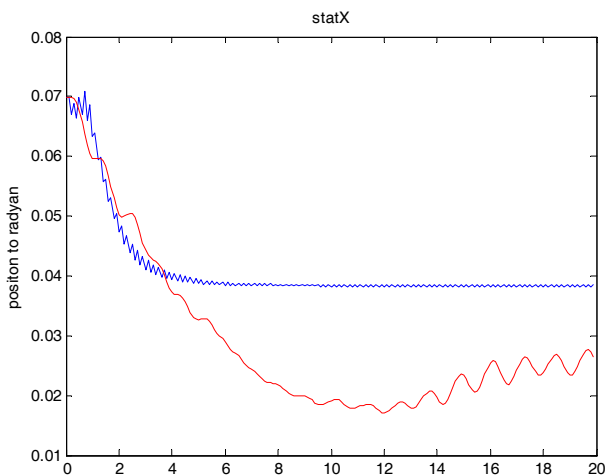
(۷) در رابطه کنترلر قرار داده باشد).

(تابع سیگموئید با پارامتر $a = \frac{\sqrt{2}}{0.1}$)

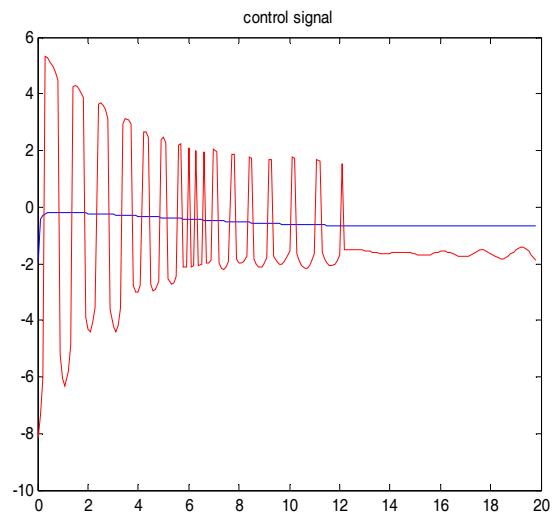
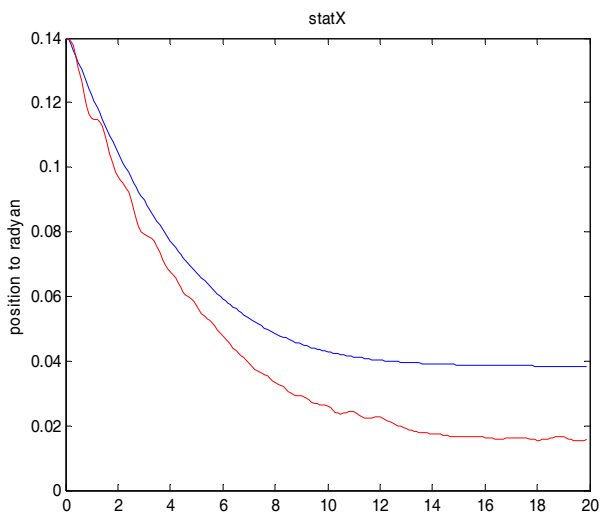
برای $\theta = 4^0$:



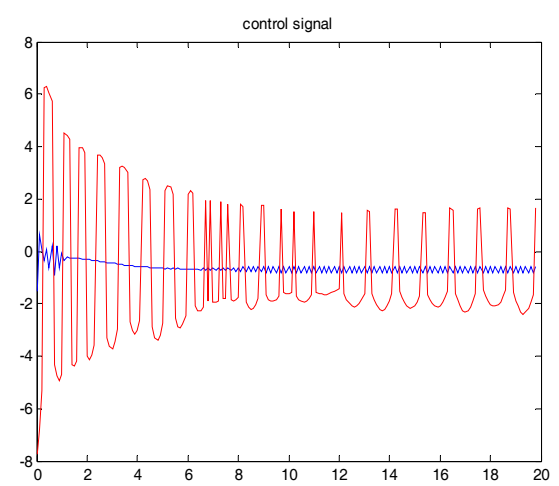
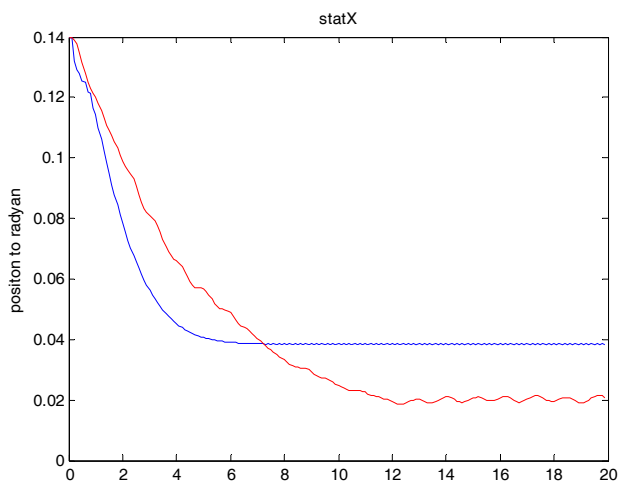
در حضور نویز برای $\theta = 4^0$:



