اتوماتای سلولی فازی

ترگل انوری نژاد[۱]، محمدرضا میبدی[۲]

آزمایشگاه محاسبات نرم، دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

meybodi@ce.aut.ac.ir

چکیده

از دهه هشتاد به بعد به جنبه پردازشی و تحلیلی اتوماتای سلولی و استفاده از آن در مدلسازی سیستم‌های مبتنی بر جهان واقعی توجه بسیاری شده‌است. مشکل عمده چنین مدلسازیهایی کمبود دانش کافی برای تعیین رابطه دقیق بین عمل و عکس‌العمل در رفتارهای طبیعی است. برای مقابله با این کمبود دانش از رفتار سیستم، مدل اتوماتای سلولی فازی که حاصل ترکیب اتوماتای سلولی و منطق فازی است پیشنهاد میشود. این مدل امکان مطالعه و بررسی کمیتهایی غیر دقیق و مبهم که در تصمیم‌گیری درباره قوانین انتقال و تغییر حالتهای سیستم موثرند را فراهم می‌سازد. در این مقاله نوع جدیدی از اتوماتای سلولی فازی (FCA) که در آن، حالت سلولها و توابع انتقال محلی اتوماتا سلولی فازی هستند معرفی و رفتار آن مورد بررسی قرار می‌گیرد و یک طبقه بندی برای این اتوماتاها ارایه می‌شود.

کلمات کلیدی: اتوماتای سلولی، اتوماتای سلولی فازی، منطق فازی

۱- مقدمه

اتوماتای سلولی در اواخر دهه ۱۹۴۰، به عنوان مدلی از رفتارهای خود-سازمانده و خود- مولد معرفی شد. تنوع و سادگی رفتار اتوماتای سلولی، امکان استفاده از آن را در علوم مختلفی از اکولوژی و بیولوژی گرفته، تا کامپیوتر، ریاضی و فیزیک فراهم می‌سازد [۱]. در اتوماتای سلولی هدف، مدلسازی سیستمی با معادلات پیچیده مشابه معادلات دیفرانسیل نیست. بلکه سعی در بیان سیستم با عناصری ساده و نمایش پیچیدگی آن با استفاده از تعامل این عناصر بر طبق قوانینی ساده است [۲][۳].

از دهه هشتاد به جنبه پردازشی و تحلیلی اتوماتای سلولی توجه بسیار زیادی شده و توانایی اتوماتای سلولی در مدلسازی و شبیه‌سازی سیستم‌های مبتنی بر دنیای واقعی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته‌است. مشکل عمده در این گونه مدلسازی‌ها، این است که نمی‌توان رابطه دقیقی بین عمل و عکس‌العمل رفتارهای طبیعی تعریف کرد. تعریف دقیق رفتار سیستم مستلزم دانش دقیق از حالتهای سیستم و تغییر حالت سیستم تحت ورودیهای مختلف است. برای مقابله با این مشکل راهبرد منطق فازی را مورد استفاده قرار می‌دهند، که با استفاده از آن می‌توان کمیتهای غیر دقیق و مبهمی که در تصمیم‌گیری درباره قوانین انتقال و تغییر حالتهای سیستم موثرند را تعریف کرد [۴][۵][۶]. به طور کلی دو توجیه زیر را برای فازی سازی مدل اتوماتای سلولی می‌توان ارایه داد.

- دنیای واقعی بسیار پیچیده‌تر از آن است که بتوان یک توصیف و تعریف دقیق برای آن بدست آورد. بنابراین باید یک توصیف تقریبی بطور مثال توصیف فازی که قابل قبول و قابل تجزیه و تحلیل باشد، برای یک مدل معرفی شود.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- استاد گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

- با حرکت بسوی عصر اطلاعات، دانش و شناخت بشری بسیار اهمیت پیدا می‌کند. بنابراین به فرضیه‌ای نیاز داریم که بتواند دانش بشری را به شکلی سیستماتیک فرموله کرده و آنرا به همراه سایر مدلهای ریاضی در سیستم‌های مهندسی قرار دهد.

تا آنجا که نگارندگان این مقاله اطلاع دارند، دو تحقیق درباره ترکیب اتوماتای سلولی و تئوری فازی انجام گرفته‌است. کار اول توسط کاتانو و همکارانش در [۷] گزارش شده‌است. آنها برای مطالعه رفتار اتوماتای سلولی فازی، اتوماتای سلولی یک بعدی نامتناهی را در نظر گرفتند. در این اتوماتا تعداد متناهی از سلولها را با مقادیر بولین ($\{0,1\}$) و سایر سلولها را با مقادیر فازی انتخاب کردند. یعنی پنجره‌ای متناهی از مقادیر بولین را در یک فضای نامتناهی از مقادیر فازی قرار دادند. با این انتخاب آنها تاثیر زمینه فازی را بر پنجره از مقادیر بولین مورد مطالعه قرار دادند. آنها به این نکته پی‌بردند که اگر اتوماتای سلولی ولفرام در یک زمینه فازی نامتناهی پیاده‌سازی شود، رفتاری متفاوت از خود نشان می‌دهد. آنها اتوماتای سلولی پیشنهادی خود را بر اساس رفتارشان به سه کلاس دسته‌بندی کردند. اتوماتاهای متعلق به یک کلاس، رفتاری مشابه از خود نشان می‌دهند.

در مطالعه‌ی دیگری که در [۴][۸][۹] توسط مراز و همکارانش گزارش شده است، تعریف دیگری برای اتوماتای سلولی فازی ارایه شده است. اتوماتای سلولی بنا به تعریف، متشکل از سلولهایی است که در هر گام حالت هر یک از آنها با توجه به حالات همسایه هایش در گام قبلی تعیین میشود. اما آنچه در اتوماتای سلولی مراز و همکارانش قابل توجه است، وجود پارامترهای خارجی موثر بر حالت سلولها است. یعنی حالت سلول در هر گام به حالتهای همسایه‌ها در گام قبل ویک ورودی خارجی به سلول بستگی دارد. گرچه در تعریف مراز و همکارانش شعاع همسایگی فازی در نظر گرفته شده، ولی زمانی‌که از این اتوماتا برای شبیه سازی آتش‌سوزی در جنگل استفاده شده است همسایگی غیر فازی با شعاع همسایگی ۱ که برای کلیه سلولها یکسان است در نظر گرفته شده است.

