پنجمین کنفرانس سیستمهای فازی ایران

هفدهم الی نوزدهم شهریورماه ۱۳۸۳

توسعه یک مدل جایابی پیوسته به کمک قواعد فازی و رویکرد شبیه سازی

مهدی غضنفری، مسعود صیدی، محمود رضایی

دانشگاه علم و صنعت، دانشکده مهندسی صنایع

mehdi@iust.ac.ir

چکیده

اکثریت قریب به اتفاق مدلهائی که از مسئله طراحی سیستم تولید- توزیع (PDSD)[1] ارائه شده اند به مدلسازی این مسئله در فضای گسسته پرداخته و برای حل آن از برنامه ریزی عدد صحیح کمک گرفته اند. در این مقاله یکی از مدلهای پیوسته مسئله PDSD که در ادبیات موضوع عنوان شده توسعه داده می شود. اگرچه این مدل و راه حل آن در نوع خود بسیار ارزشمند می نمود اما بدلیل محدودیت هائی که بحث خواهد شد فقط در حد تئوری باقیمانده است. برای رفع موانع موجود درکاربرد عملی این مدل از خوشه بندی فازی استفاده شده است و درادامه با استفاده از رویکرد شبیه سازی کامپیوتری چگونگی پیاده سازی مدل پیشنهادی ارائه شده است.

کلمات کلیدی: مدلسازی کیفی، خوشه بندی فازی، جایابی پیوسته، شبیه سازی کامپیوتری

۱- مقدمه

یک سیستم تولید- توزیع (Production- Distribution) شامل لایه هائی است که تأمین کنندگان، کارخانه‌های سازنده قطعات، مونتاژکننده هائی نهائی، توزیع کنندگان و مشتریان را در بر می گیرد.

شرکتی را در نظر بگیرید که یک یا چند محصول را تولید می کند. این شرکت برای ساخت محصولات خود یقیناً همه قطعات را خود تولید نمی کند بلکه برخی از قطعات را از لایه‌ای بنام تأمین کنندگان که می تواند یک یا چند تأمین‌کننده باشد خریداری می کند. برخی قطعات محصول نیز در کارخانه یا کارخانه های سازنده قطعات توسط خود شرکت تولید می شود.

اگرچه در بسیاری از شرکت ها ساخت و مونتاژ قطعات در یک محل صورت می گیرد اما در یک مدل عمومی تر می توان کارخانه های سازنده قطعات را در یک لایه و مونتاژکننده های نهائی را در لایه دیگری قرار دارد. قطعاتی که از تأمین کنندگان خریداری می شوند ممکن است به لایه کارخانه های سازنده قطعات و یا مونتاژکننده های نهائی فرستاده شوند. محصولات هر شرکتی ممکن است از طریق لایه مونتاژکننده های قطعات و یا لایه جدیدی بنام توزیع کنندگان به مشتریان که آخرین لایه را تشکیل می دهند عرضه شود.

تعداد عناصری که در هر لایه قرار دارند می تواند یک یا بیش از یک عنصر باشد. علاوه بر این، لایه مشتریان در بسیاری از مسائل ممکن است طیف پیوسته ای داشته باشد. اگرچه ممکن است لایه های بیشتری نیز به سیستم اضافه شود اما

1- Production & Distribution System Design

در نقطه مقابل آن، برخی لایه ها نیز می توانند در هم ادغام شوند. در مدلهائی که از مسئله PDSD ارائه شده اند مورد اخیر بیشتر به چشم می خورد. بسیاری از مدلهای مسئله PDSD تنها شامل دو لایه است : کارخانه های سازنده محصول و مشتریان.

هدف از ساخت و حل مدلهای PDSD، جایابی کارخانه های سازنده محصول است طوری که هدف از پیش تعیین شده ای حاصل شود. هدف در اکثریت این نوع مسائل، حداقل کردن هزینه است. تعداد کمی از مدلها حداکثر کردن سود را مدنظر قرار داده اند و تعداد انگشت شماری از آنها نیز چند هدف را توأماً بررسی کرده اند. تعداد کارخانه هائی که می بایست جایابی شوند در بسیاری از مدلها فقط یکی در نظر گرفته شده است اگرچه مدلهائی که به جایابی دو یا بیش از دو کارخانه پرداخته اند نیز به چشم می خورد. مدلها یکی از دو حالت تک محصولی و یا چند محصولی را بررسی می کنند، محدودیت ظرفیت برای کارخانه ها (حداقل ظرفیت از نظر اقتصادی و یا حداکثر ظرفیت تولیدی) در بعضی مدلها اعمال شده و در برخی دیگر لحاظ نشده است. در نهایت، تقاضائی که از طرف لایه مشتریان بر مدل تحمیل می شود در تعداد بسیار زیادی از مدلها قطعی در نظر گرفته شده است و در تعداد کمی از آنها تصادفی فرض شده است[1] .

متأسفانه نکته ای که در مورد اکثریت قریب به اتفاق مدلهای PDSD به چشم می خورد این است که فاقد کاربردهای صنعتی بوده اند. لذا در این مقاله سعی شده است یکی از این مدلها را که در نوع خود بسیار ارزشمند است از حالت تئوری خارج کرده و به رفع موانع موجود بر سر راه کاربرد آن در واقعیت پرداخته شود.

