روش خطی سازی فیدبک بر روی موتور DC شنت

جواد مشایخی فرد
دانشجوی کارشناسی ارشد گروه کنترل دانشکده تحصیلات تکمیلی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

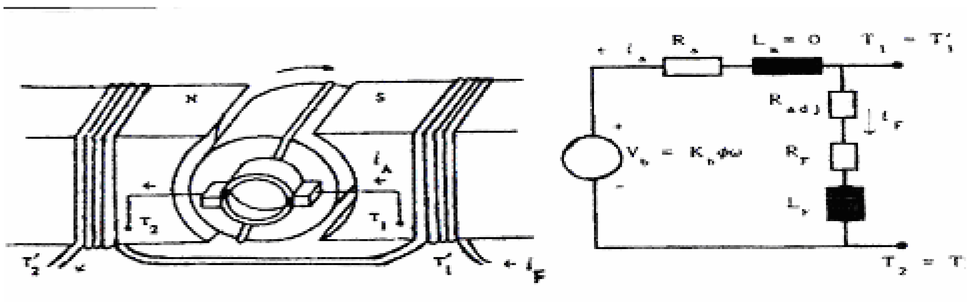
موتورهای DC بخاطر مشخصه گشتاور سرعت متفاوتی که در انواع آن وجود دارد و همچنین راحت کنترل نمودن سرعت این نوع موتورها همچنان مقبولیت خود را حفظ کرده اند .
یک مزیت بارز موتور شنت , سهولت کنترل سرعت آن است. وقتی رئوستا در مدار میدان شنت قرار می گیرد, جریان میدان و شار به ازای هر قطب را می توان مطابق خواسته تغییر دادو تغییر شار موجب می شود نیروی ضد محرکه(emf) تقریبا" مساوی ولتاژ نگه داشته شود.
در این مقاله تلاش بر این است که توسط خطی سازی فیدبک که شامل دو بخش خطی سازی حالت - ورودی و همچنین خطی سازی ورودی - خروجی می باشد مسئله موتور DC شنت را بررسی نموده و کنترل موقعیت و سرعت آن را مورد مطالعه قرار خواهیم داد و شرایطی را که می توان توسط این روش به نتیجه رسید را مورد ارزیابی قرار می دهیم و نکات عملی را در مورد روش بکار خواهیم برد.روش خطی سازی فیدبک یکی از روشهای طراحی و کنترل سیستمهای غیر خطی است که به شرط کنترل پذیر بودن و جواب داشتن معادلات سیستم غیر خطی قابل اعمال بوده و با قانون کنترل مناسب می توان به نتایج دلخواه رسید.
هرچند می توان سیستم را حول نقطه تعادل خطی کرد اما نباید انتظار داشته باشیم در یک محدوده وسیع رفتار مورد نظر عاید شود.برای همین بهتر است از روش های غیر خطی جهت کنترل سیستمها استفاده کنیم زیرا اکثر سیستمها ذاتا" غیر خطی اند.

کلمات کلیدی: موتور DC شنت، خطی سازی حالت - ورودی، خطی سازی ورودی - خروجی

مقدمه:

مدلی که در این مقاله به آن پرداخته شده موتور DC شنت می باشد.

در موتور DC شنت سیم پیچ تحریک موازی در مدار آرمیچر قرار دارد. در این نوع موتور ولتاژ منبع تغذیه به دو سر مدار تحریک همچنین به دو سر آرمیچر اعمال می گردد.روابط با توجه به شکل۱ به قرار زیر می باشد.



شکل ۱:نمای مکانیکی و مداری موتور DC شنت

$$l_f \frac{di_f}{dt} + (R_{adj} + R_f)\, i_f = v_T$$

$$j\dot{\omega} = \tau_m - B\omega - \tau$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

$$i_a = (v_T - v_b) / R_a$$

$$\tau_m = K_m \phi i_a$$

$$\phi = k_f i_f$$

$$v_b = k_b \phi\omega$$

جریان تحریک = i_f	τ_m = گشتاور مغناطیسی = گشتاور داخلی
ضریب گشتاور = K_m	ϕ = فلوی حاصله در میدان تحریک
جریان تحریک = i_f	$R_{adj} + R_f$ = مقاومت میدان + مقاومت رئوستا
جریان آرمیچر = i_a	l_f = اندوکتانس میدان
ضریب اصطکاک = B	j = لختی دورانی رتور
موقعیت زاویه ای = θ	ω = سرعت زاویه ای
مقاومت آرمیچر = R_a	v_T = ولتاژ ترمینال
نیروی ضد محرکه = v_b	k_b = ثابت ولتاژ ضد محرکه

معادلات فضای حالت :

این معادلات با فرض کنترل موقعیت نوشته شده است.