در این مقاله تعریفی جدید برای اتوماتای سلولی فازی ارایه و رفتار آن مورد بررسی قرار گرفته است. این تعریف با دو تعریفی که از اتوماتای سلولی فازی گزارش شده تفاوتهایی دارد. کاتانو و همکارانش، رفتار اتوماتای سلولی یک بعدی متناهی را در تعامل مرزهایش با سلولهای فازی مطالعه کرده‌اند. در واقع رفتار یک اتوماتای سلولی فازی، مستقل از مقادیر بولین مطالعه و دسته‌بندی نشده است. اتوماتای سلولی فازی مراز و همکارانش برخلاف اتوماتاهای سلولی کلاسیک، حالت هر سلول در هر مرحله نه تنها به حالت همسایگانش بستگی دارد، بلکه متاثر از محیط خارجی نیز می‌باشد.رفتار اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی با شروع از یک پیکربندی اولیه بررسی و دسته‌بندی شده‌است. مطالعه رفتار این اتوماتا نشان داده است که میتوان رفتار آنها را به پنج گروه رفتاری طبقه بندی کرد.

ادامه مقاله بصورت زیر سازماندهی شده است. در بخش ۲ اتوماتای سلولی شرح داده میشود بخش ۳ به مطالعاتی که تاکنون درباره فازی‌سازی اتوماتای سلولی صورت گرفته است می‌پردازیم. دربخش ۴ اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی ارایه میگردد و رفتار آن مورد برسی قرار میگیرد. بخش نهایی نتیجه گیری میباشد.

۲- اتوماتای سلولی

اتوماتای سلولی شبکه‌ای از سلولها است که هر کدام آنها می‌تواند k حالت (وضعیت) متفاوت را اختیار کند. در هر سلول یک اتوماتا با حالات محدود (Finite State Automaton) قرار دارد. در حالت یک بعدی، هر سلول دو همسایه نزدیک به خود دارد. در این حالت، وضعیت سلول i در زمان t+1 یعنی $a_i^{(t+1)}$ مطابق فرمول زیر بدست می‌آید:

$$a_i^{(t+1)} = \phi(a_{i-1}^{(t)}, a_i^{(t)}, a_{i+1}^{(t)}) \qquad (۱)$$

تابع ϕ را قانون اتوماتای سلولی می‌نامیم. همسایگی در اتوماتای سلولی یک بعدی را می‌توان به‌گونه‌ای بسط داد که از دو همسایه بیشتر را نیز شامل شود. یعنی می‌توان شعاع r را برای همسایگی در نظر گرفت.

اتوماتاهای سلولی سیستم‌هایی گسسته، غیرمتمرکز (decentralized) و خودسازمانده (self-organizing) هستند، که قادرند با شروع از وضعیتی کاملاً تصادفی، ساختاری کاملاً مرتب تولیدکنند. به عبارت دیگر، این سیستم‌ها می‌توانند در طول

زمان آنتروپی (entropy) را کاهش دهند [۱۰]. در اتوماتای سلولی دو نوع گسستگی مطرح است: گسستگی فضا و گسستگی زمان. گسستگی فضا به مفهوم شبکه d-بعدی منظمی است که در آن هر جزء شبکه (سلول اتوماتا) با یک مقدار ثابت (حالت سلول) از یک بازه محدود از مقادیر ممکن مقداردهی شده‌است. گسستگی زمان به این معنی است، که حالت هر سلول در گامهای زمانی متوالی با تکرار قانون اتوماتای سلولی، با توجه به حالات سلولهای همسایه اش تغییر می‌کند. به عبارت دیگر حالت جدید هر سلول در زمان t تابعی از حالت و موقعیت سلولهای همسایه اش در زمان t-1 است. بطور دقیق‌تر، همسایگی هر سلول از خود سلول و سلولهای مجاورش تشکیل می‌شود. الگوی حالتهای اتوماتای سلولی در کل شبکه را پیکربندی اتوماتای سلولی در آن لحظه زمانی می‌گوییم. هر الگو در زمان t، به عنوان حالت اولیه در نظر گرفته می‌شود. هر سلول به طور همزمان با سایر سلولهای شبکه، حالتش را بهنگام کرده و به پیکربندی اتوماتای سلولی در زمان t+1، تکامل می‌یابد.

اتوماتاهای سلولی با معماری یکسان در یک دوره نسبتاً طولانی زمانی، با قوانین مختلف، رفتارهای متفاوتی تولید می‌کنند. از اینرو برای بررسی هر اتوماتای سلولی به مطالعه رفتار دینامیکی آن در یک دوره زمانی طولانی نیازمندیم. برای نمایش و مطالعه رفتار اتوماتای سلولی در طول دوره تکاملش از نمودارهای فضا- زمان استفاده میشود. در این نمودار با شروع از یک پیکربندی اولی مفروض و با تخصیص رنگ یا یک الگوی خاص به هر حالت، تکامل اتوماتای سلولی را در یک دوره زمانی مطالعه می‌کنند.

جدول زیر یکی از قوانین اتوماتای سلولی یک بعدی با شعاع همسایگی ۱ که در آن هر سلولی میتواند یکی از مقادیر ۰ یا یک را اختیار کند نشان میدهد. چنین اتواتای سلولی، اتوماتای سلولی یک بعدی ولفرام نامیده میشود. این قانون توسط عدد ولفرام ۳۰ نشان داده میشود. عدد ولفرام برای هر قانون از عدد دودویی ستون آخر جدول قانون بدست میاید. برای مثال، عدد باینری ۸ بیتی 00011110 که برابر با ۳۰ میباشد شماره قانون جدول داده شده در شکل ۱ میباشد

a_{i-1}^{t}	a_{i-1}^{t}	a_{i-1}^{t}		a_{i-1}^{t}
0	0	0	→	0
0	0	1	→	1
0	1	0	→	1
0	1	1	→	1
1	0	0	→	1
1	0	1	→	0
1	1	0	→	0
1	1	1	→	0
				30