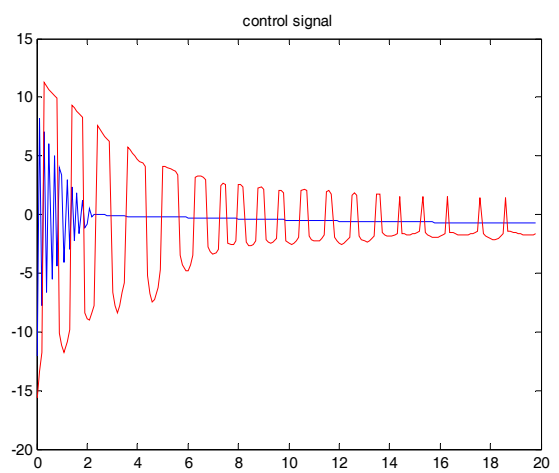
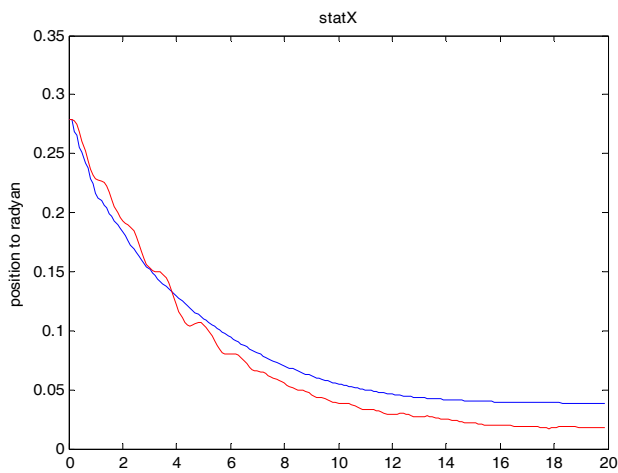
برای $\theta = 8^0$:



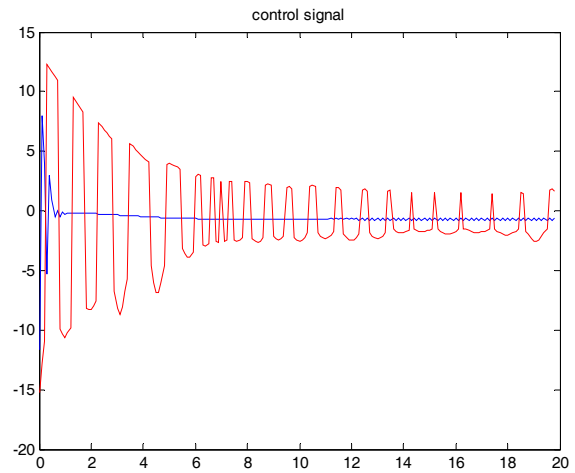
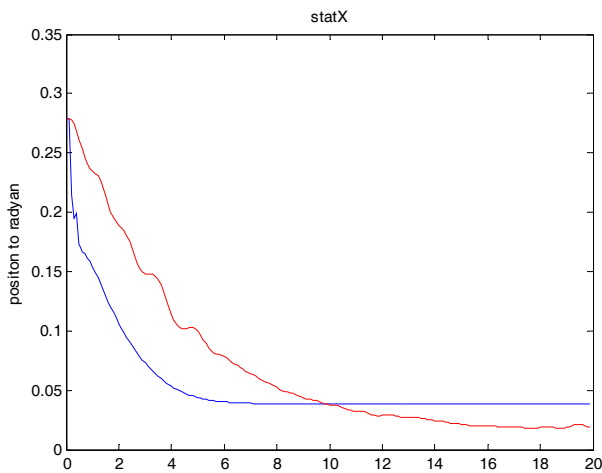
در حضور نویز برای $\theta = 8^0$:



برای $\theta = 16^0$:



در حضور نویز برای $\theta = 16^0$:



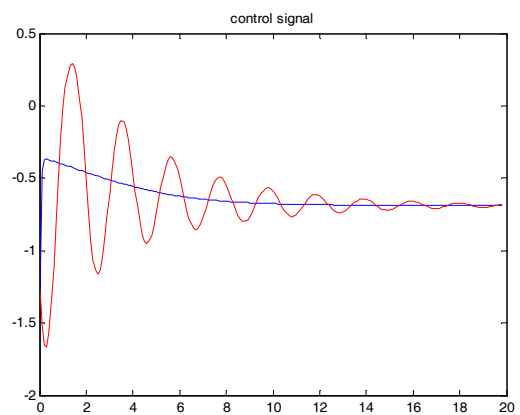
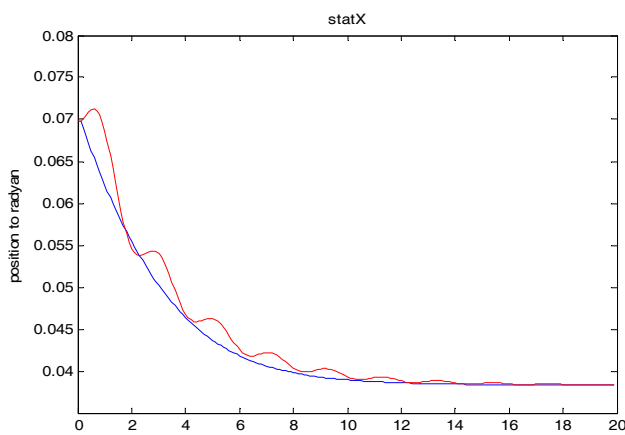
۴-۲ سوئیچ متغیر با زمان:

۴-۲-۱ اگر هدف تنها نرمی سیگنال کنترل باشد متغیر α در رابطه (۷) را با یک متغیر فازی گوسی با میانگین $\frac{\pi}{9}$ و واریانس

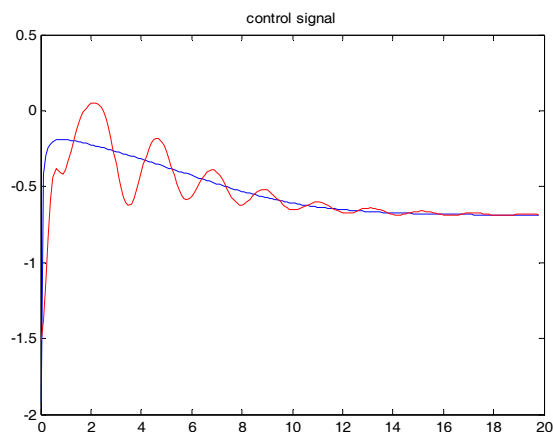
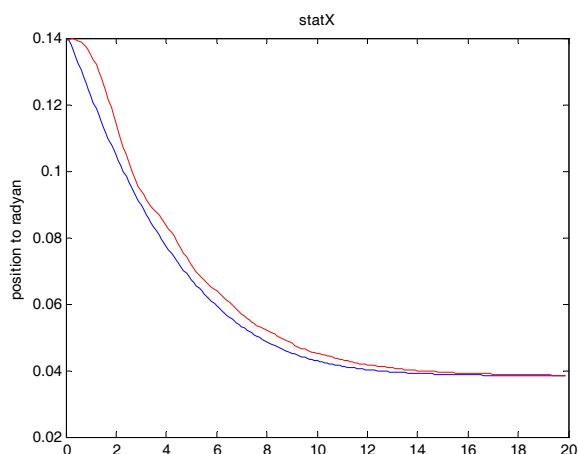
$\frac{\sqrt{2}}{0.1}$ تعریف کرد. در این حالت سیگنال کنترل بسیار نرم است و سرعت همگرایی به نقطه تعادل مانند حالت I^* است که از رابطه (۷) قرار داده می شود.

(لازم به ذکر می باشد که منحنی های قرمز مربوط به حالت بهبود یافته و منحنی های آبی مربوط به حالتی است که I^* از رابطه (۷) در رابطه کنترلر قرار داده باشد.)

