پنجمین کنفرانس سیستمهای فازی ایران
هفدهم الی نوزدهم شهریورماه ۱۳۸۳

یک روش رتبه بندی برای طرحهای تولید فازی

حسین سلمه ای ، عباسعلی نورا
دانشگاه سیستان و بلوچستان، دانشکده علوم، گروه ریاضی
hsalmehi@yahoo.com

چکیده
ارزیابی و نمایش کارایی فرآیند های تولید غالبا از طریق کاربرد یک مرز تولید انجام شده است. این مفهوم در سالهای اخیر و از جنبه دیگر بر اساس مفهوم تسلط دو بدو مورد بررسی قرار گرفته است که می تواند به طور موثری در بنای تحلیل پوششی داده‌ها به کار رود. مزیت این روش آن است که در این روش از تکنیکهای مرزی استفاده نمی شود و به هر طرح تولید این اجازه رامی دهد که خودش را با بقیه طرحهای تولید در داده ها مقایسه نماید و در نتیجه آن، یک شاخص مفیدی برای رتبه بندی طرحهای تولید بدست می‌آوریم.در موا ردی که اندازه گیریها نادقیق باشند طرحهای تولید فازی جایگزین طرحهای تولید قطعی می گردند

واژه‌های کلیدی: ارزیابی و اندازه‌گیری کارایی ، داده‌های فازی ، تسلط دوبه دو فازی، بازه‌های فازی.

۱- مقدمه

ارزیابی و نمایش کارایی فرآیند های تولید غالبا از طریق کاربرد یک مرز تولید انجام شده است[۳]. این مفهوم در سالهای اخیر از جنبه دیگر بر اساس مفهوم *تسلط دو بدو*[1] مورد بررسی قرار گرفته است که می تواند به طورموثری در بنای تحلیل پوششی داده‌ها به کار رود[۱].

مزیت این روش آن است که در این روش از تکنیکهای مرزی استفاده نمی شود و به هر طرح تولید این اجازه را می دهد که خودش را با بقیه طرحهای تولید در داده ها مقایسه نماید و در نتیجه آن، یک شاخص مفیدی‌برای رتبه بندی طرحهای تولید بدست می آوریم.

تریانتیس و واندن[2] داده های نادقیق را با استفاده از ا داد فازی برای روش تسلط دو به دو در اندازه گیری کارآیی معرفی کردند.

اگر چه اطلا عات مربوط به این سیستم دسته بندی برای خلاصه نمودن مشکل می باشداما آنرا براحتی می توان توسط یک مثال ساده شرح داد.فرض کنید دو طرح تولید q, p داریم دو روش مقایسه دو به دو را می توان در نظر گرفت :

۱- طرح تولِید p طرح تولید q را مغلوب می کند(به ازای بعضی طرحهای تولید قابل قبول).

۲- طرح تولید q طرح تولید p را مغلوب می کند(به ازای دیگر طرحهای تولید قابل قبول).

1-Pair-Wise Dominance[6,7,8]
2-Triantis-Vanden Eeckaut[7]

در این بخش ما نمادامکان و متمم آن مفهوم لزوم را برای پاسخ گویی به سوالاتی مانند سوالات فوق به کار می بریم.
به‌عبارت دیگر پیشامدی که مشخص می گردد تسلط طرح تولید ، p بروی طرح تولید q ،می باشدوامکان درست بودن این پیشامد را بررسی می نماید از طرفی پیشامد مکمل این است که طرح تولید ، q طرح تولید p را مغلوب می نماید و لزوم ارزش درستی این گزاره را تعیین می کند.

