پنجمین کنفرانس سیستمهای فازی ایران
هفدهم الی نوزدهم شهریورماه ۱۳۸۳

روشی برای تولید عدد فازی در تصمیم گیری جمعی

محسن مسجدجامعی[۱]، سید حسن قد سی پور[۲]
دانشکده مهندسی صنایع- دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

اعداد فازی برای حل مسا ئل تصمیم گیری در مواردی که با مفاهیم غیر دقیق وزبانی مواجه میشویم کاربرد دارد.در اغلب این مسائل از اعداد فازی مشخص با تعداد رده های مفهومی یکسان وحدود ازپیش تعیین شده استفاده میشود.مشکلی که در بسیاری از موارد بوجود می‌آید اینست که تعداد رده‌های مفهومی و حدود آن با ذهن مدیر و یا کارشناس تطبیق کامل ندارد.

در این مقاله قصد داریم مدل و نمونه کاملی از تولید یک عدد فازی در مسائل تصمیم گیری چند معیاره ارائه کنیم، به‌گونه‌ای که تعداد رده‌های مفهومی و حدود عدد فازی در دست تصمیم‌گیر باشد که بسته به شرایط مسأله بتواند آنها را تغییر دهد. روش و ایده کلی این الگوریتم اینست که با متغیر قرار دادن تعداد رده‌های مفهومی ودرنظرگرفتن ضریبی به عنوان ضریب نفوذپذیری آرای کارشناسان(α) در تولید عدد فازی الگوریتم کامل وسریعی ارائه می‌دهیم. به کار گرفتن ضریب نفوذپذیری α، دست تصمیم گیر را برای اعمال میزان تاثیرات نظرات محاوره ای کارشناسان در تابع عضویت، باز میگذ ارد.

کلمات کلیدی : تصمیم گیری چند معیاره ، وزن فازی، بردار نظرات، کمی ساز، تصمیم گیری جمعی

۱- معرفی

فرض کنید در یک مساله تصمیم گیری n معیار وm گزینه برای انتخاب وجود داشته باشد.برای مشخص شدن نتیجه تصمیم گیری ارزش گزینه ها در هر معیار و وزن معیار ها لازم است.در دنیای تصمیم‌گیری که انسان اصلی‌ترین نقش را ایفا می‌کند، عدم قطعیت در بسیاری از مسائل وجود دارد. و این عدم قطعیت که ناشی از ذهن انسان است به قلمرو تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره نیز کشیده می‌شود.دربسیاری از مسائل چند معیاره اهمیت معیارها نسبت به یکدیگربه طور دقیق وجود ندارد و به صورت غیر دقیق و زبانی از طرف کارشناسان و مدیران بیان میشود.

هنر تصمیم‌گیر این است که بتواند به بهترین نحو ممکن این مفاهیم محاوره‌ای و غیرقطعی را در یک مسأله چندمعیاره پیاده‌سازی کند تا بتواند در انتخاب گزینه برتر و یا رتبه‌بندی گزینه‌ها موفق باشد. معمول‌ترین راه اجرای چنین منظوری استفاده از منطق فازی است.

اگر وزن فازی معیار X_I را به‌صورت $\overline{W_I}$ (علامت - نشاندهنده فازی بودن آن است). نشان دهیم ماتریس تصمیم مسأله چندمعیاره به‌صورت رابطه (۱) خواهد بود.

۱- کارشناس ارشد،دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر

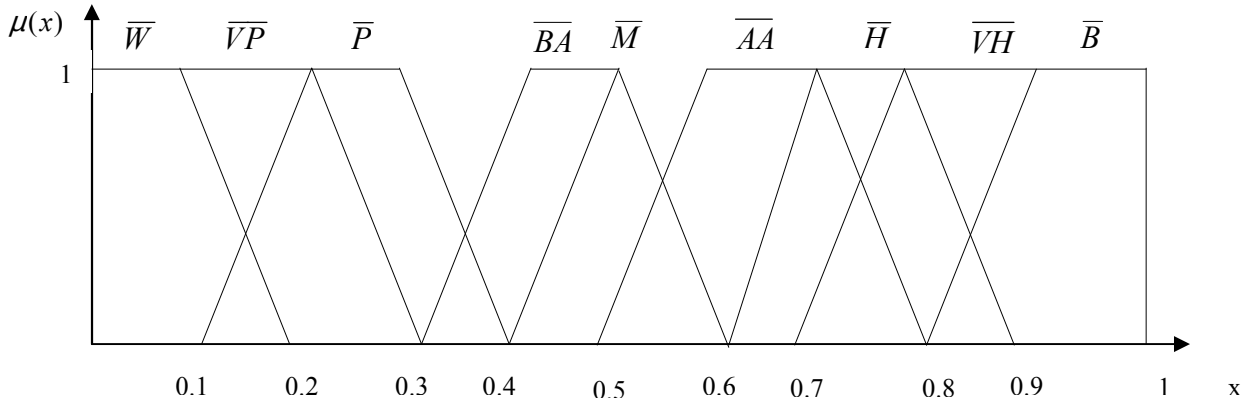
۲- دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر

ممکن است مسأله چندمعیاره‌ای وجود داشته باشد که علاوه برغیردقیق و محاوره‌ای بودن اهمیت معیارها، مقدار گزینه‌ها در یک معیار نیز بصورت محاوره‌ای بیان شود. در این‌صورت ستونی از ماتریس تصمیم نیز بصورت فازی نوشته می‌شوند.
مثلاً اگر برای گزینه‌ها در معیار iام مقدار دقیقی وجود نداشته باشد و ملاک ارزشگذاری برای گزینه‌ها در این معیار نظرات غیردقیق و محاوره‌ای کارشناسان باشد، بردار $(X_{1i}, \ldots\ldots, X_{mi})^T$ در رابطه (۱) تبدیل به بردار $(\overline{X}_{1i}, \ldots, \overline{X}_{mi})^T$ می‌شود

$$D = \begin{array}{c} \\ \\ \\ A_1 \\ \vdots \\ \\ A_m \end{array} \begin{array}{c} \overline{W_1} \quad\quad \overline{W_i} \quad\quad \overline{W_n} \\ X_1 \quad\quad X_i \quad\quad X_n \\ \begin{pmatrix} X_{11} \quad\quad X_{1i} \quad\quad X_{1n} \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \\ X_{m1} \quad\quad X_{mi} \quad\quad X_{mn} \end{pmatrix} \end{array} \qquad (1)$$

برای تولید یک عدد فازی روشهای بسیار زیادی وجود دارد. روش شبکه های عصبی در کنترل فازی مرسوم است. اما در شاخه تصمیم گیری فازی، از مدلهای تعریف شده و از پیش تعیین شده استفاده می شود.زاده و بلمن[1] اولین کسانی بودند که اعداد فازی با رده های مفهومی یکسان و حدود مشخص را در مسائل تصمیم گیری بکار بردند[۱۰] . در بسیاری ازحالات که بنا دارند درجه اهمیت و یا شدت و کاستی یک مفهوم را با دقت بیشتری در مسأله وارد نمایند، از ۹ عدد فازی و ۹ مفهوم محاوره‌ای استفاده می‌کنند [۹]. به‌عنوان نمونه، مدل شکل 1 نه رده مفهومی را به ۹ عدد فازی ذوزنقه‌ای یا مثلثی تبدیل کرده است[۸].