خصوصیاتی که در مورد مسائل PDSD مطرح شد برای این مدل می توان بصورت زیر بر شمرد :

۱- مسئله شامل دو لایه است : کارخانه های سازنده محصول و مشتریان

۲- تعداد کارخانه هائی که می بایستی جایابی شوند مجهول است

۳- مسئله در حالت تک محصولی بررسی می شود

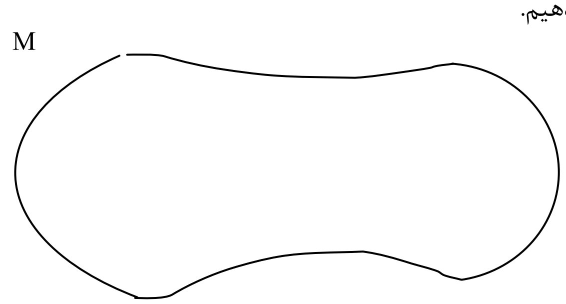
۴- تقاضای مشتریان با تابع چگالی تقاضاو بصورت قطعی مشخص شده وتقاضای تمامی ناحیه بایستی برآورده شود

۵- محدودیتی برای ظرفیت هیچ یک از کارخانه ها وجود ندارد

۶- هدف، حداقل کردن مجموع هزینه ها شامل هزینه های ثابت، عملیاتی و حمل و نقل سالیانه است

۲- یک مدل پیوسته از مسئله PDSD

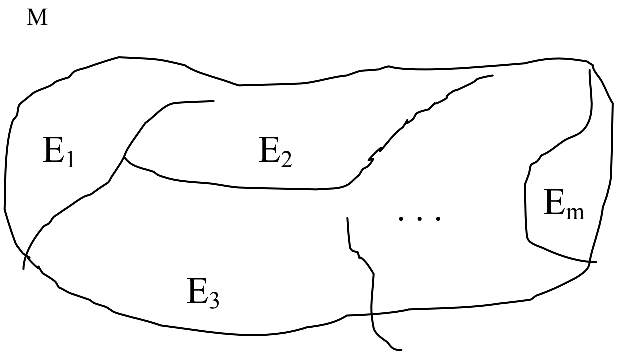
فرض کنید شرکتی قصد دارد تعدادی کارخانه در یک منطقه جغرافیائی مانند یک شهر احداث کند. این ناحیه جغرافیائی را همانند شکل ۱ با M نشان می‌دهیم.



شکل ۱- ناحیه جغرافیایی تقاضا

محل های کاندید برای احداث کارخانه ها وجود ندارند بنابراین هر یک از کارخانه ها می تواند در هر نقطه ای از ناحیه M قرار گیرد. علاوه براین تعداد کارخانه ها مجهول است بعبارتی، تعداد کارخانه ها بعنوان یک متغیر تصمیم در تعامل با سایر

متغیرهای تصمیم برای رسیدن به هدف مسئله که حداقل کردن مجموع هزینه های سالیانه است تعیین خواهد شد. هر یـک از کارخانه ها یک ناحیه هندسی منظم یا نامنظم در اطراف خود را پوشش می دهد. شکل ۲ یک حل نمونه را نشان می دهد.



شکل ۲- یک حل نمونه برای ناحیه جغرافیایی تقاضا

اجازه دهید ناحیه ای در فضای دو بعدی که کارخانه i ام آن را سرویس می دهد با E_i و مساحت ایـن ناحیـه را بـا A_i نمـایش دهیم. بنابراین خواهیم داشت : $\bigcup_{i=1}^{m} \mathrm{E_i} = M$

علاوه بر این اشتراک این نواحی تهی خواهد بود بعبارتی هر کارخانه فقط یک ناحیه را سرویس می دهـد و هـر ناحیـه فقـط از یک کارخانه سرویس می گیرد لذا $\forall i \neq j : \mathrm{E_i} \cap \mathrm{E_j} = \phi$

به این ترتیب متغیرهای تصمیم مسئله عبارتنداز :

m : تعداد کارخانه ها

(x_i, y_i): مختصات محل احداث کارخانه iام i=1,…,m

$\mathrm{E_i}$: ناحیه ای که توسط کارخانه iام سرویس داده می شود i=1,…,m (بدیهی است که $(x_i, y_i) \in E_i$)

از آنجا که طبق فرضیات مسئله هر ناحیه $\mathrm{E_i}$ فقط از کارخانه iام سرویس می‌گیرد و کارخانه iام نیز فقط ناحیه $\mathrm{E_i}$ را سرویس می‌دهد لذا ظرفیت کارخانه iام برابر مجموع تقاضای ناحیه $\mathrm{E_i}$ در نظر گرفته می شـود و نیـازی بـه متغیرهـای تـصمیمی کـه ظرفیت کارخانه ها را نشان دهند نیست، چرا که با مشخص شدن ناحیه $\mathrm{E_i}$ ، ظرفیت کارخانه iام قابل محاسبه خواهد بود.