۲- طرحهای تولید فازی

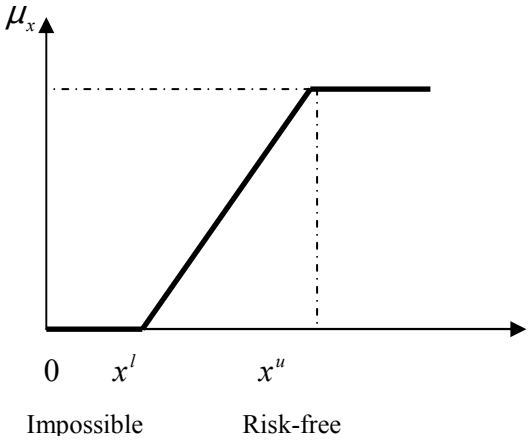
نا دقیق بودن متغیرهای ورودی و خروجی منجر به تعریف متغیرهای ورودی و خروجی فازی می گردد و هنگامی که این متغیرها با هم به صورت‌یک بردار در نظر گرفته شوند به عنوان یک طرح تولید فازی شناخته می شوند.

معمولا یک تصمیم گیرنده می تواند کرانهای *آزاد*[1] وغیر ممکن[2] را برای هر ورودی و خروجی فازی تعریف نماید[۵]. کرانهای‌آزاد به عنوان مقادیری تعبیر می شوند که قابل قبول و یا به عبارتی دست یافتنی‌در تولید می باشند درحالیکه کرانهای غیر ممکن به عنوان مقادیری تعبیر می شوند که کمتر قابل قبولند ویا به عبارت دیگر دست نیافتنی می باشند.

برای هر ورودی و خروجی فازی تغییر از کرانهای آزاد به غیر ممکن بوسیله یک تابع عضویت شرح داده می شود شکل تابع عضویت به کار رفته در این اینجا به خاطر سادگی آن انتخاب شده است در حقیقت این شکل تابع عضویت بیشتر توسط تصمیم گیرنده‌ها تر جیح داده می شود و کاربرد مهم آن را در انتهای فصل با یک مثال تشریحی بیان کرده‌ایم.

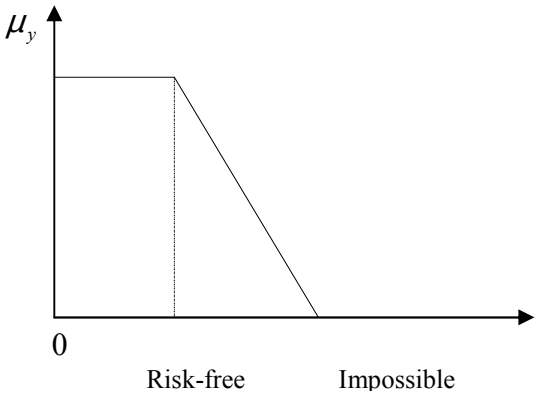
تعریف۲.۱عدد فازی *راست سویه*[3] مربوط به ورودی x_{ih} به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\mu(x_{ih}) = \begin{cases} 0 & x_{ih} < x_{ih}^{l} \\ \dfrac{x_{ih} - x_{ih}^{l}}{x_{ih}^{u} - x_{ih}^{l}} & x_{jh} \in [x_{ih}^{l}, x_{ih}^{u}] \\ 1 & x_{ih} > x_{ih}^{u} \end{cases}$$



تعریف ۲.۲ . عدد فازی *چپ سویه*[4] مربوط به خروجی y_{jh} را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\mu(y_{jh}) = \begin{cases} 0 & y_{jh} < y_{jh}^{l} \\ \dfrac{y_{jh}^{u} - y_{jh}}{y_{jh}^{u} - y_{jh}^{l}} & y_{jh} \in [y_{jh}^{l}, y_{jh}^{u}] \\ 1 & y_{jh} > y_{jh}^{u} \end{cases}$$



1-Risk-Free
2-Impossible
3-Right-Directed
4-Left-Directed

موقعیتهایی درتولید وجود دارد که یک تصمیم گیرنده علاقمنداست بروی طرحهای تولیدی متمرکز شود که بیشتر قابل قبولند و یا به عبارتی امکان اجرای بهترین تولید (حداکثر تولید) را دارند به منظور تا مین این نیاز لازم به یادآوری تعریف زیرمی باشد.