1) $\overline{W} = Worst = (0.\ 0,\ 0.1,\ 0.2)$ 2) $\overline{VP} = Very\ Poor = (0.\ 0,\ 0.2,\ 0.3)$ 3) $\overline{P} = Poor = (0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ 0.4)$
4) $\overline{BA} = Below\ Average = (0.3,\ 0.4,\ 0.5,\ 0.6)$ 5) $\overline{M} = Averag = (0.4,\ 0.5,\ 0.5,\ 0.6)$
6) $\overline{AA} = Abore\ \ Average = (0.5,\ 0.6,\ 0.7,\ 0.8)$
7) $\overline{H} = High = (0.6,\ 0.7,\ 0.8,\ 0.9)$ 8) $\overline{VH} = Very\ High = (0.7,\ 0.8\ ,1.1)$
9) $\overline{B} = Best = (0.8,\ 0.9,\ 1.1)$ 7) $\overline{H} = High = (0.6,\ 0.7,\ 0.8,\ 0.9)$



1-Zadeh & Bellman

شکل ۱ – نه رده مفهومی غیر دقیق

در هر یک از حالات ذکر شده ، اگر تنها از یک مدیر و یا کارشناس سوال شود، وزن معیار و یا مقدار آلترناتیو به صورت عدد فازی استاندارد در نظر گرفته می شود و اگردر حالت تصمیم گیری جمعی حل شود و از چند کارشناس سوال شود مجموع و یا میانگین آنها در نظر گرفته می شود. به عنوان مثال اگر کارشناس ۱ رده مفهومی a_1 که با عدد فازی $\overline{A}_1$ نشان داده می شود، را انتخاب کرده باشد و به همین ترتیب کارشناس ۲ ، $\overline{A}_2$ و ... و کارشناس k ، $\overline{A}_k$، برای بدست آوردن عدد فازی $\overline{A}$ ، میانگین حسابی آن از طریق رابطه (۲) محاسبه می شود.

$$\overline{A} = \frac{1}{k} \otimes (\overline{A}_1 \oplus \overline{A}_2 \oplus \overline{A}_3 \oplus \ldots\ldots\ldots \oplus \overline{A}_k) \qquad (۲)$$

پس از تولید اعداد فازی برای مقادیر غیر دقیق و کلامی به طریق گفته شده امتیاز هر گزینه از یکی از روشهای[1] MADMمحاسبه میشود. بدیهی است که محاسبات ضرب وجمع به صورت فازی انجام میگیرد[2] . ا لگوریتم مورد نظر طی ۳ مرحله در قسمت دوم مقاله به تفصیل توضیح داده میشود.در قسمت سوم مقایسه ای از الگوریتم ارائه شده با روشهای دیگر صورت میگیردوقسمت چهارم و پنجم به مثالی کاربردی و عملی از مسائل چند معیاره فازی در تصمیم گیری جمعی ونتایج مقاله اختصاص می یابد.

۲- تولید عدد فازی

۲-۱- مرحله اوّل) جمع‌آوری نظرات غیردقیق و محاوره‌ای کارشناسان و مدیران

فرض کنیم در یک سیستم تصمیم‌گیری جمعی چندمعیاره تعداد m مدیر و n کارشناس نسبت به اهمیت معیارهای مسأله چندمعیاره نظرات محاوره‌ای خود را بیان می‌کنند درواقع مسأله ما، مسأله چندمعیاره با چندین کارشناس است(ME-MADM)[2]. دراین مقاله با کمک الگوریتمی سریع ومناسب و به کمک تصمیم سا زی گروهی برای تولید وزن فازی اقدام میکنیم. پروفسور ساعتی [3] [11] برای ترجیحات زوجی که به صورت شفاهی بیان می شود ، اعداد ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ را قرار داد به این صورت که اگر میزان مطلوبیت و یا اهمیت دو معیار یا دو آلترناتیو مورد قضاوت یکی بود از عدد ۱ در ماتریس ترجیحات زوجی استفاده شود. اگر یکی بر دیگر کمی ترجیح داشت از عدد ۳ و همین طور از اعداد ۵، ۷ و ۹ استفاده می شود.به طور خلاصه برای ترجیحات زوجی شفاهی به صورت یکسان (۱) ، کمی مرجح(۳)، مرجح (۵)،خیلی مرجح (۷)، کاملاً مرجح(۹)، عمل می شود.

همچنین از اعداد میانی (۲، ۴، ۶، ۸) برای ترجیحاتی استفاده می شود که از نظر قضاوت کننده و یا تصمیم گیر بین رده های مفهومی بالا قرار می گیرد.اگر رده های میانی را نیز به حساب بیاوریم این تکنیک ۹ رده مفهومی را در بر دارد. وقتی قضاوتهای کارشناسان برای ترجیحات زوجی معیارها انجام شد با استفاده از میانگین هندسی درایه مربوط به ترجیح بین دو معیارانتخاب شده و در گامهای بعدی وزن معیار به صورت دقیق و با استفاده از نظر کارشناسان محاسبه میشود.

البته سهولت تکنیک AHP در ایجاد ماتریس ترجیحات زوجی ، چه به صورت عددی و چه به صورت شفاهی ، امری بدیهی است ولی محدود کردن مفاهیم محاوره ای به چند عدد دقیق و در یک ساختار خاص، کمبودهایی است که این تکنیک در استفاده از مفاهیم محاوره ای نسبت به منطق فازی دارد . برای استفاده از ترجیحاتی که به صورت شفاهی بیان می شود،

1- Multiple Attribute Decision Making
2- Multi Expert - Multiple Attribute Decision Making
3- Saaty

بهترین و کاملترین راه استفاده از منطق فازی است . برای رفع این نقا ئص ضرائب k و α را به صورت متغیر وارد سیستم تصمیم گیری میکنیم .اگر تعداد رده‌های مفهومی در یک جهت را، k، در نظر بگیریم سؤالی که از مدیر و یا کارشناس در مورد اهمیت معیارها یا ارزش گزینه ها می‌شود به‌صورت زیر است.