شکل ۱ـ قانون ۳۰

ولفرام اتوماتاهای سلولی یک بعدی باینری را به چهار دسته مجزا تقسیم کرده‌است. وی در مطالعاتش با شروع از پیکربندی‌های اولیه متفاوت، رفتار اتوماتاهای سلولی مختلف را بررسی و نشان داد که پیکربندی اولیه در رفتار اتوماتای سلولی تاثیری ندارد. این چهار دسته عبارتند از [۱۰][۱۱][۱۲][۸]:

I. کلاس۱. اتوماتاهای سلولی این دسته، کسل کننده‌ترین رفتار را نسبت به سایر اتوماتاها از خود نشان می‌دهند. در این دسته، حالت کلیه سلولهای اتوماتای سلولی با شروع از یک پیکربندی اولیه دلخواه و پس از تعداد متناهی گام زمانی به مقدار 0 (۱) تبدیل می‌شود. پس از این در شبکه تغییر حالتی مشاهده نخواهدشد. از اینرو آنها را قانون limit point می‌نامند در واقع در این دسته شاهد تخریب اطلاعات پیکربندی اولیه اتوماتای سلولی هستیم. به عنوان مثال قوانین ۱۴، ۲۵، ۵۷ و ۱۳۴ در این دسته قرار دارند.

II. کلاس۲. در این دسته رفتار اتوماتاهای سلولی جالب‌تر از کلاس۱ است. در این دسته که از آن با نام limit cycle یاد می‌شود، به رفتاری تناوبی می‌رسیم. به این ترتیب که رفتار اتوماتاهایی سلولی به سمتی پیش می‌رود که پیکربندی

آن در طول زندگی متناهی به صورت تناوبی تکرار می‌شود. از جمله قوانینی که در این دسته قرار دارند، می‌توان از ۵، ۱، ۹۴، ۱۵۶ و ۱۹۹ نام برد.

III. کلاس۳. در این دسته بر خلاف دو دسته پیشین رفتار اتوماتاهای سلولی غیر قابل پیش‌بینی و روند حرکت اتوماتای سلولی به سوی یک الگوی نامتناوب است که این الگوها مستقل از پیکربندی اولیه تولید می‌شوند. این دسته را chaotic نیز می‌نامند. قوانین ۴۱، ۶۰، ۱۱۰ و ۱۵۴ در این دسته قرار دارند.

IV. کلاس۴. در این دسته جالب‌ترین اتوماتاهای سلولی قرار دارند. این اتوماتاهای سلولی رفتاری ساخت‌نیافته، و پیچیده دارند. در این دسته با رفتاری منتشرشونده با عمر طولانی مواجه می‌شویم. قوانین ۲۰، ۴۲ و ۵۲ در این دسته قرار دارند.

نشان داده شده است که تصمیم‌گیری درباره اینکه اتوماتای سلولی به کدام از کلاسهای فوق متعلق است، غیرممکن است. [۷].

۳- اتوماتای سلولی فازی

موجودیت مهم هر اتوماتای سلولی، سلول است که به صورت مجرد آنرا می‌توان یک اتوماتان متناهی در نظر گرفت. نقطه ضعف اصلی این اتوماتاها، عدم توانایی آنها در پردازش ورودی‌های مبهم و ناتوانی‌شان در پردازش قوانین انتقال غیر دقیق (فازی) است. برای برطرف کردن این مشکل، نوع جدیدی از اتوماتای سلولی را با نام اتوماتای سلولی فازی معرفی می‌کنیم که در آن حالت اتوماتاها و توابع انتقال آنها فازی هستند. در این بخش ابتدا به شرح مختصری از مطالعاتی که تا کنون در جهت فازی‌سازی اتوماتای سلولی انجام گرفته است می‌پردازیم. پس از آن اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی را معرفی و رفتار آن را مورد بررسی قرار میدهیم.

۳-۱- کارهای گذشته

با وجود توانایی تئوری فازی در بیان ابهامها در سیستم‌های پیچیده و قابلیت اتوماتای سلولی در مدلسازی سیستمها، هنوز کار زیادی در باره فازی‌سازی اتوماتای سلولی انجام نگرفته است. تا آنجا که نگارندگان این مقاله اطلاع دارند، دو تحقیق درباره ترکیب اتوماتای سلولی و تئوری فازی انجام گرفته‌است، که در این بخش به معرفی آنها می‌پردازیم.

در [۷]، کاتانو و همکارانش (Cattano and et al) مدل جدیدی از اتوماتای سلولی را معرفی کرده‌اند. مدل معرفی شده توسط آنها یک اتوماتای سلولی یک بعدی نامتناهی است که در آن تعداد متناهی از سلولها مقادیر بولین ($\{0,1\}$) و سایر سلولها مقادیر فازی اختیار می‌کنند. در واقع آنها پنجره‌ای متناهی از مقادیر بولین را در یک فضای نامتناهی از مقادیر فازی قرار دادند. با این انتخاب آنها تاثیر زمینه فازی را بر پنجره بولین مطالعه کردند و به این نکته پی‌بردند که اگر اتوماتای سلولی ولفرام در یک زمینه فازی نامتناهی پیاده‌سازی شود، رفتاری متفاوت از خود نشان می‌دهد. آنها اتوماتای سلولی پیشنهادی خود را بر اساس رفتارشان به سه کلاس دسته‌بندی کردند. اتوماتاهای متعلق به یک کلاس، رفتاری مشابه از خود نشان می‌دهند.

از آنجا که تصمیم‌گیری درباره عضویت اتوماتای سلولی در یک کلاس غیر ممکن است، مشاهده تکامل اتوماتای سلولی با شروع از یک پیکربندی اولیه برای درک پویایی‌اش مهم است. ولفرام برای مشاهده تکامل و در نتیجه تعیین عضویت اتوماتاهای سلولی در هر کلاس، از یک زمینه خاموش[۱] و یا با مقادیر اولیه نامرتب (تصادفی) و یک پنجره مشاهده با اندازه ثابت استفاده کرده‌است. با این شرایط وی اتوماتاهای سلولی یک بعدی را در چهار کلاس رفتاری دسته‌بندی کرد. ولفرام توانست نشان دهد که کلیه اتوماتاهای سلولی یک بعدی در یکی از این چهار کلاس قرار می‌گیرند [۱۲]. کاتانو و همکارانش در مطالعاتشان در باره اتوماتاهای سلولی یک بعدی، نشان دادند که انتخاب ولفرام در برخی موارد محدودیتهایی را در درک

۱- در این انتخاب مقدار اولیه کلیه سلولها صفر است.