تعریف۳ .۲. اگر A یک عدد فازی باشد و $\lambda \in [0,1]$ مجمو عه $A^{\lambda} = \{z : \mu_A(z) \geq \lambda\}$ را یک λ برش از عدد فازی A می نامیم . برای این مجموعه یک بازه بسته وجود دارد که به صورت $I = [a_l(\lambda), a_R(\lambda)]$ نمایش داده می شود.

حال با توجه به تعریف فوق رابطه بین اعداد فازی راست سویه و چپ سویه و سطوح ترازوابسته به این اعداد به صورت زیر خواهد بود :

$$x_{ih}{}^{\lambda} = [x_{ih}{}^{l} + \lambda(x_{ih}{}^{u} - x_{ih}{}^{l}), x_{ih}{}^{u}]$$
$$y_{jh}{}^{\lambda} = [y_{jh}{}^{l}, y_{jh}{}^{u} - \lambda(y_{jh}{}^{u} - y_{jh}{}^{l})] \qquad (*)$$

۳- اندازه درجه تسلط دو به دو فازی

در این بخش به بررسی فرمولی می پردازیم که برای محاسبه درجه تسلط طرحهای تولید فازی هنگامی که دریک روش دو به دو مقایسه می شوندبه کار می رود. همچنین ایجاد یک شاخص از این اعداد در اینجا مورد بحث قرار خواهد گرفت در ابتدا لازم به یادآوری مفهوم زیر می باشد.

یادآوری

فرض کنید v یک مجموعه مرجع باشد و Fیک مجموعه فازی بروی v . تابع توزیع امکان بروی v را با نگاشت $r_F(v) : v \to [0,1]$

نمایش می دهیم. با استفاده از این تابع توزیع اندازه امکان Pos_F برای هر پیشامد $A \in \rho(v)$ به صورت

$$Pos_F(A) = \sup_{v \in A} r_F(v)$$

خواهد بود. برای مجموعه های فازی نرمال اندازه دیگری به نام اندازه لزوم را برای هر پیشامد $A \in \rho(v)$ به صورت

$$Nec_F(A) = 1 - Pos_F(A^c)$$

تعریف می کنیم. یعنی درجه لزوم پیشامد A برابر عدم امکان پیشامد مقابل است. با استفاده از این دو اندازه حال می توانیم به مقایسه اعداد فازی‌بپردازیم .

تعریف۳. ۱.فرض کنید A وB دو عدد فازی باشند آنگاه درجه امکان تسلط A بروی B و درجه لزوم تسلط A بروی B به ترتیب عبارتند از:

$$Pos(A \geq B) = \sup_{z \geq w} \min(\mu_A(z), \mu_B(z))$$
$$Nec(A \geq B) = 1 - Pos(B \geq A)$$

هر دو تای مفاهیم ضرورت و امکان می توانند بر حسب سطوح λ از اعداد فازی باز نویسی شوند. قضیه زیر تا حدود زیادی محاسبات مربوط به اندازه لزوم و امکان را ساده تر می کند.

قضیه ۳. ۱ . فرض کنید A و B دوعدد فازی باشند به طوریکه برای هر $\lambda \in [0,1]$سطوح تراز λی مر بوط به اعداد فازی A و B بازه های بسته I و J می باشند که در آن $I = [a_L(\lambda), a_R(\lambda)]$ و $J = [b_L(\lambda), b_R(\lambda)]$ در این صورت:

$$Pos(A \geq B) = \sup\{\lambda : a_R(\lambda) \geq b_L(\lambda)\}$$

اثبات:[۲]

حال با توجه به قضیه فوق و روابط(*)درجه امکان تسلط طر ح تولید p بروی طرح تولید qدر دو حالت ورودی و خروجی به صورت زیر خواهد بود:

$$Pos(y_{jp}) = \sup\{\lambda : {y_{jp}}^{u} - \lambda({y_{jp}}^{u} - {y_{jp}}^{l}) \geq {y_{jq}}^{l}\}$$
$$Pos(x_{iq}) = \sup\{\lambda : {x_{iq}}^{u} \geq {x_{ip}}^{l} + \lambda({x_{ip}}^{u} - {x_{ip}}^{l})\}$$

هم اکنون درجه تسلط یک عدد فازی را بروی یک عدد فازی دیگر مطرح می کنیم که این خود بر اساس نگرش یک تصمیم گیرنده از دو دیدگاه *بدبینانه*[1] وخوشبینانه[2] می تواند مورد بررسی قرار گیرد.