اجازه دهید $\forall (x, y) \in M$ پارامترهای لازم برای حل مسئله را بصورت زیر نمایش دهیم :

D(x,y) : تابع چگالی تقاضا در ناحیه M $\left(\frac{item}{mile^2.year}\right)$

f(x,y,w) : هزینه عملیاتی تولیدw واحد کالا در کارخانه ای که در نقطه (x,y) احداث شده است ($)

F(x,y) : هزینه ثابت سالیانه برای کارخانه ای که در نقطه (x,y) احداث شده است $\left(\frac{\$}{year}\right)$

$g(x, y, \mathrm{E_i})$: هزینه حمل و نقل سالیانه برای کارخانه ای که در نقطه (x,y) احداث شده و ناحیه $\mathrm{E_i}$ را پوشش می دهد ($)

فرض کنید هزینه های عملیاتی تولید در هر نقطه، تابعی خطی از مقدار تولید باشد بعبارتی f(x,y,w)=a(x,y).w

a(x,y) : هزینه عملیاتی تولید هر واحد کالا در کارخانه ای که در نقطه (x,y) احداث شده است $\left(\frac{\$}{item}\right)$

آخرین فرض این است که توابع $a(x,y)$, $D(x,y)$, $F(x,y)$ و $g(x,y,\ E_i)$ با شیب ملایم در ناحیه های E_i تغییر می‌کنند برای حل مدل می بایستی شکل هندسی‌ای را مشخص کنیم که هر کارخانه اطراف خود را با آن شکل پوشش می دهد. برای مثال فرض کنید اگر کارخانهi ام قرار باشد مساحت A_i را سرویس دهد، این مساحت بصورت مربعی با ضلع $\sqrt{Ai}$ با مرکزیت(x_i, y_i) ناحیه را شکل دهد. علاوه بر این، معیار فاصله (مختصاتی ، مستقیم) نیز باید مشخص شود. به این ترتیب می توانیم بجای مسافت های مختلفی که از کارخانه تا هر یک از نقاط تقاضا طی می شود یک متوسط فاصله($\overline{d}$) را بدست آوریم.برای پوشش مربعی و فاصله مختصاتی $\overline{d} = 0.5$ قابل محاسبه است .

نتیجه حل مدل بیان می کند که اگر نقطه (x,y) برای احداث یک کارخانه انتخاب شود بهترین مساحتی که این کارخانه باید آن را پوشش دهد از رابطه 1 قابل محاسبه است :

$$A^*(x,y) = \left(\frac{2F(x,y)}{c(x,y).k.D(x,y)}\right)^{\frac{2}{3}} \tag{۱}$$

لذا می بایست نقاطی از ناحیه M انتخاب شوند و ناحیه هائی بصورت مربع در اطراف این نقاط پوشش داده شوند. انتخاب نقاط ادامه می یابد تا زمانیکه تمام ناحیه M پوشش داده شود.

مجموع هزینه های سالیانه ای که کارخانه iام به ما تحمیل می کند طبق رابطه زیر تخمین زده می شود :

$$TC^*(x,y) = \int_M a(x,y).D(x,y)dxdy + \int_M \frac{3}{\sqrt[3]{4}}.F(x,y)^{1/3}.(C(x,y).k.D(x,y))^{2/3}dxdy \tag{۲}$$

و بنابراین مجموع TC^*ها می تواند برای ارزیابی جواب بکار رود [1] :

$$\mathrm{T}C^* = \sum_{i=1}^{m} TC^*(x_i, y_i) \tag{3}$$

دو مشکل عمده برای کاربرد مدل وجود دارد :

۱. محاسبه $A^*(x,y)$ و $TC^*(x,y)$ نیازمند چهار تابع F,D,C,a می باشد. اگرچه در اختیار نداشتن این توابع مشکل چندانی را برای محاسبهA ایجاد نمی کند (چرا که داشتن مقدار توابع F، C و D فقط در نقاطی که کارخانه ها احداث می شوند کافی است) اما برای محاسبه $TC^*(x,y)$ ها و ارزیابی نتیجه از روی TC کل ، در اختیار داشتن این توابع ضروری بنظر می رسد. محاسبه این ۴ تابع ریاضی بطوریکه بر روی تمام ناحیه M صدق کند اگر غیرممکن نباشد بسیار دشوار خواهد بود.
۲. با فرض اینکه بتوانیم مقادیر این توابع را در هر نقطه دلخواه محاسبه کنیم (توسط یک تابع ریاضی یا یک جعبه سیاه) و چاره ای برای تخمین زدن TC بیندیشیم، سوال دومی که مطرح می شود این است که ابتدا کدام نقطه را برای احداث کارخانه انتخاب کنیم و نقاط بعدی را با چه ترتیب یا معیاری انتخاب کنیم.

اولین مشکل را به کمک مدلسازی کیفی بر مبنای خوشه بندی فازی حل می کنیم و سپس با رویکرد شبیه سازی کامپیوتری به حل دومین مشکل خواهیم پرداخت.

۳- مدلسازی کیفی

بطوریکه گفته شد، برای حل مسئله نیازمند مقادیر توابع D ،C و F در هر نقطه از ناحیه M برای محاسبهA^* و نیز خود توابع a، C و D و F برای محاسبه TC^* خواهیم بود. در این بخش روشی برای محاسبه مقادیر این ۴ تابع در هر نقطه دلخواه از ناحیه M بر مبنای خوشه بندی فازی و مدلسازی کیفی مطرح می شود و در بخش شبیه سازی کامپیوتری فرمول دیگری برای محاسبه TC کل بدون در اختیار داشتن معادله توابع و فقط با دانستن مقادیر توابع در هر نقطه که بکمک نتیجه این بخش فراهم خواهد شد ارائه می گردد.

همانطور که پیش از این بحث شد، بدست آوردن توابع a، C و D و F که در تمام ناحیه M صادق باشند بسیار دشوار خواهد بود. بنابراین می خواهیم بدون درگیر شدن برای محاسبه این توابع، جعبه سیاهی بسازیم کـه ورودی آن بـردار (x,y) و خروجی آن بردار (a,C,D,F) باشد.