خصوصیات ذاتی قوانین بوجود می‌آورد. به عنوان مثال، در دسته‌بندی ولفرام قانون ۱۷۰، از جمله قوانین متعلق به کلاس ۱ است، اما این قانون در یک اتوماتای سلولی یک بعدی نامتناهی نمونه‌ای از جمله قوانین آشفته است. یعنی اگر اتوماتای سلولی را در یک فضای نامتناهی بررسی کنیم، خصوصیات رفتاریش تغییر می‌یابد. این تغییر رفتار به این دلیل است که در دوره کوتاهی از زمان در یک پنجره با اندازه ثابت، تنها پیکربندی قابل مشاهده، یک زمینه خاموش است. اما با حرکت به سمت زمینه غیر خاموش رفتاری پیچیده مشاهده می‌شود. به عبارت دیگر، در اتوماتای سلولی ولفرام تاثیر عوامل محیطی خارجی نادیده گرفته شده‌است. تعریف رسمی اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی کاتانو و همکارانش به شرح زیر است:

تعریف ۱. یک اتوماتای سلولی یک بعدی و از دو طرف نامتناهی است، توسط چهارتایی $C_f = \langle Z, S, r, h \rangle$ نشان داده میشودکه Z مجموعه سلولها، $i \in Z$ موقعیت سلول i، $S \subset [0,1]$ مجموعه متناهی از حالتهای سلول، $r \in N$ شعاع همسایگی و $h : S^{2r+1} \to S$ تابع انتقال محلی است، که قانون اتوماتان نامیده می‌شود.

تعریف فوق، تعریف یک اتوماتای سلولی یک بعدی است که فضای مجموعه حالت و توابع انتقالش فازی است. فضای حالت اتوماتا مقادیری حقیقی در بازه $[0\ 1]$ است. تابع انتقال فازی اتوماتا، نگاشتی بین مجموعه حالت‌های فازی است. این تابع از فازی سازی قوانین اتوماتای سلولی ولفرام بدست آمده‌است. به این صورت که اتصال‌کننده‌های موجود در قوانین را به صورت فازی تفسیر می‌کنیم. بعنوان مثال قانون ۷۲ ولفرام را که توسط جدول۱ شرح داده شده است می‌توان به صورت مجموع حاصلضرب‌ها نشان داد، یعنی

$$f(x_{i-1}, x_i, x_{i+1}) = (\bar{x}_{i-1} \wedge \bar{x}_i \wedge x_{i+1}) \vee (x_{i-1} \wedge \bar{x}_i \wedge \bar{x}_{i+1}) \qquad (۲)$$

حال اگر جمع را با $\vee(a,b) = \min\{1, (a+b)\}$ و متمم را با $\bar{a} = (1-a)$ ، ضرب را با $\wedge(a,b) = a.b$ جایگزین کنیم، قانون فازی زیر حاصل می شود:

$$h(x_{i-1}, x_i, x_{i+1}) = (x^0_{i-1}.x^0_i.x_{i+1}) + (x_{i-1}.x^0_i.x^0_{i+1})$$

جدول ۱ــ قانون ۷۲ ولفرام

x_{i-1}	x_i	x_{i+1}	$f(x_{i-1}, x_i, x_{i+1})$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

نتیجه مطالعات کاتانو و همکارانش، رفتار اتوماتای سلولی فازی را در سه کلاس رفتاری زیر دسته‌بندی میکند.

۱. رفتار بولین: در این دسته سلولهای پنجره بولین بر سلولهای فازی غلبه کرده و در نهایت پس از تعداد متناهی گام کلیه سلولها مقادیر بولین می‌گیرند.
۲. رفتار بولین/ فازی: در این دسته، پنجره تعامل حاوی دو مقدار بولین و فازی خواهد بود. در واقع پنجره تعامل پس از تعداد متناهی گام زمانی به دو زیرپنجره بولین و فازی تقسیم می‌شود.
۳. رفتار فازی: در این دسته پنجره پس از تعداد متناهی گام، مقادیر فازی مقادیر بولین را تحت تاثیر قرار داده و سلولهای پنجره تعامل تنها شامل مقادیر فازی خواهند بود.

مراز (Mraz) و همکارانش با هدف افزایش قابلیت اتوماتای سلولی در مدل کردن سیستمهای واقعی یک اتوماتای سلولی معرفی کردند که در آن به جای استفاده از مقادیر قطعی در سلولها و توابع انتقالشان، از مقادیر فازی بهره جستند. تعریف رسمی این مدل بشرح زیر است[۴][۸][۹].

تعریف۲. اتوماتای سلولی فازی (FCA) ساختاری پویا است که توسط هفت‌تایی $FCA = \langle P, \widehat{q}, \widehat{N}, \widehat{F}, \widehat{T}, \widehat{\lambda}, \widehat{x} \rangle$ نشان داده میشود که P فضای سلولی m بعدی، $\widehat{q}$ بردار فازی ناتهی از کلیه حالتهای ممکن سلولها، $\widehat{N}$ تعریف همسایگی فازی و $\widehat{F}$ مجموعه متناهی از قوانین است، $\widehat{T}$ فازی‌سازی نهایی اتوماتا است، البته این فازی‌سازی در طول گامهای میانی نیز بکار گرفته می‌شود. $\widehat{\lambda}$ تابع نگاشت ثابتی است، که خروجی سلول را تعیین میکند و $\widehat{x}$ مقادیر مجموعه متغیرهای فازی ورودی را مشخص مینماید.

در ساختار معرفی شده، کلیه خواص یک اتوماتای سلولی فازی به فضای فازی نگاشت شده‌اند. یعنی فضای حالت اتوماتا مقادیر فازی در بازه $[0\,1]$ است. تابع انتقال محلی اتوماتا تابعی فازی است که همسایگی اتوماتا را بصورت فازی انتخاب می‌کند. خروجی اتوماتا نیز فازی است.