تعریف ۳.۲ . درجه ای که عدد فازی A عدد فازی B را مغلوب می کند به صورت زیر تعریف می شود:

$$Deg(A \geq B) = \min\{Pos(A \geq B), Nec(A \geq B)\} \quad (۱)$$
$$Deg(A \geq B) = 1/2(Pos(A \geq B) + Nec(A \geq B)) \quad (۲)$$

اولین تعریف از درجه تسلط یک روش کاملا محتاطانه در تخصیص درجه ای از تسلط به یک عدد فازی است

دومین روش از تعریف فوق نگرش واقع بینانه تری را نسبت به روش نخست در مقایسه اعداد فازی به یک تصمیم گیرنده خواهد داد. از طرفی روش دوم دارای این مزیت است که درجه تسلط بین دو دد فازی را در مقایسه دو به دو نرمال می نماید مطلب فوق را میتوان در لم زیر بیان نمود

لم ۳.۱ . بر اساس تعریف ۳.۲ (قسمت۱)برای مقایسه تسلط دو به دو از دو عدد فازی A وB مجموع درجه های تسلط دو عدد همواره برابر یک می باشد یعنی :

$$Deg(A \geq B) + Deg(B \geq A) = 1$$

همانطور که در ابتدای بخش ذکر کردیم این دو روش تنها روشهای مقایسه اعداد فازی با یکدیگر نمی باشد به عنوان مثال یک تصمیم گیرنده خوشبینانه استفاده از عملگر max به جای عملگر min را در تعریف ۳. ۲ ترجیح خواهد داد دو روش بیان شده در تعریف ۳. ۲ را می توان براحتی به برداری از ا عداد فازی تعمیم داد.

تعریف ۳. ۳ . فرض کنید A وB دو بردار از اعداد فازی باشند. درجه ای که بردار فازی A ، بردار فازی B ، را مغلوب می نماید هنگامی که این دو بردار‌در یک روش دو به دو مقایسه می گردند به صورت زیر تعریف می شود:

۱- روش بد بینانه $Deg(A \geq B) = \min\{Deg(A_m \geq B_m)\}$

۲- روش واقع بینانه $Deg(A \geq B) = \dfrac{\sum_{m=1}^{I+J} Deg(A_m \geq B_m)}{I+J}$

هم اکنون در موقعیتی قرار داریم که می توانیم به مقایسه درجه تسلط یک طرح تولید فازی با دیگر طرحهای تولید فازی با توجه به آنچه که در بالا گفته شد بپردازیم.

تعریف ۳ . ۴. فرض کنید $P_p = \begin{pmatrix} X_p \\ Y_p \end{pmatrix}_I^J$ و $P_q = \begin{pmatrix} X_q \\ Y_q \end{pmatrix}_I^J$ دو طرح تولید فازی باشند درجه ای که طرح تولیدی P_p ،طرح تولید P_q را مغلوب می نماید به صورت زیر تعریف می گردد:

$$Deg(P_p \geq P_q) = Deg\big((X_q, Y_p) \geq (X_p, Y_q)\big)$$

که در آن (X_q, Y_p)و (X_p, Y_q) بردارهایی $I+J$ بعدی از اعداد فازی می باشند هر کدام از این بردارهای $I+J$ بعدی ترکیبی از ورودیهای یک طرح تولید و خروجیهای طرح تولید مقابل می باشد.

نماد Deg به کار گرفته شده درتعریف فوق نمایانگر یکی از دو روش مقایسه بردارهای فازی در تعریف ۳.۳ می باشد .