به‌نظر شما اهمیت معیار jام در تصمیم‌گیری چقدر است؟

خیلی خیلی مهم ..... کمی مهم متوسط کمی کم‌اهمیت ..... خیلی خیلی کم‌اهمیت

k ..... ۱ ..... ۱ ..... k

هیچ لزومی ندارد که از تمامی افراد تأثیرگذار در تصمیم‌گیری با تعداد رده های مفهومی یکسان پرسش شود. به‌عنوان مثال نظر کارشناسی که کاملاً نسبت به اهمیت معیارهای مسأله واقف است کاملاً جزئی‌تر و دقیق‌تر از مدیری است که دورادور نسبت به کلیات مسأله آگاه است. مثلاً می‌توانیم ازمدیر با ۳ رده مفهومی (مهم یا متوسط یا کم‌اهمیت) و از کارشناس با تعداد رده‌های مفهومی بیشتر سؤال کنیم.در این‌صورت به مدیر پرسشنامه‌ای با k = ۱ و به کارشناس با k = ۳ و یا بالاتر می‌دهیم. قرار دادن عددی مثل k و تغییر آن مطابق شرایط مسأله و ذهنیت افراد تصمیم‌گیر، نتایج داخل شده در مدل تصمیم‌گیری را بهبود می‌بخشد . بدیهی است مفاهیم کلامی کارشناسان نهایتا میبایست به صورت یک عدد فازی وارد سیستم تصمیم گیری شوند. نظر سنجی با همین مشخصات برای ارزش کلامی گزینه ها در یک معیار مشخص نیز میتواند به کار گرفته شود.

۲-۲- مرحله دوم) تولید بردارنظرات[1] O_j

در این مقا له با کمک گرفتن از ضریبی به نام α، قصد داریم که نظرات ذهنی و محاوره‌ای مدیران و کارشناسان را بر روی وزن معیارهاویا ارزش گزینه ها پیاده‌سازی نمائیم. بدین‌صورت که برای رده متوسط عدد ۱ را درنظر می‌گیریم و به ازای هر درجه مفهومی بیشتر و یا کمتر مقدار α+ و یا αـ به آن اضافه می‌کنیم.به عنوان مثال در حالت کلامی بودن اهمیت معیار ها داریم:

خیلی خیلی مهم ..... کمی مهم متوسط کمی کم‌اهمیت ..... خیلی خیلی کم‌اهمیت

$1+k\alpha$ $1+\alpha$ ۱ $1-\alpha$ $1-k\alpha$

فرض می‌کنیم از N نفر راجع به اهمیت معیار jام سؤال کرده‌ایم. در این‌صورت تعریف می‌کنیم:

n_j : تعداد کسانی که سطح متوسط از درجه اهمیت را انتخاب کرده‌اند.

h_{ij}: تعداد کسانی که سطح iام از درجه اهمیت را انتخاب کرده‌اند.

e_{ij}: تعداد کسانی که سطح iام از درجه کم اهمیتی را انتخاب کرده‌اند.

باتوجه به تعاریف بالا رابطه (۳) واضح به‌نظر می‌رسد.

$$N = n + \sum_{i=1}^{k} (h_{ij} + e_{ij}) \qquad (۳)$$

براحتی میتوان این مطالب را برای وقتی که ارزش گزینه ها در یک معیار غیر دقیق است تعمیم دهیم.

پس تا این قسمت مسأله به برداری با ۲k+۱ مؤلفه که مؤلفه‌های آن نمایانگر تعداد افراد انتخاب‌کننده سطوح مختلف درجه اهمیت می‌باشد می‌رسیم.اگر برای معیار jام این بردار را با O_j(بردار نظرات) نشان دهیم داریم:

$$O_j = (e_{kj}, ..., e_{1j}, n_j, h_{1j}, ..., h_{kj}) \qquad (۴)$$

برای تولید عدد فازی ـ فاصله‌ای مربوط به وزن معیار jام بردار O_j دررابطه (۴) کافیست. ولی دو رویکرد در غالب دو روش متنوع برای این بردار قائل می‌شویم به‌نحوی که دست تصمیم‌گیر برای اعمال سلیقه و نظرهای مختلف باز باشد.

1-Opinions

۱-۲-۲- روش اوّل) رده بندی برای نظردهندگان

اگر تصمیم‌گیر بخواهد بین کارشناسان خود رده بندی کند، باید تغییراتی در بردار O_j اعمال نماید. به‌عنوان مثال اگر نظردهندگان را به سه دسته مدیر و کارشناس ارشد و کارشناس تقسیم‌بندی نماید و برای مدیر ضریب k_1 و برای کارشناس ارشد ضریب k_2 و برای کارشناس ضریب k_3 درنظر بگیرد مقادیر n_j و e_{ij} و h_{ij} به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند.

n_j = تعداد افرادی از مدیران که سطح متوسط اهمیت برای معیار jام را انتخاب کرده‌اند ×k_1 + تعداد افرادی ازکارشناسان ارشد که سطح متوسط را انتخاب کرده‌اند ×k_2 + تعداد افرادی از کارشناسان که سطح متوسط را انتخاب کرده × k_3.

مقادیر e_{ij} و h_{ij} مانند n_j در سه سطح محاسبه می‌شود.

در این‌صورت مقادیر n_j و e_{ij} و h_{ij} تعداد افراد نیستند بلکه تعداد افراد ضربدر ضریب اهمیتی است که تصمیم‌گیر به نظر هر دسته از رأی‌دهندگان می‌دهد و باید مقادیر جدید n_j و e_{ij} و h_{ij} در رابطه ۴ جایگزین شود.