مراز و همکارانش این اتوماتا را برای شبیه‌سازی مدل آتش‌سوزی در جنگل بکار گرفتند. هدف از این مدلسازییش‌بینی محدوده‌ای از جنگل است که آتش در آن گسترش می‌یابد. در شبیه‌سازیهایی که مراز و همکارانش انجام دادند، منطقه موردنظر را به سلولهایی تقسیم کرده و وضعیت آتش در هر سلول را بعنوان حالت آن سلول در نظر گرفتند. تابع انتقال محلی اتوماتا، بر اساس وضعیت فعلی آتش در همسایگی های سلول و سرعت باد که عامل خارجی محسوب حالت بعدی سلول را مشخص مینماید. نتایج شبیه‌سازی های بدست آمده با استفاده از این مدل با نتایج شبیه سازی ها با استفاده از مدل های دیگر و همچنین با واقعیت تطبیق مینماید. محدوده جغرافیایی به اتش کشیده شده که توسط اتوماتای سلولی فازی پیش بینی میشود با ناحیه‌ای که در آتش‌سوزی واقعی آتش میگیرد تقریباً مشابه است.آنچه در اتوماتای سلولی مراز و همکارانش قابل توجه است، وجود پارامترهای خارجی موثر بر حالت سلولها است. یعنی حالت سلول در هر گام به حالتهای همسایه‌ها در گام قبل ویک ورودی خارجی به سلول بستگی دارد. گرچه در تعریف مراز و همکارانش شعاع همسایگی فازی در نظر گرفته شده، ولی زمانی‌که از این اتوماتا برای شبیه سازی آتش‌سوزی در جنگل استفاده شده است همسایگی غیر فازی با شعاع همسایگی ۱ که برای کلیه سلولها یکسان است در نظر گرفته شده است.

۴- اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی

در این بخش یک اتوماتای سلولی فازی جدید ارایه میشود و سپس رفتار آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. اتوماتای سلولی پیشنهادی با دو اتوماتای فازی سلولی که تا به حال گزارش شده تفاوتهای اساسی دارد. کاتانو و همکارانش، رفتار اتوماتای سلولی یک بعدی متناهی را در تعامل مرزهایش با سلولهای فازی مطالعه کرده‌اند. در واقع رفتار یک اتوماتای سلولی فازی، مستقل از مقادیر بولین مطالعه و دسته‌بندی نشده است. در اتوماتای سلولی فازی مراز و همکارانش برخلاف اتوماتای سلولی کلاسیک، در هر مرحله حالت هر سلول نه تنها بستگی به حالت همسایگانش دارد بلکه متاثر از محیط خارجی نیز می‌باشد.

در اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی (Fuzzy Cellular Automata- FCA) مجموعه حالات یک سلول و تابع انتقال محلی فازی هستند. مجموعه حالات یک متغیرهای زبانی میباشد. این متغیرهای زبانی با توجه به دانش ما از مساله مورد نظر تعیین می‌شود. حالت هر سلول در مرحله بعد بستگی به حالت فعلی (متغیر زبانی) سلول و حالات فعلی همسایه هایش دارد. این تغییر حالت توسط تابع انتقال محلی اتوماتای سلولی فازی انجام می‌گیرد. تابع انتقال محلی برای کلیه سلولها یکسان و یک تابع فازی است. این تابع به این صورت عمل می‌کند که در هر مرحله مقدار عضویت همسایگی سلول را گرفته و مقدار عضویت آن سلول را در مرحله بعد محاسبه می‌کند. برای نمایش روند تکامل اتوماتای سلولی فازی، از مقادیر عضویت

متغیرهای زبانی سلول در هر لحظه بهره می‌گیریم و آنها برای نمایش خروجی یک سلول در هر مرحله بکار می‌رود. همسایگی برای تمام سلولها یکسان میباشد و در طی زمان بدون تغییر باقی می ماند.

اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی را میتوان به صورت چهارتایی $\langle Z,S,r,f \rangle$ نمایش داد که Z یک توری منظم n بعدی از سلولها، S مجموعه حالات هر سلول میباشد که هر سلول در هر مرحله می‌تواند یکی از آنها را اختیار کند و مقادیر عضویت این مجموعه در بازه $[0\ 1]$ قرار دارند، $r \in \aleph$ شعاع همسایگی است و $f: s^{2r+1} \to s$، تابع انتقال فازی است.

در مطالعه رفتار اتوماتای سلولی فازی، رفتار اتوماتای سلولی فازی یک بعدی و دو بعدی را به طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم. مشاهده رفتار این اتوماتاها نشان می‌دهد که هر یک مستقل از پیکربندی اولیه‌شان عمل می‌کنند. در بخش بعد به تفصیل درباره کلاسهای رفتاری اتوماتای سلولی فازی یک بعدی و دوبعدی صحبت خواهد شد.

۱-۴- بررسی رفتار اتوماتای سلولی فازی یک بعدی

اتوماتاهای سلولی فازی، مشابه اتوماتاهای سلولی کلاسیک، سیستمهایی گسسته و پویا با ساختاری ساده هستند. اما این سیستم‌ها با وجود سادگی ساختارشان، رفتاری پیچیده و در ضمن خودسازمانده از خود نشان می‌دهند. همان طور که قبلا اشاره‌شد، اتوماتاهای سلولی کلاسیک بر اساس رفتاری که از خود نشان می‌دهند، در چهار کلاس رفتاری مجزا قرار می‌گیرند. بررسی رفتار اتوماتای سلولی فازی نیز نشان می‌دهد این اتوماتاهای سلولی نیز با توجه به رفتاری که نشان می‌دهند، در کلاسهای رفتاری مجزا قرار می‌گیرند.