حال با تعریف متغیرهای حالت معادلات فضای حالت را می نویسیم.

$$u = v_T \quad , \quad x_3 = i_f \quad , \quad x_2 = \omega \quad , \quad x_1 = \theta$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -c_1 x_2 + c_2 x_2 x_3^{\,2} + c_3 x_3 u - c_6 \tau_l \\
\dot{x}_3 &= -c_4 x_3 + c_5 u
\end{aligned}$$

$$c_2 = \frac{K_m k_b k_f^{\,2}}{jR_a} \qquad c_1 = \frac{B}{j}$$

$$c_4 = \frac{(R_{adj} + R_f)}{l_f} \qquad c_3 = \frac{K_m k_f}{jR_a}$$

$$c_6 = \frac{1}{j} \qquad c_5 = \frac{1}{l_f}$$

اکنون معادلات را به فرمت زیر در می آوریم.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -c_1 x_2 + c_2 x_2 x_3^{\,2} \\ -c_4 x_3 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ c_3 x_3 \\ c_5 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ -c_6 \tau_l \\ 0 \end{bmatrix}$$

اعمال روش خطی سازی – حالت بر روی موتور DC شنت

در عمل روش خطی سازی فیدبک برای کنترل موقعیت موتور DC شنت قابل اعمال نیست. حال روش را برای کنترل سرعت موتور بررسی می کنیم.

کنترل سرعت موتور DC شنت :

با فرض کنترل سرعت یک مرتبه معادلات فضای حالت کاهش می یابد.یعنی از مرتبه ۳ به مرتبه ۲ تبدیل می شود.

$$\dot{x}_1 = -c_1 x_1 + c_2 x_1 {x_2}^2 + c_3 x_2 u - c_6 \tau_l$$
$$\dot{x}_2 = -c_4 x_2 + c_5 u$$

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -c_1 x_1 + c_2 x_1 {x_2}^2 \\ -c_4 x_2 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad g(x) = \begin{bmatrix} c_3 x_2 \\ c_5 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad d = \begin{bmatrix} -c_6 \tau_l \\ 0 \end{bmatrix}$$

قدم اول : بررسی کنترل پذیر بودن سیستم :

ماتریس کنترل پذیری را تشکیل می دهیم.

$$\lfloor g \quad ad_f g \rfloor$$

$$ad_f g = [\mathrm{f} \quad \mathrm{g}] = \nabla g f - \nabla f g$$

$$ad_f g = \begin{bmatrix} 0 & c_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -c_1 x_1 + c_2 x_1 {x_2}^2 \\ -c_4 x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -c_1 + c_2 {x_2}^2 & 2c_2 x_1 x_2 \\ 0 & -c_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_3 x_2 \\ c_5 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$ad_f g = \begin{bmatrix} (c_1 c_3 - c_3 c_4) x_2 - 2c_2 c_5 x_1 x_2 - c_2 c_3 x_2^3 \\ c_4 c_5 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس کنترل پذیری را می نویسیم.

$$\mathrm{Rank} \begin{bmatrix} c_3 x_2 & (c_1 c_3 - c_3 c_4) x_2 - 2c_2 c_5 x_1 x_2 - c_2 c_3 x_2^3 \\ c_5 & c_4 c_5 \end{bmatrix} = ۲$$

$$\det \lfloor g \quad ad_f g \rfloor = c_5 x_2 \left[(c_1 c_3 + 2c_3 c_4 + 2c_2 c_5 x_1 + c_2 c_3 x_2^2) \right]$$

مشخص است که به ازای $x_2 = 0$ رتبه ماتریس کنترل پذیری کامل نمی باشد .ما ابتدا روش را اعمال نموده سپس در این مورد بحث خواهیم نمود.