۲-۲-۲- روش دوم) تغییر مؤلفه‌های بردار O_j با استفاده از عملگر OWA[1]

دلیل استفاده از این عملگر قابلیت خاص ان برای وزندهی به داده هایی است که بزرگی و کوچکی انها بر نوع وزندهی انها موثر باشد. یعنی اگر در یک مجموعه اماری بخواهیم نوع وزندهی را به گونه ای تنظیم کنیم که داده های بزرگتر یا مهمتر وزن بیشتری بگیرند میتوانیم از این عملگر استفاده کنیم. در واقع، اگر بخواهیم در یک مجموعه آماری، به اعداد بزرگتر یا کوچکتر وزن بیشتری بدهیم می‌توانیم با تغییر متغیر های این عملگر به منظور خود برسیم.متداولترین عملگر OWA به‌صورت (۵) تعریف می‌شود[5,6]

$$\sum_{i=1}^{n} W_i = 1,\ W_i \in [0\ ,\ 1],\ =1,2,...,\ n$$
$$F(a_1\ ,\ a_2\ ,...,\ \ a_n) = W_1 b_1 + W_2 b_2 + ... + W_n b_n \qquad (۵)$$

که در رابطه (5) $(a_1,...,a_n)$، مقادیری هستند که باید وزن‌دهی شوند با این تفاوت که وزن اوّل از بردار وزنی در بیشترین مقدار ضرب می‌شود. یا به تعبیر دیگر b_i، iامین مقدار از لحاظ بزرگی بین $(a_1,...,a_n)$ است وقتی از بزرگ به کوچک مرتب شده باشند.

اینکه نوع وزن‌دهی ما چقدر به OR کردن و یا چقدر به AND کردن شبیه و یا نزدیک است با معیاری به نام Orness تعریف می‌شود که یگر[2] نحوه اندازه‌گیری آنرا به صورت رابطه (۶) بیان کرد:

$$\text{Orness} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (n-i)\, w_i \qquad (۶)$$

روش معمول برای بدست آوردن ضرایب W_1 تا W_n استفاده از کمی‌سازهاست[3]. اگر Q(r) را به‌عنوان یک تابع کمی‌ساز در نظر بگیریم وزنهای W_1 تا W_n از رابطه (۷) محاسبه می‌شوند:

$$W_i = Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \qquad (۷)$$

مهمترین کمی‌سازها، که ما نیزدراین مقاله ازآنها استفاده می‌کنیم کمی‌سازهای با قاعده افزایشی (RIM) [4] و با استفاده از رابطه (۸) می‌باشند:

1-Ordered Weighted Averaging
2-Yager
3-Quantifiers
4-Regular Increasing Monotone

$$Q(r) = r^{\alpha} \quad \alpha \geq 0 \tag{۸}$$

با در نظر گرفتن رابطه(۸) میزان Orness برای وزنهایی که از این کمی‌ساز استخراج می‌شود از رابطه (۹) بدست می‌آید.

$$Orness\,(Q) = \int_0^1 Q(r)\,dr = \frac{1}{1+\alpha} \tag{۹}$$

نتیجه اینکه، اگر بخواهیم در یک مجموعه آماری، به اعداد بزرگتر وزن بیشتری بدهیم می‌توانیم از کمی‌ساز $Q(r) = r^{\alpha}$ و با $0 \leq \alpha < 1$ و اگر بخواهیم به اعداد کوچکتر وزن بیشتری بدهیم می‌توانیم از همین کمی‌ساز با $\alpha > 1$ استفاده کنیم.

اینکه عملگر OWA چرا و چگونه در منعکس کردن نظرات یک جمع، تأثیرپذیر است را با یک مثال ساده نشان می‌دهیم. فرض کنید مدیری برای تخمین بودجه سال آینده خود از۴ کارشناس خود سؤال می‌کند. کارشناس اوّل هزینه‌های سال آینده را a_1 تومان، کارشناس دوم a_2 تومان کارشناس سوم a_3 تومان و کارشناس چهارم a_4 تومان برآورد می‌کند و مدیر بایستی عددی را به‌عنوان بودجه سال آینده اعلام کند. او درواقع با بردار نظرات کارشناسان مواجه است.مدیر باید باتوجه به بردار(a_1, a_2, a_3, a_4) بودجه سال آینده را تخمین بزند. اگر مدیر فرد شدیداً محتاطی باشد و یا اینکه کسری بودجه آوردن ضررهای جبران‌ناپذیری داشته باشد، مدیر بردار بالا را توسط عملگر OWA، در بردار وزنی (۱, 0, 0, 0) ضرب می‌کند. یعنی برای بودجه سال آینده روی بیشترین عددحساب می‌کند.در این حالت او Orness وزنها را ۱ درنظر گرفته است.

اگر مدیر، فرد شدیداً ریسک‌پذیری باشد و یا اینکه بداند بجای قرار دادن پول اضافه، از سرمایه‌گذاری پول به‌جای قرار دادن در بودجه سود هنگفتی نصیب شرکت می‌شود بردار (a_1, a_2, a_3, a_4) را در بردار وزنی (0, 0, 0, ۱) ضرب می‌کند وعدد a_4 را انتخاب می‌کند.

یعنی برای بودجه سال آینده روی کمترین عددحساب می‌کند دراین حالت او Orness = 0 را در نظر گرفته است. اگر مدیری بخواهد برای تخمین بودجه از نظریات کارشناسان خود متوسط گیری نماید با درنظر گرفتن Orness = ۰/۵، میانگین مؤلفه‌های بردار (a_1, a_2, a_3, a_4) را محاسبه می‌کند. پس می‌توان نتیجه گرفت که میزان Orness تعیین شده از طرف مدیر بستگی دارد به: اوّلاً) میزان محتاط بودن و یا ریسک‌پذیری مدیر و ذهنیت او نسبت به مسأله،ثانیاً) میزان اهمیت موضوع مسأله و میزان ضرر و یا سودی که بواسطه تصمیم غلط و یا صحیح بر سیستم تحمیل می‌شود.

واضح است که میزان Orness می‌تواند مقادیری غیر از صفر و نیم و یک به خود بگیرد.

به‌طور خلاصه می‌توان پدیده خوش‌بینانه نگاه کردن و یا بدبینانه نگاه کردن در تصمیم‌گیری را با عملگر OWA در مسأله تصمیم‌گیری پیاده‌سازی کرد که میزان ان توسط Orness قابل تنظیم است.

$$\left.\begin{array}{l} W_i = Q\left(\dfrac{i}{n}\right) - Q\left(\dfrac{i-1}{n}\right) \\ n = 2k+1 \end{array}\right\} \Rightarrow \qquad \text{جدید}O_j = W \times \text{قدیم}O_j \tag{۱۰}$$

$$O_j = (w_1, w_2, ..., w_{2k+1}) \times (e_{kj}, ..., e_{1j}, n_j, ..., h_{kj}) = (E_{kj}, ..., E_{ij}, N_j, ..., H_{kj})$$

واضح است که بردار Oj جدید علاوه بر همراه داشتن نظرات کارشناسان ، دید خوش‌بینانه و یا بدبینانه تصمیم‌گیر را نیز به همراه دارد. همچنین می‌توانیم تلفیقی ار روش اوّل و روش دوم برای تولید بردار نهایی Oj را بکار گیریم. بدین معنا که علاوه بر رده بندی کارشناسان دید خوشبینانه و یا محتاط تصمیمگیر را نیز برای تولید بردار نهایی O_j اعمال نماییم.