همانطور که از تعریف ۳ بر می‌آید، رفتار اتوماتای سلولی فازی نیز مشابه سایر اتوماتاهای سلولی از تعداد زیادی از اجزا ساده با تعاملات محلی تشکیل شده‌است. این اجزا ساده که سلول نامدارند، در یک شبکه سلولی در کنار یکدیگر چیده شده‌اند. مجموعه حالت این سلولها مجموعه‌ای متناهی از متغیرهای زبانی است. به هر یک از این متغیرهای زبانی مقداری از بازه $[0\ 1]$ بر اساس تعریفشان تعلق می‌گیرد. مقدار این سلولها به صورت همزمان و در گامهای زمانی گسسته بر طبق قوانین انتقال محلی فازی مشخصی تکامل می‌یابد. مقدار گام بعدی هر سلول نیز مقداری در بازه $[0\ 1]$ است. اما برای استفاده از آن باید یک غیرفازی‌سازی صورت گیرد تا مقدار متغیر زبانی حالت بعدی سلول مشخص‌شود. لازم به ذکر است که تعریف متغیرهای زبانی، تابع انتقال محلی فازی و غیر فازی سازی مورد استفاده کاملاً وابسته به کاربرد و نیز دانش ما از مساله دارد. از این رو این تعاریف حتی در یک مساله نیز می‌تواند از فردی به فرد دیگر متفاوت باشد. مشابه سایر اتوماتاهای سلولی، در رفتار اتوماتای سلولی فازی نیز مقدار هر سلول در گام بعدی به مقادیر سلولهای همسایه آن سلول در گام فعلی بستگی دارد. شعاع همسایگی ثابت و از قبل تعیین شده است.

این ساختار علیرغم سادگی‌اش، رفتاری پیچیده از خود نشان می‌دهد. مشاهده نمونه‌های رفتار تعداد زیادی از اتوماتاهای سلولی فازی نشان داد که این اتوماتاها را از نظر رفتاری می‌توان در ۵ کلاس قرار داد. قبل از اینکه به این کلاسها اشاره شود چند نماد تعریف می‌گردد.

فرض می‌کنیم $a_i^{(t)}$ مقدار سلول i در گام زمانی t باشد. حالت هر سلول یک متغیر زبانی است که مقداری در بازه $[0,1]$ می‌باشد. در اتوماتای سلولی یک بعدی مقادیر سلولها در هر گام زمانی طبق رابطه زیر بروز می‌شود:

$$a_i^{(k)} = f\left[a_{i-r}^{(k-1)}, a_{i-r+1}^{(k-1)}, \ldots, a_i^{(k-1)}, \ldots, a_{i+r-1}^{(k-1)}, a_{i+r}^{(k-1)}\right] \quad (۳)$$

که پارامتر r در معادله فوق شعاع همسایگی را مشخص می‌کند. برای بررسی رفتار اتوماتاهای سلولیفازی ، رفتار آنها را با شروع از یک پیکربندی اولیه تصادفی مورد بررسی قرار می‌دهیم. چون در اینجا متغیرهای زبانی سلولها به طور خاص بررسی نمی‌شوند، لذا مقادیر عضویتی که به عنوان حالت سلول در نظر می‌گیریم، مقداری تصادفی در بازه $[0\ 1]$ است. تابع انتقال محلی اتوماتا تابعی فازی است که از جایگزینی اتصال‌کننده‌های فازی در قوانین ولفرام حاصل شده است. مشابه آنچه در بخش ۳. ۱ آمده است، عملگرهای جمع، ضرب و متمم در قوانین ولفرام به ترتیب با عملگرهای اجتماع، اشتراک و متمم فازی جایگزین شده‌اند. انتخابهای مختلفی برای عملگرهای فازی وجود دارد. در این مقاله از عملگرهای زیر استفاده شده است:

$$\mu_{A\cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$
$$\mu_{A\cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$
$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

برای نمایش رفتار اتوماتاهای سلولی فازی از نمودارهای فضا-زمان استفاده کرده‌ایم. در هر مرحله برای نمایش رفتار اتوماتا یک غیر فازی‌سازی صورت گرفته‌است. برای غیر فازی‌سازی نگاشتی یکنواخت از بازه [0,1] به بازه [0,255] انجام می-شود و سپس برش λ (cut λ) را روی این مقدار انجام میدهیم. برای نمایش پیکربندی اتوماتا، از سطح خاکستری برای نمایش مقدار حالت سلولها استفاده می‌کنیم. در کاربردهای واقعی در هر گام فازی سازی روی مقدار سلول صورت می‌گیرد تا متغیر زبانی سلول در هر گام مشخص شود. پس از آن با اعمال تابع انتقال محلی متغیر زبانی سلول در گام بعدی مشخص می‌شود، که مجدداً برای نمایش نتیجه باید یک غیر فازی‌سازی صورت گیرد.

اتوماتاهای سلولی فازی، مشابه اتوماتاهای سلولی کلاسیک، سیستمهایی گسسته و پویا با ساختاری ساده هستند. اما این سیستم‌ها با وجود سادگی ساختارشان، رفتاری پیچیده و در ضمن خودسازمانده از خود نشان می‌دهند. همان طور که قبلا اشاره‌شد، اتوماتاهای سلولی کلاسیک بر اساس رفتاری که از خود نشان می‌دهند، در چهار کلاس رفتاری مجزا قرار می‌گیرند. بررسی رفتار اتوماتای سلولی فازی نیز نشان می‌دهد این اتوماتاهای سلولی نیز با توجه به رفتاری که نشان می‌دهند، در کلاسهای رفتاری مجزا قرار می‌گیرند. پس از بررسی‌های انجام شده مشخص شد که اتوماتاهای سلولی فازی یک بعدی از نظر رفتاری به پنج کلاس تقسیم می‌شوند. اتوماتاهایی که در یک کلاس قرار دارند، رفتاری مشابه از خود نشان می‌دهند. این موضوع امکان پیشگویی رفتار اتوماتای سلولی فازی را از هر حالت اولیه می‌دهد. رفتار اتوماتاهایی که در کلاسهای ۱،۲،۳ و ۴ قرار دارند، تقریباً ساده و کسل‌کننده است اما در کلاس ۵ اتوماتاها رفتاری به مراتب پیچیده‌تر از سایر کلاسها از خود نشان میدهند. بررسی رفتار اتوماتاهای سلولی فازی نشان داده است که رفتار آنها از پیکربندی اولیه‌شان مستقل میباشد.