شاید این سوال پیش بیاید چرا عبارت $-c_6 \tau_l$ را در محاسبات در نظر نگرفتیم وضعیت ماتریسها به شکلی بود که اگر این عبارت را در $f(x)$ در نظر می گرفتیم باز هم اثری نداشت .

قدم دوم: شرط INVOLUTIVE همیشه برقرار است.

با توجه برقرار بودن شرط کنترل پذیری وINVOLUTIVE سیستم قابل خطی سازی تک ورودی است.

قدم سوم: بدست آوردن z ها (تبدیل حالت)

$$\nabla z_1 ad_f{}^i g = 0$$

$$\nabla z_1 ad_f{}^0 g = 0 \quad \text{و} \quad ad_f{}^0 g = g \quad \text{و} \quad \nabla z_1 ad_f g \neq 0$$

$$\nabla z_1 g = \begin{bmatrix} \dfrac{dz_1}{dx_1} & \dfrac{dz_1}{dx_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_3 x_2 \\ c_5 \end{bmatrix} = 0$$

$$\nabla z_1 adj_f g = \begin{bmatrix} \dfrac{dz_1}{dx_1} & \dfrac{dz_1}{dx_2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (c_1 c_3 - c_3 c_4) x_2 - 2c_2 c_5 x_1 x_2 - c_2 c_3 x_2^3 \\ c_4 c_5 \end{bmatrix} \neq 0$$

$$z_1 = -c_5 x_1 + \frac{c_3 x_2^2}{2}$$

$$z_2 = L_f z_1 = \nabla z_1 f = \begin{bmatrix} -c_5 & c_3 x_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -c_1 x_1 + c_2 x_1 x_2{}^2 - c_6 \tau_l \\ -c_4 x_2 \end{bmatrix}$$

$$z_2 = c_1 c_5 \ x_1 + c_2 c_5 x_1 x_2{}^2 + c_5 c_6 \tau_l - c_3 c_4 x_2^2$$

قدم چهارم :

$$\dot{z}_1 = z_2 \qquad \text{و} \qquad \dot{z}_2 = V$$

قدم پنجم :

$$u = \alpha + \beta V \quad \text{و} \quad \alpha = \frac{-\nabla z_2 f}{\nabla z_2 g} \quad \text{و} \quad \beta = \frac{-1}{\nabla z_2 g}$$

$$\alpha(x) = [-(c_1 c_5 + c_2 c_5 x_2^2)(c_1 x_1 + c_2 x_1 x_2^2 + c_6 \tau_l) - c_4 x_2 (2c_2 c_5 x_1 x_2 - 2c_3 c_4 x_2)] \times \beta(x)$$

$$\beta(x)=\frac{-1}{c_5x_2[c_1c_3+c_2c_3x_2^2+2c_2c_5x_1-2c_3c_4]}$$

با تبدیلات حالت و ورودی که در بالا دیدیم به معادلات خطی رسیدیم و با V مناسب به هدف کنترلی خودمعنا خواهیم بخشید.

ملاحظات عملی :

u وابستگی شدید به دینامیک غیر خطی دارد در نتیجه این سیستم اصلا" مقاوم نیست.

در ضمن قانون کنترل محدودیت دارد زیرا از یک حد بالا رود آنگاه محرک ها به اشباع می روند.

در این پروژه به ازای $x_2=0$ داریم $\alpha(x)=\infty\ ,\ \beta(x)=\infty$ در نتیجه $u=\infty$ می شود (یعنی محدود بودن قانون کنترل و اشباع رفتن محرک ها)

اعمال خطی سازی ورودی – خروجی بر موتور DC شنت

می خواهیم موقعیت را اندازه بگیریم. $y=x_1$

ابتدا تلاش می کنیم معادلات را بصورت نرمال شده در بیاوریم .

قدم اول : درجه نسبی سیستم را بدست می آوریم.

$$\dot{y}=\dot{x}_1=x_2$$
$$\ddot{y}=\dot{x}_2=-c_1x_2+c_2x_2{x_3}^2+c_3x_3u-c_6\tau_l$$

درجه نسبی سیستم ۲ می باشد.