۳-۲- مرحله سوم) ایجاد تابع عضویت وزن فازی

در بسیاری از مدلهای تصمیم‌گیری برای وزن‌دهی معیارها به جای تعیین عدد دقیق برای وزن، آنرا در یک محدوده فاصله‌ای (Interval) در نظر می‌گیرند. در اینجا نیز می‌توانیم نظرات کارشناسان را تبدیل به یک اینتروال نمائیم. برای ایجاد آن

تنها به دو عدد نیازمندیم: حد پائین فاصله و حد بالای آن. تمامی اعداد بین حد پائین و حد بالا با درجه عضویت ۱ در نظر گرفته می‌شوند.

در اینجا به دو رابطه برای ایجاد حد پائین و حد بالا نیازمندیم بگونه‌ای که نظرات کارشناسان به‌خوبی در این اعداد منعکس شود.برای استخراج حد پائین وزن معیار jام (l_j) از رابطه (۱۱) استفاده می‌کنیم.

$$l_j = 1 - \frac{\alpha \sum_{i=1}^{k} e_{ij}\ i}{N} \qquad (۱۱)$$

برای استخراج حد بالای وزن معیار jام (u_j) از رابطه (۱۲)استفاده می‌کنیم.

$$u_j = 1 + \frac{\alpha \sum_{i=1}^{k} h_{ij}\ i}{N} \qquad (۱۲)$$

در این مرحله وزن و یا عدد فاصله‌ای تشکیل شد . در بسیاری از موارد وزن از پیش تعیین شده و یا عدد از پیش تعیین شده برای متغیر کلامی مورد نظر وجود دارد.ولی مدیران و یا کارشناسان مایلند نظرات ذهنی و غیر دقیق خود را بر روی متغیر مر بوط اعمال نمایند.برای این منظور میبایست عدد از پیش تعیین شده را در عدد فاصله ای و یا فازی ضرب نمود.

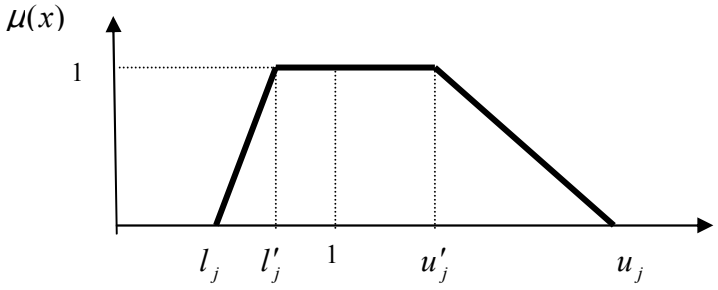
$$\bar{v}_j = (l_j, u_j) \Rightarrow \bar{w}_j = p \times \bar{v}_j = p \times (l_j, u_j) = (pl_j, pu_j) \qquad (۱۳)$$

ولی اصولاً یک وزن فاصله‌ای، یک عدد فازی مناسب برای نشان دادن متغیر غیردقیق و محاوره‌ای نیست. چرا که در تمامی طول فاصله، تابع عضویت آن ثابت و برابر ۱ است و درصورتی که بتوان اطلاعات محاوره‌ای را به‌صورت دقیقتر در تابع عضویت اعما ل کرد، مسلماً تصمیم‌گیری بصورت صحیح‌تری انجام می‌شود.

وزن فاصله‌ای $\bar{v}_j = (l_j, u_j)$ را با کمک ضریب β تبدیل به وزن ذوزنقه‌ای می‌کنیم.

β ضریبی است که تعیین می‌کند چه نسبتی از وزن فاصله‌ای با تابع عضویت یک باشد.

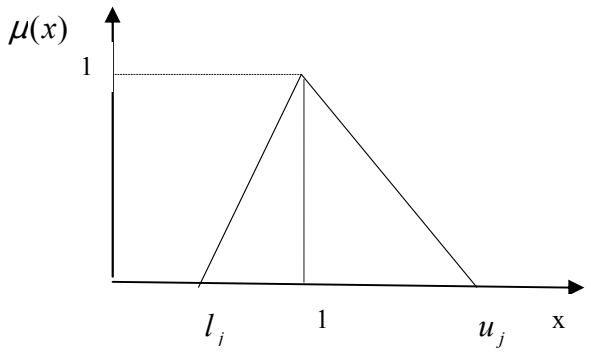
$$\begin{cases} \dfrac{1-1'_j}{1-1'} = \beta \Rightarrow 1'_j = 1 + (1_j - 1)\beta \\ \dfrac{u'_j - 1}{u_j - 1} = \beta \Rightarrow u'_j = 1 + (u_j - 1)\beta \end{cases} \qquad (۱۴)$$



شکل۲- عدد فازی ذوزنقه ای حاصل شده از نظرات کارشناسان

که مقادیر u_j و l_j از روابط (۱۲)و(۱۱) و با استفاده از نظرات کارشناسان بدست می‌آید.همانطور که از فرمول(۱۴) مشخص است درصورتیکه β=0 در نظر گرفته شود، وزن معیارjام تبدیل به عدد فازی مثلثی و اگر β=۱ در نظر گرفته شود وزن معیار jام به‌صورت یک فاصله در می‌آید.