یک راه ساده بکمک منطق بولین حاصل می شود. ناحیه M را ۴ بار و هر بار بر حسب یکـی از توابـع a، C و D و F بـه مناطق کوچکتری تقسیم می کنیم طوریکه مقادیر متغیر موردنظر در هر ناحیه تقریباً مقدار ثابتی داشـته باشـد. در ایـن روش مقادیری که برای هر نقطه (x, y) در ناحیه M حاصل خواهد شد تقریبی و دقت آن با تعداد ناحیه‌ها رابطه مـسقیم دارد و ایـن در حالی است که مقادیر در نظر گرفته شده برای نقاط مرزی بین ناحیه ها از اطمینان کمتری برخوردار خواهند بود.

اما دومین روش که برای حل مسئله بکار خواهیم گرفت براساس منطق فازی است. فرض کنید n نقطه تصادفی از ناحیه M انتخاب می‌شود و مقادیر توابع F,D,C,a در این نقاط محدود به کمک نظر کارشناسان مشخص می‌گردد.
بدین ترتیب مقادیر A مربوط به این نقاط از رابطه (۱) قابل محاسبه خواهند بود. فرض کنید جدول ۱ حاصل این کار باشد.

جدول ۱. اطلاعات مربوط به تعداد محدودی از نقاط تقاضا

i	x_i	y_i	a_i	C_i	D_i	F_i	A_i
1	x_1	y_1	a_1	C_1	D_1	F_1	A_1
2	x_2	y_2	a_2	C_2	D_2	F_2	A_2
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
n	x_n	y_n	a_n	C_n	D_n	F_n	A_n

حال قصد داریم از روی داده‌های این جدول قاعده‌هائی بسازیم که jامین قائده بصورت زیر خواهد بود :

$$if\,(x=\widetilde{x}_j \;\; and \;\; y=\widetilde{y}_j)\;\; then \;\; (a=\widetilde{a}_j \;\; and \; C=\widetilde{C}_j \;\; and \; D=\widetilde{D}_j \;\; and \; F=\widetilde{F}_j)$$

بطوریکه $\widetilde{x}_j, \widetilde{y}_j, \widetilde{a}_j, \widetilde{C}_j, \widetilde{D}_j$ و $\widetilde{F}_j$ همگی اعداد فازی (یا واژه‌های فازی‌ای متناظر با اعدادفازی) می باشند .
بدین ترتیب همانند کنترل فازی قادر خواهیم بود نقاط (x, y) را ابتدا با اعداد فازی $\widetilde{x}, \widetilde{y}$ ترجمه کنیم و سپس بکمک قاعده‌هائی همانند فوق اعداد فازی $\widetilde{x}_j, \widetilde{y}_j, \widetilde{a}_j, \widetilde{C}_j, \widetilde{D}_j$ و $\widetilde{F}_j$ را استخراج نموده و در نهایت با defuzzy کردن آنها، از روی رابطه (۱) مقدار A متناظر با نقطه (x, y) را محاسبه نمائیم.
ابتدا خوشه بندی را برروی فضای (a, C, D, F) انجام می دهیم و سپس نتایج حاصل را به فضای (x,y) تعمیم می دهیم. برای این کار در فضای (۴) بعدی (a, C, D, F) بدنبال مجموعه‌هائی از نقاط خواهیم بود که در هر مجموعه مقادیر هر یک از متغیرهای F, D, C, a تقریباً یک عدد فازی را شکل می‌دهند.
یکی از سوالات مهم در خوشه بندی ، تعداد بهینه خوشه هاست. برای محاسبه تعداد بهینه خوشه ها روشهای مختلفی ارائه شده است که ما از معیار زیر برای این منظور استفاده می‌کنیم [2] :

$$S(c)=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(\mu_{ik})^m(\| X_k - v_i \|^2 - \| v_i - \overline{X} \|^2) \tag{۴}$$

n: تعداد داده‌هائی که می‌خواهیم خوشه بندی کنیم

c: تعداد خوشه ها (c≥2)

X_k : k مین داده که معمولاً یک بردار است

v_i : برداری که مرکز خوشه i ام را نشان می‌دهد

||.|| : نرم اقلیدسی

μ_{ik}: درجه عضویت k امین بردار در i امین خوشه

m: وزن قابل تنظیم که معمولاً $1.5 \leq m \leq 3$ اختیار می‌شود

هدف به دست آوردن c^* است طوری که S(c) را مینیمم کند, نتیجه خوشه بندی فازی تعداد بهینه خوشه ها (c^*) و ماتریس $U_{c^* * n}$ است که عنصر ردیف iام و ستون k ام آن (μ_{ik}) درجه عضویت بردار kام در خوشه iام را نشان می دهد .

با نمادهائی که پیش از این بکار گرفته‌ایم خواهیم داشت:

$$X_k = (a_k, C_k, D_k, F_k)$$
$$\overline{X} = (\overline{a}, \overline{C}, \overline{D}, \overline{F})$$
$$\overline{a} = \sum_{i=1}^{n} a_i / n, \overline{C} = \sum_{i=1}^{n} C_i / n, \overline{D} = \sum_{i=1}^{n} D_i / n, \overline{F} = \sum_{i=1}^{n} F_i / n$$

تعداد قاعده‌هائی که ساخته خواهند شد برابر تعداد خوشه ها یعنی c^* خواهد بود. آنچه برای ساخت قاعده‌ها نیاز داریم داده‌های جدول ۱ بعلاوه ماتریس $U^*_{c^* \times n}$ که μ_{ik}ها را نشان می‌دهد خواهد بود.