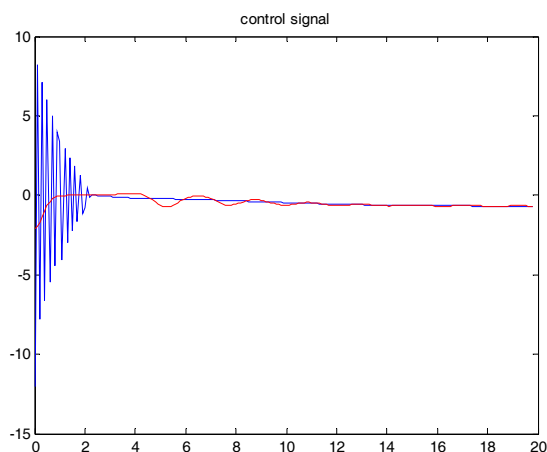
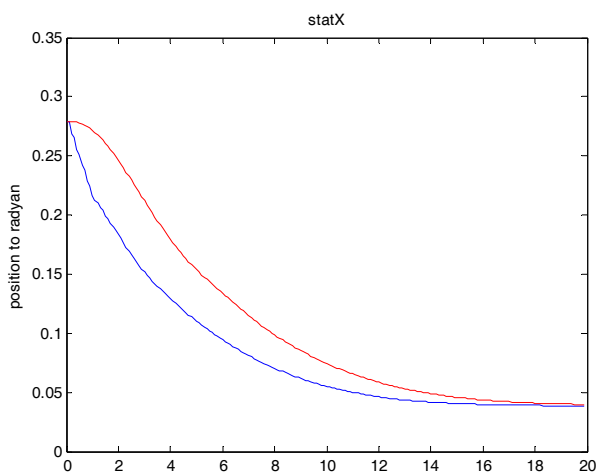
برای $\theta = 4^0$:



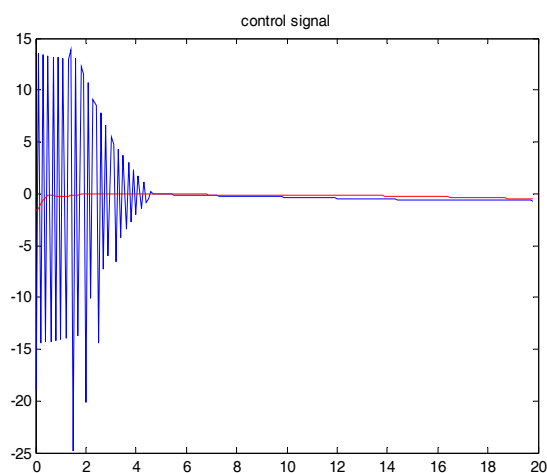
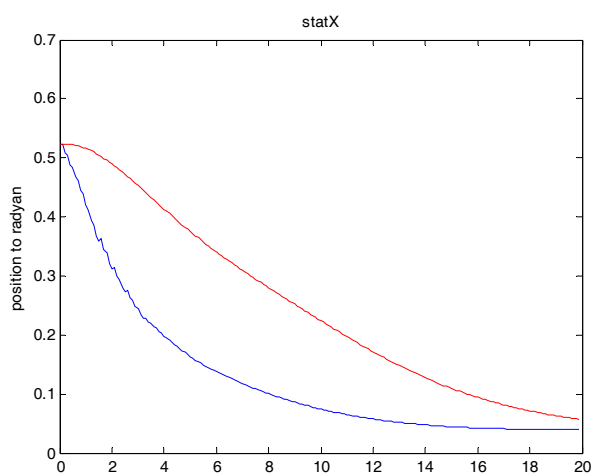
برای $\theta = 8^0$:



برای $\theta = 16^0$:



برای $\theta = 30^0$:

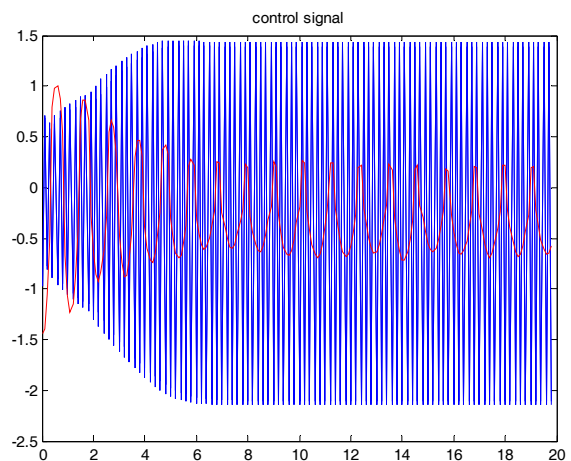
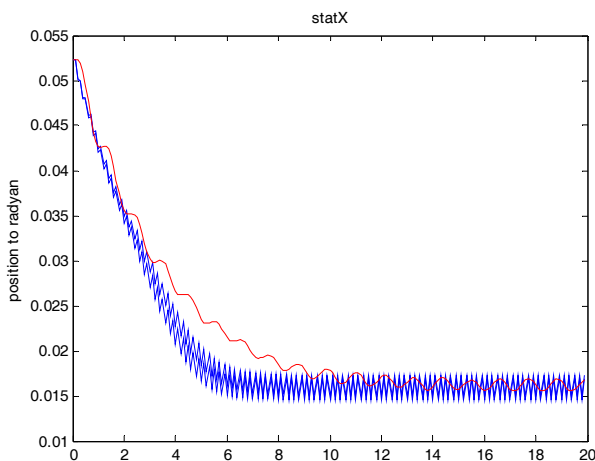