عدد فازی مثلثی بخاطر سهولت در عملیات ریاضیات فازی متداولترین شکل بکارگیری عدد فازی است. با قرار دادن β=0 در رابطه (۱۴) به وزن مثلثی می‌رسیم.[3,9]



شکل ۳- عدد فازی مثلثی حاصل شده از نظرات کارشناسان

$$\mu(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1-l_j} - \dfrac{l_j}{1-l_j} & l_j \le x \le 1 \\ \dfrac{u_j}{u_j - 1} - \dfrac{x}{u_j - 1} & 1 \le x \le u_j \\ 0 \quad Otherwise \end{cases} \qquad (۱۵)$$

برای سیستم هایی که وزن از پیش تعیین شده دارند استفاده از اعداد فازی مثلثی توصیه میشود. زیرا امتیاز هر ا لتر نا تیو اگر به صورت فازی محاسبه شود نهایتا به ایجاد ۳ عدد منجر میگردد که عدد وسط بیانگر محاسبه امتیاز ان الترناتیو بدون در نظر گرفتن وزن فازی است.قسمت چپ و راست عدد فازی تاثیر نظرات کارشناسان بر وزن معیار را خواهد گذاشت.مقدار کم یا زیاد α میزان تاثیررا کم یا زیاد میکند.اعداد فازی ذوزنقه ای در مواردی استفاده میشود که بخواهیم در یک محدوده مشخص وزن یک معیار دارای تابع عضویت ۱ باشد.در اینصورت از رابطه(۱۴) برای تولید عدد فازی استفاده میکنیم.برای سیستم هایی که وزن از پیش تعیین شده ای برای معیار ها ندارند استفاده از اعداد فازی ذوزنقه ای برای سیستم های تصمیم گیری که مایلند در یک محدوده خاص ارزش کامل قا ئل شوند موجهتر است.بسته به کاربرد های مختلف از میبا یست این دو نوع عدد فازی بکار گرفته شوند.

۴-۲- تحلیل حساسیت برای ضریب α

یکی از سؤالاتی که مطرح می‌شود این است که ضریب نفوذپذیری نظرات محاوره‌ای کارشناسان α در چه مقیاسهایی و تا چه حد می‌تواند باشد؟ مسلماً اگر α را بزرگ در نظر بگیریم، باعث می‌شود که تغییرات زیادی در وزن معیارها حاصل شود و اگر α کوچک گرفته شود، وزن اوّلیه معیارها حول و نزدیک عدد ۱ خواهند بود و تأثیر کمی برای تصمیم‌گیری خواهند داشت.

اینکه چه مقدار نظرات کارشناسان در تعیین وزن معیار مؤثر و قوی باشد به عهده تصمیم‌گیر است ولی در این قسمت از دو زاویه روی ضریب α تحلیل حساسیت انجام می‌دهیم.

بردار O_j، به اندازه ۲k+۱ مؤلفه دارد. اگر تصمیم‌گیر بخواهد تمامی مؤلفه‌های این بردار در فاصله (۲ و ۰) بماند، کمترین و بیشترین مؤلفه بردار شرایط (۱۶) را خواهد داشت.

$$\begin{cases} 1+k\alpha < 2 \\ 1-k\alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha < \frac{1}{k} \qquad (۱۶)$$

به عنوان مثال گر تصمیم‌گیر برای پرسش از کارشناسان k=۳ را انتخاب کرده باشد و نخواهد که هیچ مؤلفه‌ای از بردار O_j ، به‌صورت منفی ظاهر شود می‌بایست ضریب α را در فاصله ۰ ⟩ α ⟨ ۳۳. انتخاب نماید. در این شرایط انتخاب α=۰/۲ منطقی به‌نظر می‌رسد.

۴-۲- تحلیل حساسیت α برای وزنهای مثلثی

فرض می‌کنیم برای معیار jام وزن مثلثی $(I_j, 1, u_j)$ با استفاده از نظرات کارشناسان بدست آمده است. همانطور که قبلاً ذکر شد عدد میانی، عدد فازی مثلثی ۱ در نظر گرفته می‌شود. اگر بخواهیم این عدد فازی را با روش مرکز ثقل[1] defuzzify کنیم به عدد $A_j = \frac{u_j + 1 + 1_j}{3}$ می‌رسیم که به نوعی میزان تأثیر وزن فازی را نشان می‌دهد.اگر تصمیم‌گیر بخواهد که با بزرگ انتخاب کردن ضریب α، میزان تأثیر از k برابر یا $\frac{1}{k}$ برابر بیشتر یا کمتر نشود، α می‌بایست در نامساوی زیر صدق کند.

$$\frac{۳}{k} < ۱ - \frac{\alpha \sum_{i=۱}^{k} ie_{ij}}{N} + ۱ + ۱ + \frac{\alpha \sum_{i=۱}^{k} ih_{ij}}{N} < ۳k \quad \Rightarrow \quad \frac{۳}{k} < ۳ + \frac{\alpha}{N}\left(\sum_{i=۱}^{k} i(h_{ij} - e_{ij})\right) < ۳k$$

$$\Rightarrow \quad \frac{3N\left(\frac{1}{k} - 1\right)}{\sum_{i=1}^{k} i(h_{ij} - e_{ij})} < \alpha < \frac{3N(k-1)}{\sum_{i=1}^{k} i(h_{ij} - e_{ij})} \qquad (۱۷)$$

برای یافتن α مناسب شرایط بالا باید برای تمامی معیارها (j=1, 2,..., n) در نظر گرفته شود و α ای مورد قبول است که در n نامساوی (۱۷) و به ازاء $j = 1,2,...,n$ صدق نماید.

۳- مقایسه الگوریتم ارائه شده با روشهای تصمیم گیری جمعی AHP وفازی

در روش AHP برای اعمال برتری گزینه ها و یا معیار ها همواره از اعداد ثابت ۱ تا ۹ استفاده میشود[11]. در صورتیکه ممکن است در بعضی شرایط تصمیم گیر بخواهد محدوده تغییر وزن تحت کنترل او باشد.برای قضاوتهای گروهی نیز این مشکل دیده میشود. محدود کردن قضاوتهای فردی به تعداد رده های مشخص با تاثیرات عددی مشخص عدد حاصل شده از میانگین هندسی قضاوتها را نیز محدود میکند.ضمن انکه محدود کردن کارشناس یا خبره به پاسخ گفتن از میان تعداد مشخصی از رده های مفهومی در تمامی مسائل و تمامی کار بردها کیفیت انعکاس صحیح نظرات در مدل تصمیم گیری را کاهش می دهد.این دو مشکل در اعداد فازی با رده های مفهومی ثابت نیز دیده میشود. اگر چه حدود اعداد فازی با رده های مفهومی مشخص قابل تغییر است ولی در بسیاری از موارد،برای انعکاس همه نظرات در یک عدد فازی در هنگام ضرب و جمع و تفریق و تقسیم فازی از تقریب استفاده می شودکه باعث کاهش دقت سیستم میشود . در الگوریتم ارائه شده متغیر های k و α برای بهبود عملکرد سیستم در نظر گرفته شده است.متغیر در نظر گرفتن k باعث میشود که نظریات افراد خبره انگونه