μ_{ik} درجه عضویت k امین داده در iامین خوشه (و در نتیجه i امین قاعده) را نشان می‌دهد. k امین داده بردار X_k می‌باشد. زمانیکه ارزش بردار$X_k = (a_k, C_k, D_k, F_k)$ (درجه عضویت بردار X_k) در قاعده i ام برابر μ_{ik} باشد بدین معناست که ارزش برداری که این بردار را می‌سازد یعنی (x_k, y_k) نیز در قاعده i ام برابر μ_{ik} خواهد بود. علاوه بر این می توان گفت که درجه عضویت هر یک از عناصر بردارX_k یعنی D_k, C_k, a_k و F_k و نیز درجه عضویت هر یک از عناصر y_k ,x_k در قاعده i ام برابر μ_{ik}خواهد بود.اکنون می‌توانیم اعداد فازی $\widetilde{x}_i, \widetilde{y}_i, \widetilde{a}_i, \widetilde{C}_i, \widetilde{D}_i$ و$\widetilde{F}_i$ که قاعده i ام را بصورت زیر می‌سازند مشخص نمائیم :

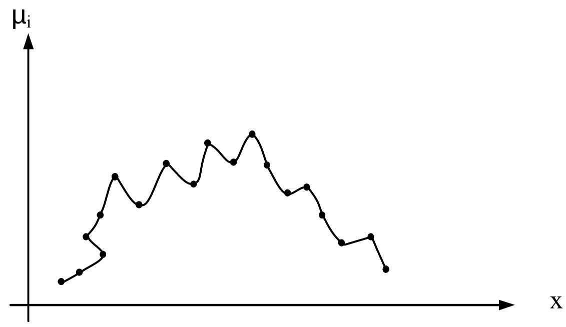
$$if\ (x = \widetilde{x}_i, y = \widetilde{y}_i)\ then\ \ (a = \widetilde{a}_i, C = \widetilde{C}_i, D = \widetilde{D}_i, F = \widetilde{F}_i)$$

برای ساخت قاعده iام جدول (۱) و سطرi ام ماتریس U^* که درجه عضویت داده‌های مسئله را در قاعده i ام نشان می‌دهد در نظر بگیرید. به این ترتیب جدول ۲ را خواهیم داشت :

جدول ۲. داده های مورد نیاز برای ساخت قاعده iام

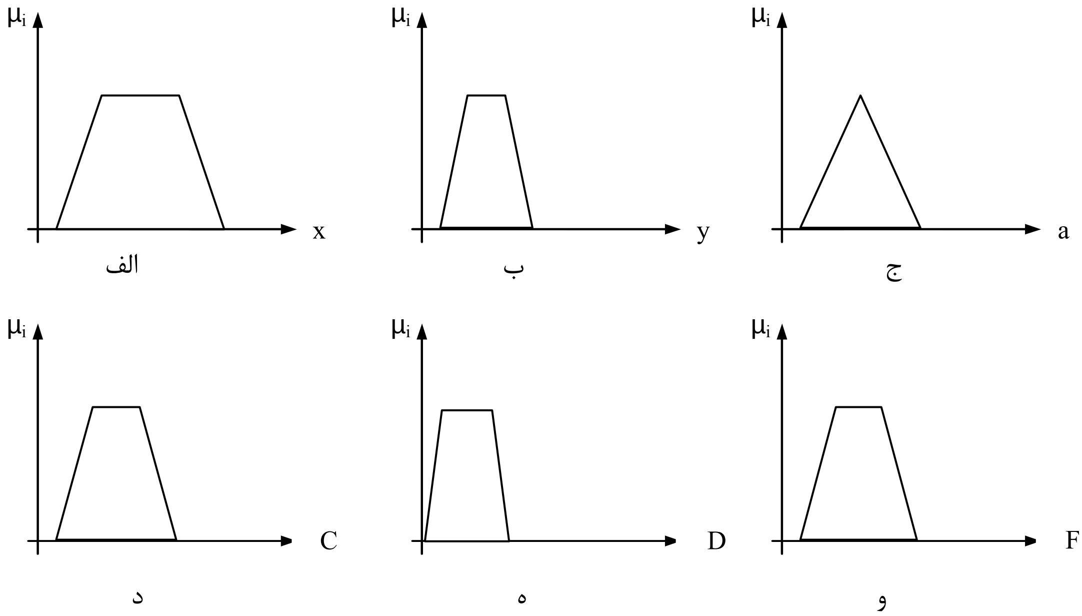
k	x_k	y_k	a_k	C_k	D_k	F_k	μ_{ik}
1	x_1	y_1	a_1	C_1	D_1	F_1	μ_{i1}
2	x_2	y_2	a_2	C_2	D_2	F_2	μ_{i2}
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
n	x_n	y_n	a_n	C_n	D_n	F_n	μ_{in}

برای بدست آوردن عدد فازی $\widetilde{x}_i$ یعنی عددی فازی $\widetilde{x}$ که در قاعده i ام بکار خواهد رفت ستون x_k و ستون μ_{ik}را در نظر بگیرید و نقاط (x_k, μ_{ik}) را در صفحه مختصات رسم کنید. نتیجه کار شکلی شبیه شکل (۳) خواهد بود.