قدم دوم: $[y \quad \dot{y} \quad \dots]^T=[\mu_1 \quad \mu_2 \quad \dots]^T$

تعداد μ ها برابر درجه نسبی می باشد.

$$z=\phi(x)=[\mu_1 \quad \mu_2 \dots \quad \psi_1 \quad \psi_2 \dots \quad]^T$$

تعداد ψ ها برابر یک و درجه نسبی= ۲ و مرتبه سیستم = ۳

بدست آوردن ψ کار مشکلی است ولی بهر حال از این رابطه $L_g\psi=0$, ψ بدست می آید .

$$L_g\psi = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{d\psi}{dx_1} & \dfrac{d\psi}{dx_2} & \dfrac{d\psi}{dx_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ c_3x_3 \\ c_5 \end{bmatrix} = 0$$

$$\psi = -c_5x_2 + \frac{c_3x_3^2}{2}$$

قدم سوم:

شرط لازم برای اینکه z یک diffeomorphism باشد آن است که ماتریس ∇z رتبه کامل باشد.

اگر رتبه کامل باشد می توان مختصات جدیدی تعریف کرد.

$$\nabla z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -c_5 & c_3x_3 \end{bmatrix}$$

$$if \quad x_3 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{diffeomorphism}$$

قدم چهارم:

بدست آوردن x_1 و x_2 و ..... بر حسب μ ها و ψ ها و همچنین بدست آوردن $\dot{\mu}_1$ و $\dot{\mu}_2$

و .... $\dot{\psi}_1$ و ..... برحسب μ ها و ψ ها.

$$\mu_1 = x_1 \quad , \quad \mu_2 = x_2 \qquad \text{و} \qquad \psi = -c_5x_2 + \frac{c_3x_3^2}{2}$$

$$x_1 = \mu_1 \quad , \quad x_2 = \mu_2 \qquad x_3 = [(\psi + c_5\, x_2) \times \frac{2}{c_3}]^{\frac{1}{2}}$$

$$\dot{\mu}_1 = \dot{y} = \dot{x}_1 = x_2 = \mu_2$$
$$\dot{\mu}_2 = \ddot{y} = \dot{x}_2 = -c_1x_2 + c_2x_2x_3{}^2 + c_3x_3u - c_6\tau_l$$

$$\dot{\mu}_2 = -c_1\mu_2 - c_2\mu_2(\psi + c_5\mu_2)(\frac{2}{c_3}) - c_6\tau_l + c_3[(\psi + c_5\mu_2)(\frac{2}{c_3})]^{\frac{1}{2}}u$$
$$\dot{\psi} = -c_5(-c_1x_2 - c_2x_2x_3^2 + c_3x_3u - c_6\tau_l) + c_3x_3(-c_4x_3 + c_5u)$$
$$\dot{\psi} = c_5c_1x_2 + c_2c_5x_2x_3^2 + c_5c_6\tau_l - c_3c_4x_3^2$$
$$\dot{\psi} = c_1c_5\mu_2 + c_5c_6\tau_l + (c_2c_5\mu_2 - c_3c_4)(\psi + c_5\mu_2)(\frac{2}{c_3})$$

قدم پنجم:

به ازای $\mu_i = 0$ ، $\dot{\psi}$ را برحسب ψ بدست می آوریم سپس توسط یک تابع لیاپانوف مناسب در مورد پایداری مجانبی اظهار نظر می کنیم.اگر پایدار مجانبی بود (یعنی دینامیک صفر پایدار مجانبی است.) آنگاه سیستم غیر خطی مینیموم فاز است.

$$\mu_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\psi} = c_5 c_6 \tau_l - 2c_4 \psi$$

پس اگر τ_l صفر و یا ناچیز باشد دینامیک صفر پایدار مجانبی می باشد.

از روی $\dot{\mu}_2$ که رابطه با u دارد می توان قانون کنترل را بدست آورد تا خروجی بصورت مطلوب رفتار نماید.

$$u = \frac{c_1 x_2 + c_2 x_2 x_3^{\,2} - c_6 \tau_l + v}{c_3 x_3}$$

$$\dot{\mu}_1 = \mu_2$$

$$\dot{\mu}_2 = v$$

حال v را تعریف می کنیم.

$$v = \ddot{y}_d + k_2 \dot{e} + k_1 e \qquad \Rightarrow \qquad \ddot{e} + k_2 \dot{e} + k_1 e = 0$$

$$e = y - y_d$$

با هر سرعت و وضعیتی که مورد نظر باشدمی توان خطا را صفر نمود.($k_1, k_2 \succ 0$)

نتیجه گیری :

هر چند می توان موتور dc شنت را توسط ماتریس ژاکوبین خطی نمود اما نباید انتظار داشت در یک محدوده وسیع به نتیجه مطلوب دست یابیم.