تعریف ۳.۵ . فرض کنید $\{A^k\}_{k=1}^{N}$ یک خانواده از بردارهای $I+J$ بعدی از ا عداد فازی باشد . برای هر عضو این خانواده شاخص زیر را تعریف می کنیم.

$$Ind(A^{k^*}) = \min\{Deg(A^{k^*} \geq A^k) : k = 1,2,...,N, k \neq k^*\}$$

1-Pessimistic Way
2-Realistic Way

که در آن $k^0 = 1, 2, ...N$

شاخص محاسبه شده بر اساس تعریف بالا یک رتبه بندی از همه طرحهای تولید در فاصله $[0,1]$ تهیه می نماید

مثال ۳.۱. روش بیان شده در این بخش را هم اکنون با استفاده از یک مثال که توسط تریانتیس و واندن تهیه شده است را شرح می دهیم. شاخص بیان شده در تعریف ۵.۳ برای شش طرح تولید متفاوت محاسبه می گردد برای هر کدام از طرحهای تولید یک ورودی برای تولید یک خروجی به کار می رود مراحل عملیات به شرح زیر می باشد.

جدول ۱- مشخصات شش طرح تولید فرضی

طرح تولبد		کران پایین	کران بالا
۱	ورودی	۱۰	۲۰
	خروجی	۱۰	۲۰
۲	ورودی	۱۲	۱۸
	خروجی	۱۴	۱۶
۳	ورودی	۴	۸
	خروجی	۴	۲۶
۴	ورودی	۱۴	۱۸
	خروجی	۲۴	۲۸
۵	ورودی	۷	۲۱
	خروجی	۹	۲۹
۶	ورودی	۶	۱۱
	خروجی	۲۲	۲۷

تذکر: در الگوریتم زیر به منظور خلاصه نمودن مطالب تنها جدول نهایی را می آوریم.

گام اول: این مرحله شامل محاسبه اندازه امکان برای ورودیها و خروجیها با استفاده از قضیه ۱.۳ می باشد. . ورودی x_{pq} نمایانگر اندازه ای از درجه امکان است که طرح تولید p طرح تولید q را در حالت ورودی مغلوب می نماید.

به عنوان مثال برای محاسبه درجه ای که طرح تولید ۲ طرح تولید ۱ را در حالت ورودی مغلوب می نماید بایستی معادله

$$Pos(x_{ip} \geq x_{iq}) = \sup\{\lambda : x_{iq}{}^{u} \geq x_{ip}{}^{l} + \lambda(x_{iq}{}^{u} - x_{iq}{}^{l})\}$$

را حل نمود. به عبارتی $18 = 10 + \lambda(20-10) \Rightarrow \lambda = 0.8$ تعبیراندازه درجه امکان برای خروجی نیز شبیه ورودی می‌باشد.

گام دو م : در این مرحله به محاسبه اندازه لزومی که طرح تولیدطرح تولیدرا مغلوب می نماید (در دو حالت ورودی و خروجی می پر دازیم این کار با استفاده از تعریف ۳. ۱ صورت می گیرد .

گام سوم: این مرحله شامل محاسبه درجه تسلط طرح تولیدبروی طرح تولیدظ در دو حالت ورودی و خروجی می باشد. این مرحله ازعملیات با استفاده از فرمول ۳. ۲ صورت می گیرد . توجه به این نکته ضروری است که در این مرحله برای انجام محاسبات از قسمت نخست تعریف ۲.۳ استفاده نموده ایم زیرا قسمت دوم تعریف ۲.۳ در مقایسه با قسمت اول به یک تصمیم گیرنده اجازه تشخیص بهتر طرحهای تولید برای رتبه بندی خواهد داد.

گام چهارم: این مرحله شامل محاسبه درجه نهایی تسلط طرح تولید p بروی طرح تولید q می باشد. این عمل با استفاده از تعاریف ۳. ۳ (قسمت او ل) و ۴.۳ و همچنین مقادیر بدست آمده از دو قسمت قبل صورت می گیرد.