شکل ۳ـ عدد فازی x در قاعده iام

نمودار فوق عدد فازی $\tilde{x}_i$ را نشان می دهد که می توانیم آنرا با یک عدد فازی ذوزنقه‌ای تخمین بزنیم. طریقه تخمین که بکمک رگرسیون خطی انجام می شود در ادامه خواهد آمد. به همین ترتیب با رسم ستونهای دیگر جدول ۲ در مقابل ستون μ_{ik} قادر خواهیم بود اعداد فازی سایر متغیرها را که در قاعده i ام بکار می روند استخراج نمائیم و آنها را با اعداد فازی ذوزنقه ای تخمین بزنیم.فرض کنید اعداد فازی شکل (۴) حاصل کار باشد.



شکل ۴ـ اعداد فازی تخمین زده شده برای قاعده i ام

به همین ترتیب می توان c^*-1 جدول دیگر مشابه جدول ۲ تشکیل داد (تمامی ستونهای آنها یکسان خواهد بود و فقط ستون μ_{ik} در هر جدول، سطر i ام ماتریس U^* خواهد بود) و c^*-1 قاعده دیگر را استخراج نمود.

اکنون در شبیه سازی کامپیوتری برای تعیین بهترین مساحتی که کارخانه احداث شده در نقطه (x,y) می تواند پوشش دهد قاعده‌های به شکل زیر در اختیار داریم:

$$if\,(X=\tilde{X}_1 \;\; and \;\; y=\tilde{y}_1)\;\; then \;\; (a=\tilde{a}_1 \;\; \text{and}\; \mathrm{C}=\tilde{\mathrm{C}}_1 \;\text{and}\; \mathrm{D}=\tilde{\mathrm{D}}_1 \;\; \text{and} \;\; \mathrm{F}=\tilde{\mathrm{F}}_1)$$

$$if\,(X=\tilde{X}_2 \;\; and \;\; y=\tilde{y}_2)\;\; then \;\; (a=\tilde{a}_2 \;\; \text{and}\; \mathrm{C}=\tilde{\mathrm{C}}_2 \;\text{and}\; \mathrm{D}=\tilde{\mathrm{D}}_2 \;\; \text{and} \;\; \mathrm{F}=\tilde{\mathrm{F}}_2)$$

$$\vdots$$

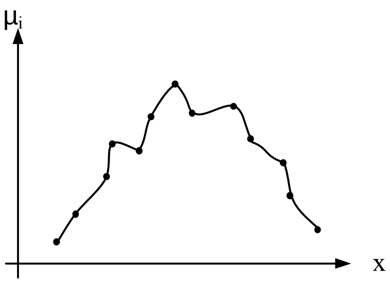
$$if\,(X=\tilde{X}_C \;\; and \;\; y=\tilde{y}_C)\;\; then \;\; (a=\tilde{a}_C \;\; \text{and}\; \mathrm{C}=\tilde{\mathrm{C}}_\mathrm{C} \;\text{and}\; \mathrm{D}=\tilde{\mathrm{D}}_\mathrm{C} \;\; \text{and} \;\; \mathrm{F}=\tilde{\mathrm{F}}_\mathrm{C})$$

به این ترتیب با داشتن بردار (x,y) قادر خواهیم بود بردار (a,C,D,F) متناظر با آن را به کمک یکی از روش هایی که در کنترل فازی بیان شده اند بدست آوریم[3] و سپس مقدار A را برای نقطه مورد نظر از رابطه (۱) محاسبه نمائیم.

نکته‌ای که می‌بایست به آن اشاره شود این است که دامنه‌ای که هر کدام از اعداد فازی $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i$ در بر خواهند داشت در محدوده دامنه نقاط تصادفی x و y در تولید داده‌های اولیه خواهد بود و لذا اگر نقطه (x,y) خارج از این محدوده باشد قاعده‌های فوق پاسخگو نخواهد بود لذا بایستی سعی شود تعدادی از نقاط تصادفی برای تولید داده‌های اولیه در نزدیکی مزرهای ناحیه M باشند. علاوه این می‌توان روشی را بکار گرفت که در آن از مشتقات جزئی برای تخمین مقادیر مربوط به نقاطی که در قاعده‌ها نمی‌گنجداستفاده می‌شود [2] . در زیر روشی برای تخمین نمودارهای اولیه حاصل از ترسیم داده‌ها با اعداد فازی ذوزنقه‌ای ارائه شده و سپس به پیاده‌سازی مدل به کمک شبیه‌سازی کامپیوتری پرداخته شده است.

۴ـ تخمین اعداد فازی با عدد فازی ذوزنقه‌ای

فرض کنید شکلی که از داده‌های مسئله برای متغیر x در مقابل سطر iام ماتریس U^* (درجات عضویت x در قاعده iام) حاصل می‌شود بصورت زیر باشد:



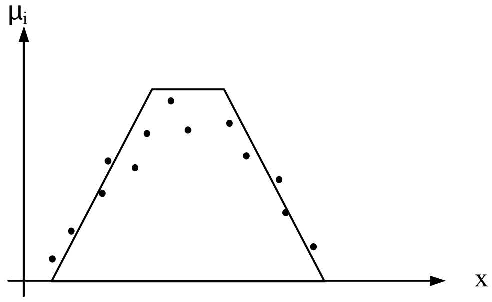
شکل ۵ـ عدد فازی x در قاعده iام

اجازه دهید مقداری از x که بیشترین درجه عضویت را در قاعده iام دارد با x^* نشان دهیم. بدیهی است که می‌بایستی به x^* درجه عضویت ۱ را نسبت دهیم. علاوه بر x^*، مقادیری از x که درجات عضویت آنها در نمودار فوق تفاوت قابل ملاحظه‌ای با درجه عضویت x^* نداشته باشد نیز می‌بایستی درجه عضویت ۱ را در عدد فازی ذوزنقه‌ای که تخمین زده می‌شود داشته باشد بنابراین xهائی که درجه عضویت ۱ خواهند گرفت مجموعه زیر خواهد بود : $S = \{x_j \mid \mu_{x^*} - \mu_{x_j} < w\}$

w یک مقدار اختیاری است و بهتر است بین 0.05 تا 0.1 انتخاب شود.