1-Center Of Gravity

که خود میخواهند و نه انگونه که سیستم به انها تحمیل میکند وارد سیستم تصمیم گیری شود.همچنین متغیر در نظر گرفتن α میزان تاثیر نظرات کارشناسان بر وزن معیار ها را کنترل مینماید. تحلیل حساسیتی که برای α انجام شد به تصمیم گیر برای α بهتر کمک خواهد کرد. ایرادی که در بسیاری از موارد در تصمیم سازی گروهی ممکن است پیش بیاید این است که محدوده اعداد فازی $\overline{A}_1$ تا $\overline{A}_k$، تناسب و همخوانی با نظرا ت تصمیم گیر ندارد . به عنوان مثال، اینکه نظرا ت کارشناسان، چقدر بتواند در جابجایی وزنها ، تاثیر داشته باشند ، می تواند قسمتی از برنامه ریزی تصمیم گیر باشد . مورد دیگر اینکه در ریاضیات فازی ، در بسیاری از موارد، در هنگام ضرب و جمع و تفریق و تقسیم فازی از تقریب استفاده می شود. به عنوان مثال حتی برای ساده ترین فرم عدد فازی (عدد فازی مثلثی) در عملیات ضرب دو عدد فازی ، تقریب اعما ل می شود. اینکه اعداد مشخص فازی در یک تصمیم گیری گروهی استفاده شود و سپس میانگین گرفته شود ، امکان از بین رفتن برخی اطلاعات بخاطر عملیات فازی برای میانگین گیری وجود دارد. دیگر اینکه ممکن است افراد پرسش شونده از میزان آگاهی یکسانی برای مساله مورد پرسش برخوردار نباشد که در این صورت طرح پرسش هایی با رده های مفهومی یکسان ، بهترین روش پرسش نخواهد بود.

۴- مثال کاربردی: تعیین برنده مناقصه[1]

یکی از مباحثی که علی الخصوص در بحث مدیریت پروژه مطرح است ، بحث تعیین برنده مناقصه است به نحوی که پیمانکار مورد نظر به بهترین نحو بتواند در پیشبرد اهداف پروژه کمک کند . ماتریس تصمیم D می تواند برای این مساله نیز بکار گرفته شود. سازمان برگزار کننده مناقصه ، n معیار برای انتخاب پیمانکار موردنظر خود دارد و m پیمانکار برای برنده شدن در مناقصه شرکت کرده اند .

در بسیاری از مناقصه ها که موضوع آن خرید جنس یا اقلام خاصی می باشد، سه معیار امتیاز فنی ، قیمت و کیفیت محصول ، ملاک انتخاب برای مناقصه است . بدیهی است که امتیاز فنی شامل موارد بسیاری از جمله (Features, Market , … share, SOC) می باشد . امتیاز فنی بر اساس مدارک ارسال شده محاسبه می شود و همین طور اطلاعاتی که به صورت دقیق از محصولی که پیمانکار ارائه کرده است . استفاده از منطق فازی در قسمت وزن دهی معیارها در حل مساله جایگاه مهمی دارد . به فرض آنکه سه معیار امتیاز فنی، قیمت و کیفیت وزنهای از پیش تعیین شده داشته باشند ولی واضح است که در کاربردها و موارد مختلف وزن این معیارها باید تغییر نماید . به عنوان مثال معیار قیمت موقعی که یک پروژه بسیار حساس و حیاتی و استراتژیک انجام می شود وزن کمتری باید داشته باشد تا موقعی که محصول مورد مناقصه یک محصول کاملاً مصرفی باشد که در صورت خرابی و یا ضعف کیفیت خطر چندانی سیستم را تهدید نکند . به عنوان مثال در مناقصه های مخابرات ، معیار قیمت در مناقصه تجهیزاتی که استانهای کشور را به هم وصل می کند، کم وزن تر است تا مناقصه ای که مفصل و لوله برای یک محله می خواهد .

اینکه در هر مناقصه اهمیت معیارها چقدر باشد ، می تواند از نظرات کارشناسان بصورت محاوره‌ای و غیردقیق اخذ شود و برای هر معیار (در اینجا ۳، ۲، ۱ = j) بردار O_j محاسبه شده (چه از روش اول و چه از روش دوم) و در وزن از پیش تعیین شده ضرب شود تا ضرایب فازی ماتریس حاصل گردد. اگر معیارهای (P: قیمت محصول، T: امتیاز فنی محصول و Q: کیفیت محصول) ملاک انتخاب پیمانکار باشد مطابق الگوریتم ارائه شده در این فصل و توضیحات قیلی وزنهای فازی $\overline{W}_Q, \overline{W}_T, \overline{W}_P$ بر طبق نظر کارشناسان وبا استفاده از رابطه های (۱۱)و(۱۲) تولید میشود. اما در اینجا قصد داریم که میزان آ لترناتیوها در یک معیار خاص را نیز به صورت فازی در نظر بگیریم . اگر کمی دقت کنیم ، معیار قیمت و معیار امتیاز فنی (که مشتمل بر تعداد زیادی زیر معیار است) ، می توانند به صورت دقیق استفاده شوند، ولی معیار کیفیت معیاری است که کارشناسان می توانند آن را در غالب مفاهیم محاوره ای بیان کنند .

1-Contractor Prequalification

در واقع با فرض فازی در نظر گرفتن مقادیر این معیار ، ستونی از ماتریس تصمیم نیز فازی خواهد شد . واضح است که کارشناسانی که در تعیین برنده مناقصه اظهارنظر می کنند نسبت به کیفیت محصول پیشنهاد شده توسط پیمانکاران می توانند به صورت شفاهی و محاوره ای نظر خود را بیان کنند. و ابراز عددی دقیق برای تعیین میزان کیفیت محصول برایشان مشکل است. فرض می‌کنیم از ۱۰ کارشناس راجع به کیفیت محصول پیمانکار iام اینگونه سوال شود.

به نظر شما و با تجربیاتی که شما از کار کردن با این محصول دارید، کیفیت این محصول چگونه است ؟

خیلی خوب	خوب	کمی خوب	متوسط	کمی ضعیف	ضعیف	خیلی ضعیف
$1+3\alpha$	$1+2\alpha$	$1+\alpha$	1	$1-\alpha$	$1-2\alpha$	$1-3\alpha$

به فرض آنکه نظر کارشناسان به ترتیب (متوسط ، کمی خوب ، کمی خوب ، متوسط ، کمی ضعیف ، خوب ، کمی خوب ،خوب وکمی خوب) باشد با فرض مساوی در نظر گرفتن تاثیر رأی کارشناسان بردار اولیه O_i اینگونه محاسبه می شود.