در این مقاله ابتدا معادلات موتور DC شنت را بیان کردیم سپس به تفسیر روش خطی سازی فیدبک که شامل خطی سازی ورودی - حالت و خطی سازی ورودی- خروجی است پرداختیم . بعد از آن روش های مذکور را روی مدل (موتور dc شنت) پیاده نمودیم . ایراد این روش این است که وقتی جریان تحریک صفر باشد این روش قابل اعمال نبوده ضمنا" به ازای جریان تحریک کم نیز محرک ها به اشباع می روند و این مسئله را باید در عمل مد نظر داشته باشیم . در واقع در روش خطی سازی فیدبک ابتدا باید بررسی نمود که آیا این روش قابل اعمال است یا خیر ؟در صورت مثبت بودن جواب با اعمال قانون کنترل مناسب اثر غیر خطی سیستم را حذف می نماییم و همچنین با روش فیدبک حالت و یا هر روش دیگر خطی می توان جایابی قطب را انجام داد . در انتها نیز با در نظر گرفتن اطلاعات یک موتور, شبیه سازی را برای دو حالت قبل و بعد از اعمال روش انجام دادیم .

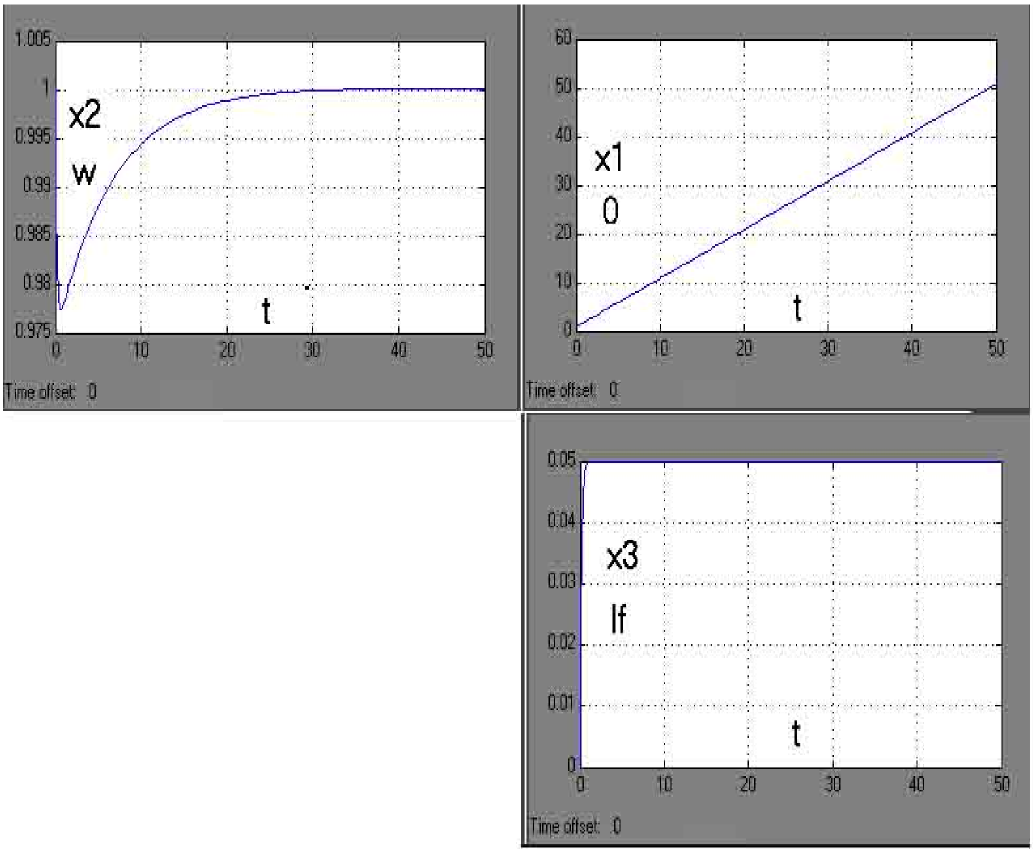
شبیه سازی:

R_a	$2ohm$
L_a	$0.5henry$
k_m, k_b	0.1
k_f	$0.2Nm$
j	$0.02kgm^2 / s^2$
R_f	$120ohm$
L_f	$20henry$
B	0.003

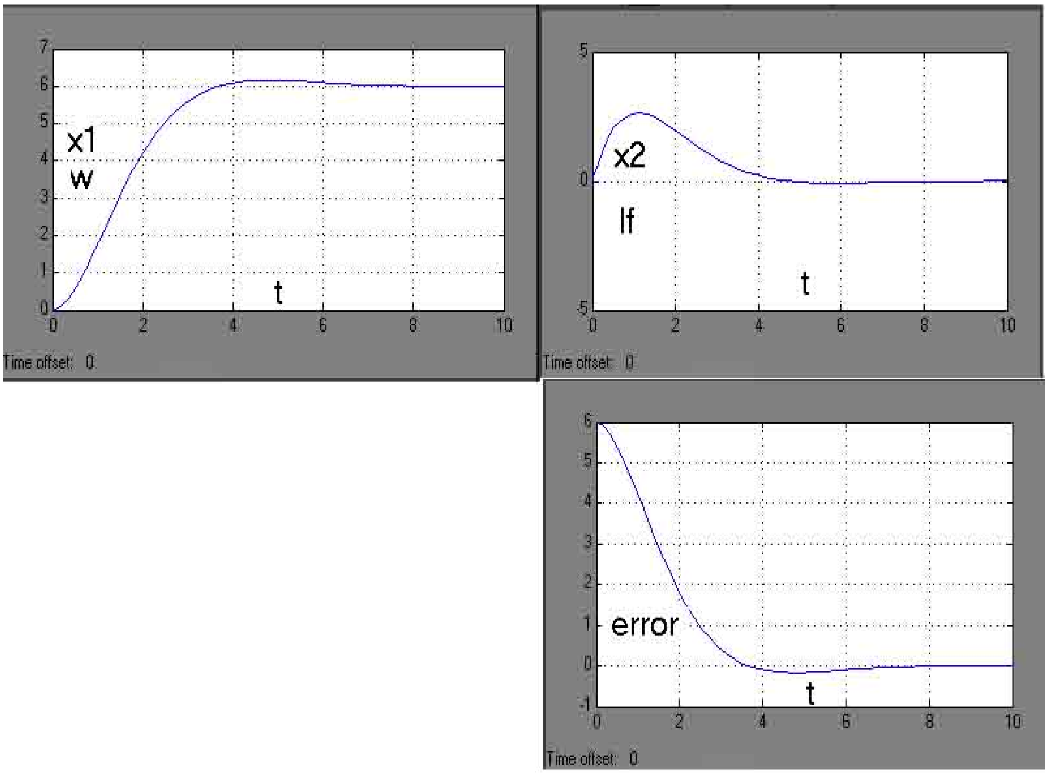
با توجه به روابط صفحه ۳ c ها را بدست می آوریم و شبیه سازی می کنیم.

$$c_1 = 0.15 \quad c_2 = 0.01 \quad c_3 = 0.5 \quad c_4 = 6 \quad c_5 = 0.05 \quad c_6 = 50$$

شبیه سازی موتور DC شنت قبل از اعمال ورودی کنترل :



شبیه سازی بعد از اعمال قانون کنترل :



REFRENCES **مراجع:**

۱. ال هاواری محمد، اصول ماشینهای الکتریکی، مترجم: عابدی مهرداد، نظرزاده جلال، نشر صفا ۱۳۷۴.

2. Ogata K, Modern Control Engineering, Prentice – Hall, 1970.
3. Bodson M, Chiasson J, Differential – Geometric Methods for Control of Electric Motors, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1998
4. Eslotine J.E, Li W,Applied Nonlinear Control, Prentice – Hall, 1991.
5. Khalil H, nonlinear systems, Hardcover, 2001.