اگر x_{min} کوچکترین و x_{max} بزرگترین عنصر مجموعه S باشد خواهیم داشت: $\mu_x = 1 : \forall \ x_{\min} < x < x_{\max}$

از نقاط مجموعه $S_L = \{x_j \mid x_j \le x_{\min}\}$ بوسیله رگرسیون بهترین خط را برازش می‌کنیم و از نقاط مجموعه $S_R = \{x_j \mid x_j \ge x_{\max}\}$ نیز خط دیگری را برازش می‌کنیم. بدین ترتیب شکلی شبیه شکل ۶ را خواهیم داشت :



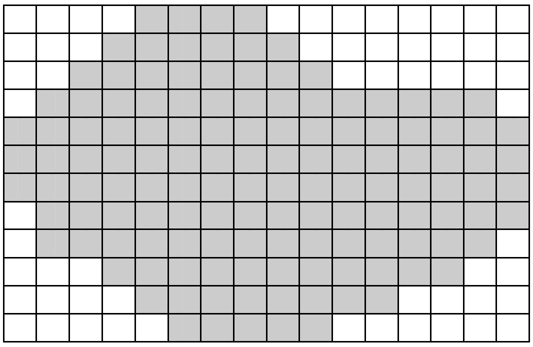
شکل ۶ـ عدد فازی تخمین زده شده x در قاعده iام

۴ـ شبیه‌سازی

بمنظور پیاده سازی مدل با رویکرد شبیه‌سازی ابتدا ناحیه M را به صورتی که در شکل۷ نشان داده شده است در داخل مستطیلی محاط می کنیم و سپس این مستطیل را با سلولهای مربعی تقسیم‌بندی می‌کنیم. به این ترتیب ناحیه M با سلولهای مربعی تقریب زده می شود. هر سلول را می توان با یک زوج مرتب مشخص نمود طوریکه عنصر اول شماره سطر و عنصر دوم شماره ستون سلول را نشان دهد. برای مثال اگر مستطیل محیط بر ناحیه M در هر ردیف ۹۰ سلول و در هر ستون ۶۰ سلول را شامل شود آنگاه زوج مرتبی که هر سلول را مشخص می کند بصورت (R , C) خواهد بود که در آن R عدد صحیحی بین ۱ تا ۶۰ و C عدد صحیحی بین ۱ تا ۹۰ می باشد.

اجازه دهید مساحت هر سلول در ناحیه واقعی را با b نشان دهیم و مبدا مختصات را گوشه پایین سمت چپ ناحیه مستطیلی در نظر بگیریم. به این ترتیب قادر خواهیم بود مختصات مرکز هریک از سلولها را به کمک روابط زیر مشخص کنیم :

$$x = (C - 0.5).\sqrt{b}$$
$$y = (R - 0.5).\sqrt{b}$$



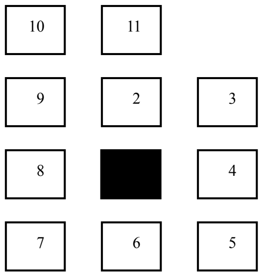
شکل ۷ـ نمایشی از ناحیه M به صورت سلولی

فرایند شبیه سازی بدین ترتیب است که ابتدا اعداد تصادفی R و C در دامنه های مربوطه تولید می شوند ، اگر سلولی که زوج مرتب (R,C) آن را مشخص می کند در ناحیه M باشد آنگاه مختصات مرکز این سلول یعنی (x,y) از روی روابط فوق محاسبه می شود. این مختصات به قواعدی که بردار(a,C,D,F) را بدست می دهند ارجاع داده می شود و سپس از روی فرمول مربوطه مقدار A محاسبه می شود. علاوه براین همانطور که خواهیم دید برای محاسبه مجموع هزینه های سالیانه نیاز به بردار(a,C,D,F) برای هر سلول داریم لذا بهتر است پیش از شروع شبیه سازی مقادیر یادشده از روی قواعد مربوطه بازای تمامی نقاط (x,y) که مختصات مرکز هر سلول را نشان می دهند برای تمامی سلولها محاسبه شود تا فرآیند شبیه سازی با سرعت بیشتری انجام شود.

از آنجا که اکنون ناحیه M بصورت سلولهای کوچک درآمده است لذا لازم است تعداد سلولهای متناسب با A محاسبه شود ، برای این منظور داریم :

$$n = \left[\frac{A}{b}\right] + 1$$

اولین سلولی که پوشش داده می شود همان سلولی است که برای احداث کارخانه انتخاب شده است و بعد از آن ، n-1 سلول دیگر بصورت حلزونی در اطراف سلول مورد نظر تحت پوشش این کارخانه قرار می گیرند. برای مثال اگر تعداد سلولهای تحت پوشش یک کارخانه n=11 باشد ناحیه تحت پوشش این کارخانه بصورت شکل ۸مشخص می گردد:



شکل۸ـ نحوه پوشش سلولها حول سلول انتخاب شده برای احداث کارخانه

زمانیکه هرکدام از سلولهای بعدی انتخاب می شود ، ممکن است در ناحیه باریکی بین دو ناحیه پوشش داده شده قرار گیرد طوریکه احداث کارخانه در آن سلول منطقی به نظر نرسد لذا بعد از محاسبه مقدار A برای آن سلول پیش از اینکه آن سلول را بعنوان محل احداث یک کارخانه انتخاب کنیم شرط زیر را برای آن سلول کنترل می کنیم :

$$| x_i - x | > \frac{\sqrt{A} + \sqrt{A_i}}{2\sqrt{b}} \; and \; | Y_i - Y | > \frac{\sqrt{A} + \sqrt{A_i}}{2\sqrt{b}}$$

$1 \le i \le L$ ، که L برابر تعداد کارخانه‌های احداث شده قبل از کارخانه جدید می‌باشد.