تکامل قوانین مختلف رفتار اتوماتای سلولی فازی با شروع از پیکربندی‌های اولیه متفاوت و با شعاع‌های مختلف (r=1 و r=2) نشان می‌دهد که الگوهای تولیدشده توسط هر قانون و با شعاع‌های مختلف، اگرچه در جزییات متفاوتند، اما از نظر کلی رفتاری مشابه دارند. در مطالعه رفتار اتوماتاها، روند تکاملی اتوماتای سلولی فازی را برای قوانین مختلف را در ۴۰ گام زمانی مورد بررسی قرار داده شد. برخلاف اتوماتای سلولی کلاسیک، اتوماتای سلولی فازی به دلیل فازی بودن حالت سلولهایش و همچنین وجود سلولهای مرزی، متناهی بودن شبکه بر رفتار آن تاثیری نمی‌گذارد. در ادامه کلاسهای مختلف رفتاری اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی یک بعدی ارایه میگردد.

کلاس ۱: اتوماتاهای سلولی که در این کلاس قرار می‌گیرند، پس از تعداد متناهی گام زمانی، با شروع از هر پیکربندی اولیه به سوی پیکربندی پیش می‌روند که در آن مقادیرکلیه سلولها در یک دوره تناوب_بسیار کوتاه تکرار می‌شود. می‌توان گفت، این کلاس از FCAها رفتاری مشابه CA های دسته ۱ کلاس ولفرام از خود نشان می‌دهند. قوانین موجود در این کلاس کلیه اطلاعات پیکربندی اولیه را تخریب می‌کنند. برخی از پیکربندی‌ها در این کلاس ممکن است، به سرعت به سوی این پیکربندی پیش نروند، بلکه ابتدا در یک سیکل غیر معمول افتاده و پس از تعداد گام متناهی به سوی این پیکربندی بروند. نکته جالب در برخی پیکربندی‌ها، رسیدن آنها به مقدار ثابت 0 یا 1 است. یعنی با وجود فازی بودن قوانین و داشتن مقادیر عضویت فازی سلولها (مقداری در بازه[0 1]) پس از تعداد متناهی گام زمانی مقادیرشان به سوی یک مقدار طبیعی همگرا می‌شود. قوانینی چون ۱۱، ۱۹ و ۴۹ در این کلاس قرار دارند. در شکل ۲ رفتار اتوماتا برای چند نمونه از قوانین این کلاس نشان داده شده‌است.

کلاس ۲: اعمال این دسته از قوانین سبب تکامل FCA به مجموعه‌ای از ساختارهای متناوب پایدار، می‌شود. این ساختارها رفتاری بسیار ساده دارند. به طور دقیق‌تر، در این کلاس پیکربندی اولیه بدون هیچ تغییری ساختارهایی مجزا تولید می‌کنند. این ساختارها با دوره عمر طولانی باقی می‌مانند. در واقع می‌توان گفت پیکربندی اولیه FCA بدون تغییر خاصی تا پایان حفظ می‌شود. در این کلاس شعاع تاثیر سلولها به یکدیگر مستقل از زمان و برابر شعاع همسایگی است. ساختارهای ساده

تولیدی در کلاس ۲ پایدار هستند. قوانینی چون ۸، ۱۲ و ۳۶ در این کلاس قرار دارند. رفتار اتوماتا برای برخی قوانین این کلاس در شکل ۳ نشان داده شده‌است.

کلاس ۳: تکامل FCA کلاس ۳ از هر پیکربندی اولیه به یک الگوی متناوب پایدار همگرا می‌شود. رفتار این کلاس از FCAها بسیار کسل کننده است. و در آن برخی سلولها در یک دوره با تناوب کوتاه ولی با زندگی طولانی قرار می‌گیرند. قوانین این کلاس مشابه یک فیلتر عمل کرده و در آن یکسری از سلولهای با مقدار خاص در یک دوره زندگی طولانی باقی مانده و سایر سلولها با ایجاد تغییر در مقدار اولیه‌شان، در این سیکل شرکت می‌کنند. شعاع تاثیر سلولها بر یکدیگر در این دسته نیز وابسته به زمان نیست. قوانین این دسته در شکل ۴ نشان داده شده‌اند. قوانینی چون ۵ و ۱ نیز در این کلاس قرار دارند.

کلاس ۴: در این کلاس، قوانین با تکامل از هر پیکربندی اولیه به یک الگوی متناوب پایدار همگرا می‌شوند، اما در اینجا سلولهای اتوماتا با گرفتن مقادیری متاثر از حالت اولیه‌شان، پس از تعداد متناهی گام زمانی به سوی مقادیری پیش می‌روند که در آن شاهد پیکربندی متناوب و با دوره زندگی طولانی هستیم. خواص این الگوها اغلب مشابه پیکربندی اولیه اتوماتا است. قوانینی چون ۴۲، ۱۰ و ۱۶ در این کلاس قرار دارند. در شکل ۵ رفتار اتوماتای سلولی فازی برای برخی از قوانین این کلاس با شروع از یک پیکربندی اولیه تصادفی نشان داده شده است.

کلاس ۵: در شکل ۶ چند نمونه از FCAهای متعلق به این دسته نشان داده شده‌اند. همانطور که در شکل نیز دیده می‌شود، در این کلاس بر خلاف اتوماتاهای دیگر کلاس‌ها، شاهد رفتاری پیچیده هستیم. در این کلاس، رفتار اتوماتاهای سلولی فازی از الگوی خاصی پیروی نمی‌کنند. بدلیل این پیچیدگی رفتاری، بدون شبیه‌سازی نمی‌توان رفتار این دسته را پیش‌بینی کرد. قوانین این کلاس، اتوماتای سلولی فازی را به سمت ساختارهای محلی پیچیده و گاه با زندگی طولانی می‌برد. در این کلاس، شعاع تاثیر سلولها بر یکدیگر متناسب با زمان بزرگ می‌شود. یعنی مقدار اولیه یک سلول مفروض، در گام زمانی t بر $1+2rt$ سلول مجاورش تاثیر گذار بوده‌است. قوانین ۱۴، ۲۴، ۲۶، ۳۱ و ۵۰ از جمله قوانین این کلاس هستند.