O_i: بردار نظرات کارشناسان برای پیمانکار iام در معیار کیفیت (Q) $O_i = (0,0,1,2,4,3,0)$

همانگونه که در توضیح OWA گفته شد ، اگر مدیر فرد محتاطی باشد ، نظرهای پایین نسبت به کیفیت محصول را جدی تر و با وزن بیشتری در نظر می گیرد و اگر شخصیتی متضاد داشته باشد نظرهای بالاتر را با وزن بیشتری محاسبه می کند.

اگر بخواهیم جنبه احتیاط را رعایت کنیم با قرار دادن Orness = ۰/۴ و با در نظر گرفتن روابط ۷و۸و ۹ و۱۰ بردار O_i را مجدداً اینگونه محاسبه می کنیم .

$$Orness = 0.4 \Rightarrow (\alpha = 1.5) \Rightarrow W_i = (i/7)^{1.5} - ((i-1)/7)^{1.5} \Rightarrow W = (0.05,0.10,0.13,0.15,0.17,0.19,0.21)$$

$$O_i = W * (0,3,4,2,1,0,0) * 7 = (0,2.1,3.64,2.1,1.19,0,0)$$

و سپس با استفاده از $(\alpha = .2)$ وروابط u_j و L_j عدد فازی مثلثی مربوط به کیفیت محصول پیمانکار iام اینچنین بدست می آید .

$\overline{Q_i} = (0.974,1,1.174)$ واضح است که اگر برای کیفیت ضریب از پیش تعیین شده داشته باشیم انرا در $\overline{Q_i}$ضرب میکنیم.

برای محاسبه امتیاز هر آلترناتیو (پیمانکار) ابتدا باید ماتریس تصمیم را به صورت استاندارد درآورد .

همانطور که در ماتریس زیر نشان داده می شود ، ستون مربوط به معیار کیفیت همگی فازی هستند . برای یکه کردن ستونهای P (معیار منفی) و T از روشهای معمول تصمیم گیری استفاده می کنیم . برای ستون $\overline{Q}$ هم عیناً همین کار را می‌کنیم با این تفاوت که عملیات انجام شده به صورت فازی می باشد .

$$D = \begin{array}{c} \\ P \\ A_1 \\ \dots \\ A_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \overline{W_P} & \overline{W_T} & \overline{W_Q} \\ P & T & Q \end{array} \\ \begin{bmatrix} P_1 & T_1 & Q_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ P_m & T_m & Q_m \end{bmatrix} \end{array} \qquad (۱۸)$$

برای انتخاب بهترین پیمانکار ابتدا می بایست مطابق روشهای گفته شده برای تشکیل بردار O_j برای وزنهای فازی ومقادیر $\overline{Q_1},\dots,\overline{Q_m}$ را همانند مثالی که گفته شد محاسبه کرد و سپس با استفاده از عملیات فازی ماتریس D از رابطه (۱۸) را به صورت استاندارد در آورد. با انتخاب روشی مناسب که توسط تصمیمگیر انتخاب می شود (SAW, Topsis, ...) امتیاز نهایی هر پیمانکار به صورت فازی محاسبه می شود و در نهایت با رتبه بندی فازی برنده مناقصه تعیین می شود.[7,8]

۵- نتایج

در این مقاله ضمن ارائه الگوریتمی برای تولید تابع عضویت اعداد فازی در مسائل تصمیم گیری چند معیاره به بررسی کاربردهای این مسئله و مقایسه الگوریتم با روشهای موجود پرداختیم. با متغیر قرار دادن K و تولید اعداد فازی (فاصله ای، مثلثی، ذوزنقه‌ای) دست تصمیم‌گیر برای انتخاب باز است و می‌تواند مطابق شرایط مسأله چند هدفه با انتخاب مناسب K (تعداد رده‌های مفهومی) و α (ضریب نفوذپذیری)، اطلاعات را از کارشناسان اخذ و در عدد فازی پیاده‌سازی نماید.

همچنین می‌تواند با چند رده کردن کارشناسان و یا استفاده از عملگرد OWA، آنگونه که شرایط مسأله ایجاب می کند به بهترین وجه، عدد فازی را ایجاد نماید. برای α که ضریب نفوذپذیری رأی افراد را مشخص می‌کند، با دو رویکرد مختلف تحلیل حساسیت انجام شده است. مثال تعیین برنده مناقصه کاربردی از حل مسائل چند معیاره فازی است.

با تعمیم الگوریتم ذکر شده برای مسائلی که دارای زیر معیار هستند جنبه عملی تری برای کاربرد ان میتوان پیدا کرد.

مراجع

[1] Ta-Chung Chu, a Fuzzy Number Interval Arithmetic based Fuzzy MCDM Algorithm, *International Journal of Fuzzy Systems, Vol. 4, No. 4, December 2002*
[2] J. Buckley, T. Feuring, and Y. Hayashi, "Multi Objective Fully Fuzzified Linear Programming", International Journal of Uncertainty Fuzziness and Knowledge-based Systems,Vol.9, No. 5 (2001),605-621.
[3] Evanangelos , Trianphillou , Chi-Tun Lin, "Development and Evaluation of Five Fuzzy Multi attribute Decision-Making Methods" ,NORTH HOLAND,1995
[4] Saaty,T.L,"The Analytic Hierarchy Process" , McGraw-Hill ,New York,1980.
[5] R.R.Yager, On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 18(1988) 183-190.
[6] R.R.Yager, Families of OWA operators, Fuzzy Sets and Systems, 59(1993) 125-148.
[7] Hwang C. , and Yoon K. ,"Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications ", Springer-Verlag, New York,1981.
[8] P. Anand Raj, D. Naesh Kumar., "Ranking alternatives with fuzzy weights using maximizing set and minimizing set" , Fuzzy Sets and Systems 105 (1999) 365-375.
[9]Chen, Hwan, “Fuzzy multiple attribute decision making"Springer-Verlag, 1992
[10] Bellman, Zadeh,"Decision making in a fuzzy environment", management science, vol.17b. 1970 [11].
[11] Saaty, T. L,"The Analytic Hierarchy Process", McGraw-Hill, New York, 1980.