(۵) بررسی مقاوم بودن الگوریتم تعمیم یافته کنترل با ناظر:

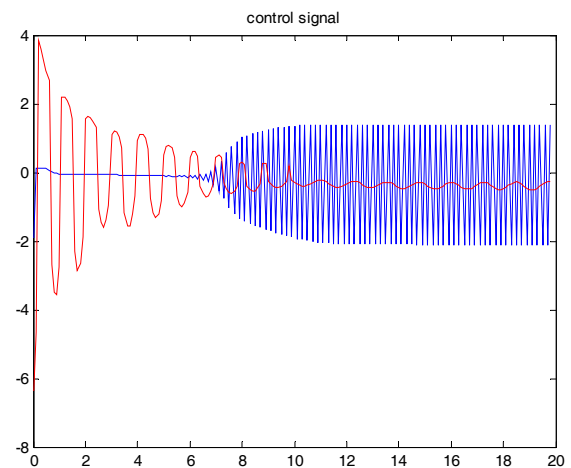
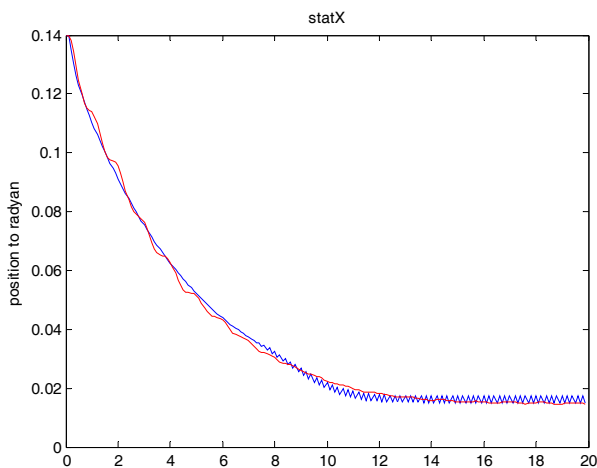
حال اگر پارامترهای m (جرم میله) و l (نصف طول میله) باشد را تغییر دهیم انتظار می رود که کنترل طراحی شده مقاوم باشد. با استفاده از شبیه سازی مقاوم بودن کنترل روش تعمیم یافته نسبت به روش اولیه مقایسه می شود از منحنی ها مقاوم بودن روش تعمیم یافته مشخص خواهد شد. در شبیه سازی جرم میله را ۲۰٪ کاهش (۰.۸ کیلو گرم) و طول میله ۴۰٪ کاهش ($l = 0.3m$) داده می شود، بررسی شده.

(لازم به ذکر می باشد که منحنی های قرمز مربوط به حالت بهبود یافته و منحنی های آبی مربوط به حالتی است که \mathbb{I}^* از رابطه (۷) در رابطه کنترلر قرار داده باشد.)

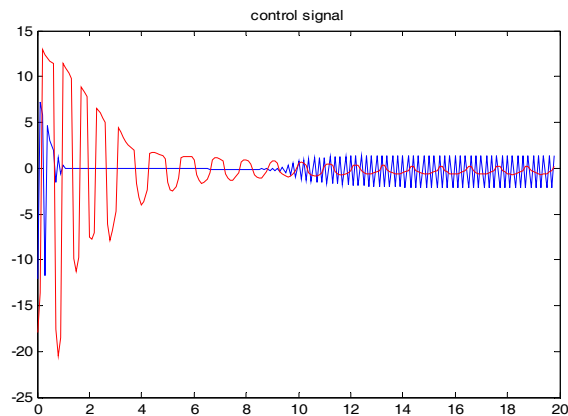
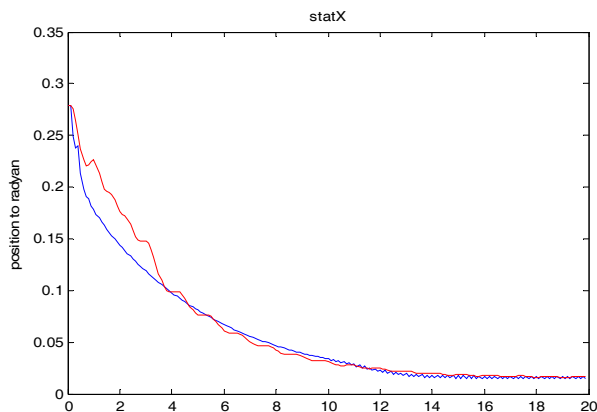
برای $\theta = 3^0$:



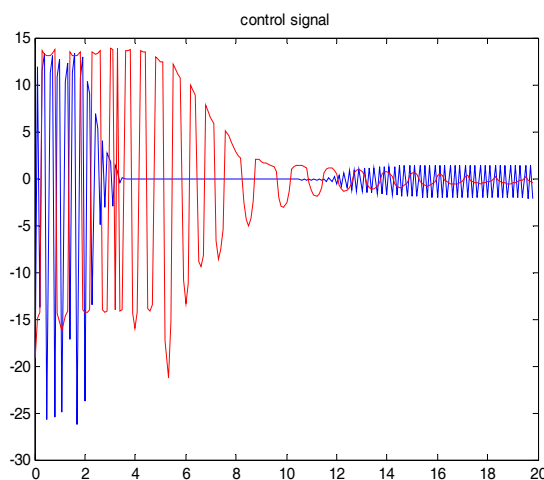
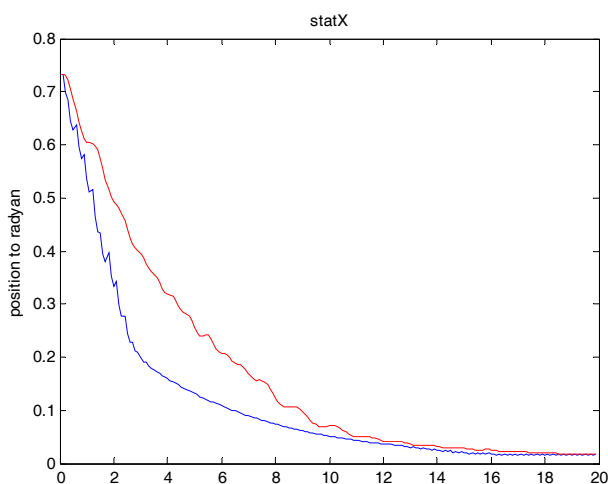
در حضور نویز برای $\theta = 8^0$:



برای $\theta = 16^0$:



برای $\theta = 42^0$



۶ نتیجه گیری:

در این مقاله روشهای جدیدی برای کنترل با ناظر در سیستم پاندول معکوس بیان گردید و مشاهده شد که بهتر است اثر کنترل ناظر هیچگاه حذف نشود و همواره با ضریبی وجود داشته باشد به همین دلیل این ضریب را می توان یک متغیر فازی با تابع تعلق سیگموئید در نظر گرفت که به ازاء انحرافهای مختلف از حالت تعادل هم سرعت همگرایی افزایش می یابد و هم با قرار دادن یک فیلتر مناسب سیگنال کنترل نرمتر بدست می آید که امکان پیاده سازی عملی سیستم کنترل با موتور امکان پذیر کند همچنین برتری روش بهبود یافته در حضور نویز گوسی نیز بررسی شد و مشاهده شد که این روش انعطاف پذیری بالایی دارد یعنی می توان با تغییر پارامتر α در تابع تعلق سیگموئید سرعت همگرایی حالت به سمت نقطه تعادل و یا سیگنال کنترل نرمتر را با هم معا وضه کرد همچنین برای بهبود فقط سیگنال کنترل بدون توجه به سرعت همگرایی روش بهبود ۲ نیز مورد بررسی قرار گرفت که در سرعت همگرایی مانند روش اولیه ولی سیگنال کنترل فوق العاده نرمتری دارد. البته می توان با قرار دادن یک فیلتر تطبیقی به جای فیلتر ذکر شده پاسخها را تا حد زیادی مطلوب تر نمود.

۷. مراجع:

۱. سیستمهای کنترل فازی نوشته لی وانگ

۲. کنترل مدرن دکتر خاکی صدیق