اگر شرط فوق برای همه i ها برقرار باشد بدین معناست که فضای کافی برای احداث کارخانه ای با ظرفیت A در سلول مورد نظر وجود دارد ، در غیر این صورت سلول مورد نظر رد شده و اعداد تصادفی دیگری تولید می شود.

این روند ادامه می یابد تا زمانیکه هیچ سلولی با شرایط یاد شده وجود نداشته باشد و این در حالی است که هنوز برخی از سلولها تحت پوشش هیچ کارخانه‌ای قرار نگرفته‌اند. از آنجا که همه سلولهای ناحیه M باید تحت پوشش قرار گیرند لذا در این مرحله هر کدام از سلولهایی که تحت پوشش قرار نگرفته‌اند براساس معیار هزینه عملیاتی و هزینه حمل و نقل به بهترین کارخانه‌ای که می‌تواند آنرا تحت پوشش قرار دهد واگذار می‌شود. بنابراین برای سلول j که هنوز تحت پوشش قرار نگرفته است به ازای کارخانه i ام تابع هزینه طبق رابطه ۵ محاسبه می‌شود:

$$h_{ij} = a_i D_j b + \left(\frac{c_i + c_j}{2}\right) D_j . b(| x_i - x_j | + | y_i - y_j |).\sqrt{b} \qquad (۵)$$

جمله اول هزینه عملیاتی سالیانه ای را نشان می دهد که در صورت واگذاری سلول j ام به کارخانه i ام بر ما تحمیل می شود و جمله دوم هزینه حمل و نقل سالیانه این واگذاری را نشان می دهد.

به ازای i ای که مقدار رابطه (۵) مینیمم شود، سلول j به آن کارخانه اختصاص داده می‌شود. برای کلیه jهای باقیمانده نیز این رابطه محاسبه می‌شود و تخصیصها صورت می‌پذیرد. در نهایت مقدار هزینه کل این طرح از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$TC_i = F_i + \sum_{j \in s_i} a_i D_j b + a_i D_i b + \sum_{j \in s_i} (\frac{c_i + c_j}{2}) D_j b(| x_i - x_j | + | y_i - y_j |)\sqrt{b} + C_i D_i \mathrm{bk}\sqrt{\mathrm{b}} \qquad (۶)$$

S_i: مجموعه سلولهایی که کارخانه i ام آنها را پوشش می‌دهد

$$TC = \sum_{i=1}^{m} TC_i \qquad (۷)$$

تولید طرحهای شبیه سازی به هر تعداد دلخواه انجام می شود. معیار ارزیابی هر طرح TC آن است و در نهایت طرحی برگزیده می شود که کمترین TC را دارد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یکی از مدلهای پیوسته مساله طراحی سیستم تولید- توزیع بررسی شد و بکمک مدلسازی کیفی و شبیه‌سازی کامپیوتری راه حلی برای رفع محدودیتهای کاربرد این مدل ارائه شد. ابتدا با مدلسازی کیفی بر مبنای خوشه بندی فازی روشی ارائه شده که در آن نیازی به محاسبه توابع ریاضی موجود برای حل مدل نیست. در مدلسازی کیفی با جمع‌آوری داده های مربوط به نقاطی محدود از ناحیه مورد بررسی، قاعده‌هایی ساخته شد که از آنها برای محاسبه مقادیر توابع مورد نظر در سایر نقاط استفاده می‌شود. در نهایت روشی برای شبیه‌سازی کامپیوتری مدل عنوان شد که در واقع پلی میان مدل پیوسته و گسسته بود و با هر دقت دلخواهی می‌توان فضای پیوسته را با فضای گسسته جایگزین نمود. در هر مرحله از شبیه‌سازی، طرحی ارائه می‌شود و ارزیابی هر طرح برمبنای هزینه کل سالیانه خواهد بود. به هر تعداد می‌توان طرحهای شبیه‌سازی را تولید کرد و سرانجام طرح با کمترین هزینه را برگزید. بعلاوه بدلیل اینکه از مدلسازی کیفی استفاده شده است لذا پایداری هر طرح وابستگی زیادی به پارامترهای مسئله نداشته و مقادیر متغیرهای تصمیم نیز تا حدودی قابل تغییر خواهند بود.

۶ـ مراجع

[1] Dasci & Verter,(2001),A Continuous Model for Production - Distribution System Design,European Journal of Operational Research., Vol. 129, Pages 287-298.
[2] Sugeno & Yasukawa,(1993),A Fuzzy Logic Based Approach to Qualitaitive Modeling ,IEEE Transactions on Fuzzy Systems., Vol. 1, Pages 7-31.
[3] Zimmermann,(1996),Fuzzy Sets Theory and Its Applications., Pages 208-216.