گام پنجم: این مرحله نهایی است که در آن همه طرحهای تولید بر اساس تعریف ۳. ۵ رتبه بندی می گردند در این مرحله از هر سطر جدول (۲) برایمشخص نمودن رتبه یک طرح تولید، می نیمم می گیریم.

جدول ۲- درجه نهایی تسلط طرح تولیدبروی طرح تولید

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	Minimume Dominance	Rank
۱	-	۰/۳۵	۰/۳۲۵	۰/۲	۰/۵۳۷۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۵
۲	۰/۶۵	-	۰/۳۷۵	۰/۲۵	۰/۶۲۵	۰	۰	۶
۳	۰/۶۷۵	۰/۶۲۵	-	۰/۵۱۲۵	۰/۶۷۵	۰/۴۳۷۵	۰/۴۳۷۵	۲
۴	۰/۸	۰/۷۵	۰/۴۸۷۵	-	۰/۷۵	۰/۳۵	۰/۳۵	۳
۵	۰/۴۶۲۵	۰/۳۷۵	۰/۳۲۵	۰/۲۵	-	۰/۱۵	۰/۱۵	۴
۶	۰/۹۷۵	۱	۰/۵۶۲۵	۰/۶۵	۰/۸۵	-	۰/۵۶۲۵	۱

همانطور که در جدول فوق مشاهده می کنیم طرحهای تولید ۳ و ۶ باتوجه به موقعیتشان بایستی دارای درجه تسلط قوی تری در مقایسه بادیگر طرحهای تولید داشته باشند بنابراین از آنها می توان به عنوان معیاری مناسب برای رتبه‌بندی دیگر طرحهای تولید استفاده نمود.

نتیجه گیری

در این مقاله برای رتبه بندی ظرحهای تولید فازی مفهوم مرز و شاخصهای مربوط به آن را از کارایی تکنیکی حذف و به جای آن مفهوم تسلط دو به دو و اندازه گیریهای مربوط به این روش را به کار بردیم . انگیزه این تحقیق عملی نمودن تا حد امکان این شکل از دسته بندی بود که توسط تریانتیس و واندن ارائه شده بود. قابل ذکر است که تحت این شکل از دسته بندی مقایسه نمودن طرحهای تولیدی که به یکدیگر نزدیک می باشند مشکل است اما در نهایت می توان یک رتبه بندی ترتیبی بروی طرحهای تولید انجام داد.

منابع

[1] Crharnes,A.,Cooper,W.W.,Rhodes,E.,1978.Measuring the efficiency of decision-making units.Euopean Journal of Operational Research 2(6), 429-444.
[2] Dubois,D.,Prade,H.,1983.Ranking of fuzzy numbers in the setting of possibility theory.Information Sciences 30,183-224.
[3] Farrell,M.J.,1957.The measurment of productive efficiency.Journal of the Royal Statistical Society Series A 120,253-281.
[4] Girod,O.,Triantis,K.,1999.The evaluation of productive efficency using a fuzzy mathematical programming approach. The case of the newspaper preprint insertion process. IEEE Transactions on Engineering Management 46(4),1-15.
[5] Triantis,K.,Girod,O.,A mathematical programming approach for measuring thecnical efficiency in a fuzzy environment.Journal of Productivity Analysis 10,85-102.
[6] Tulkens,H.,Vanden Eeckaut,P.,1995.Non-frontier measures of efficency progress for time series data. International Journal of Production Economics 39,83-97.
[7] Triantis,k.,Vanden Eeckaut,P.,2000.fuzzy pair-wise dominance and implications for technical efficiency perrformance assessment.Journal of Productivity Analysis 13(3),203-226.
[8] Triantis,k.,Sarangi,S. Kuchta,D.fuzzy pair-wise dominance and fuzzy indices: An evaluation of productive performance. European Journal of Operational Research 144(2003)412-428.