آنتروپی اتوماتای سلولی فازی یک بعدی: آنتروپی اتوماتای سلولی فازی را تعداد سلولهایی تعریف می‌کنیم که میزان تغییراتشان (Δx) از یک آستانه بیشتر باشد. یعنی

$$E = \sum_{i=1}^{N} x_i^t \qquad x_i^t = \begin{cases} 1 & if \ \ \Delta x > threshold \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (۴)$$

$$\Delta x = \left| x_i^{t-1} - x_i^t \right|$$

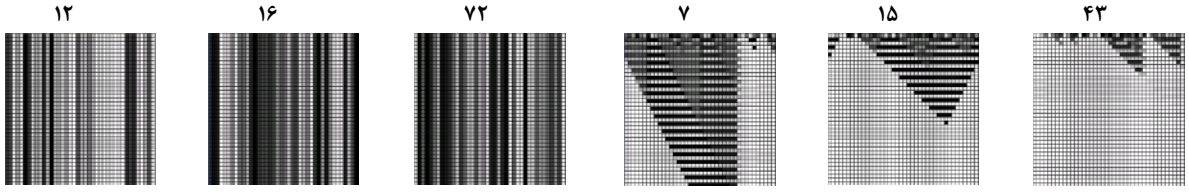
که N اندازه شبکه است. هر چه مقدار آنتروپی کوچکتر شود، سیستم پایدارتر می‌شود. در واقع کوچکتر شدن آنتروپی به این معنی است که در هر گام زمانی تعداد سلولهای کمتری تغییر پیدا می‌کنند. محاسبه آنتروپی برای قوانین مختلف در یک دوره طولانی نشان داد که اتوماتاهای سلولی فازی متعلق به یک کلاس تغییرات آنتروپی مشابهی دارند. برای اطلاعات بیشتر در باره تغییرات انتروپی برای قوانین مختلف برای اتوماتای سلولی یک بعدی و همچنین اتوماتای سلولی دو بعدی میتوان به [13] مراجعه نمود.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک تعریف جدید از اتوماتای سلولی فازی (FCA) که در آن، حالت سلولها و توابع انتقال محلی اتوماتا فازی هستند ارایه گردید. بررسی رفتار اتوماتای سلولی فازی پیشنهادی یک و دو بعدی نشان داد که این اتوماتاها را بر اساس رفتارشان در طول زمان می‌توان به پنج کلاس رفتاری تقسیم نمود. تحقیقات به منظور یافتن کاربردهایی برای این مدل در حال انجام است. کاربرد این مدل در تخصیص کانال در شبکه‌های سیار سلولی در حال مطالعه و بررسی می‌باشد و موفقیتهایی در این راستا نیز کسب گردیده است.

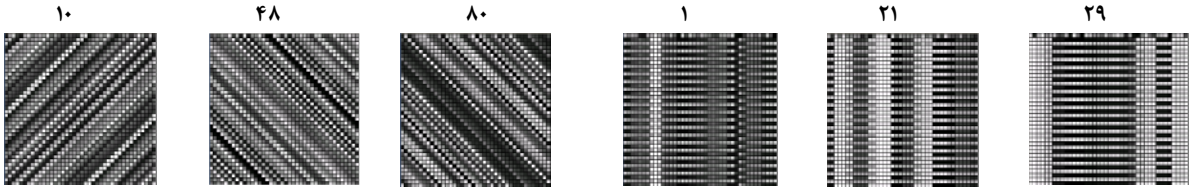
مراجع

[1] P. Flocchini, F. Geurts, and N. Santoro, "CA-like Error propagation in Fuzzy CA," Journal in Parallel Computing, No. 23, pp.1673-1682, ,1997.
[2] P. Sloot, Cellular Automata, http://carol.wins.uva.nl/~sloot/CSS/CApdf.pdf, 2000.
[3] A. Schatten, Cellular Automata: Digital Worlds, http://www.ifs.tuwien.ac.at/~aschatt/info/ca/ca.html, 1999.
[4] M. Mraz, I. Lapanja, N. Zimic, and J. Virant, "Fuzzy Numbers as Inputs to Fuzzy Automata," Proc. Of IEEE Int'l Conf. Fuzzy Information Processing, pp. 4530-456, 1999.
[5] T. J. Ross, Fuzzy Logic with Engineering Applications, Sigapore:McGraw-Hill, 1997.
[6] L.Wang, A Cource in Fuzzy Systems and Control, USA:Prentice Hall, 1997.
[7] G. Cattaneo, P. Floicchini, G.Mauri, C.Quaranta, and N.Santoro, "Cellular Automata in Fuzzy Background," Physica D, vol. 105, pp. 105-120, 1997.
[8] M. Mraz, I. Lapanja, N. Zimic, and I. Bajec, "Fuzzy Cellular Automata: From Theory to Applications," Proc. Of IEEE Int'l Conf. Tools with Artificial Intelligence, pp. 320-323, 2000.
[9] M.Mraz, N. Zimic, and J. Virant, "Predicting wind driven wild land fire shape using fuzzy logic in cellular automata," Proc. Of IEEE Int'l Conf. Intelligent systems technologies, pp. 408-412, 1996.
[10] O. Martin, A.Odluzko, and S. Wolfram, "Algedric properties of Cellular Automata," Commun. Math. Phys., vol. 93 , pp. 219-258, 1984.
[11] S. Wolfram, "Statistical mechanics of Cellular Automata," Rev.Mod. Phys., vol. 55 , pp. 601-644, 1983.
[12] S. Wolfram, "University and Complexity in Cellular Automata," Physica D, vol. 10 , pp. 1-35, 1984.
[13] T. Anvarinejad and M. R. Meybodi, " Fuzzy Cellular Automata", Technical report, Computer Engineering Department, Amirkabir University, 2004.



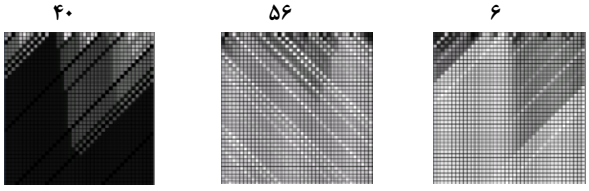
شکل ۲- رفتار اتوماتو برای برخی از قوانین کلاس ۱

شکل ۳- رفتار اتوماتا برای برخی از قوانین کلاس ۲



شکل ۴- رفتار اتوماتا برای برخی از قوانین کلاس ۳

شکل ۵- رفتار اتوماتا برای برخی از قوانین کلاس ۴



شکل ۶- رفتار اتوماتا برای برخی از قوانین کلاس ۵