بعبارت دیگر هر عدد این رشته مساویست به مجموع مضاعف همهٔ اعداد ماقبل باضافهٔ یک.

از اینجا نتیجه میشود که هرگاه بخواهیم حاصل‌جمع تمام اعداد رشتهٔ مورد نظر را از ۱ الی یک عددی پیدا کنیم، کافی است که به همین عدد آخری نصفش را اضافه کنیم (ولی قبلاً آنرا باید یک واحد کم نمود).

مثلاً حاصل‌جمع اعداد

١ + ٣ + ٩ + ٢٧ + ٨١ + ٢٤٣ + ٧٢٩

مساویست به ۷۲۹ باضافهٔ نصف ۷۲۸ یعنی ۷۲۹ + ۳٦٤ = ۱۰۹۳.

۳.

در حالت بررسی شده هر ساکن شهر فقط به سه تن دیگر خبر را اطلاع میداد. ولی هرگاه ساکنین شهر پر حرف‌تر بودند و خبری را که شنیده بودند نه به سه نفر بلکه به ٥ یا ١٠ نفر دیگر اطلاع میدادند در آنصورت واضح است که شایعه بمراتب زودتر پخش میشد.

بطور مثال اگر خبر به پنج نفر رسانیده میشد در آنصورت تمام شهر بدینترتیب اطلاع می‌یافت:

ساعت	.... ٨	١ =	نفر
,,	.... ٨ ١/٤	٦ = ٥ + ١	,,
,,	.... ٨ ١/٢	٣١ = (٥ × ٥) + ٦	,,
,,	.... ٨ ٣/٤	١٥٦ = (٢٥ × ٥) + ٣١	,,
,,	.... ٩	٧٨١ = (١٢٥ × ٥) + ١٥٦	,,
,,	.... ٩ ١/٤	٣٩٠٦ = (٦٢٥ × ٥) + ٧٨١	,,
,,	.... ٩ ١/٢	١٩٥٣١ = (٣١٢٥ × ٥) + ٣٩٠٦	,,

قبل از ساعت ٩ ٣/٤ صبح تمام ٥٠٠٠٠ نفر ساکنین شهر از خبر رسیده مطلع میشدند.

هرگاه هر شنونده، خبر رسیده را به ده نفر دیگر برساند شایعه باز هم زودتر پخش میگردد. در اینصورت ما چنین رشتهٔ عددی

جالب و سریعاً متزایدی را حاصل مینمائیم:

ساعت	۸		= ۱ نفر،
»	۸ ۱/۴	۱ + ۱۰	= ۱۱ »،
»	۸ ۱/۲	۱۱ + ۱۰۰	= ۱۱۱ »،
»	۸ ۳/۴	۱۱۱ + ۱۰۰۰	= ۱۱۱۱ »،
»	۹	۱۱۱۱ + ۱۰۰۰۰	= ۱۱۱۱۱ »،

واضحاً عدد بعدی این رشته عبارت است از ۱۱۱ ۱۱۱ و این امر نشان میدهد که در اولین دقایق پس از ساعت ۹ صبح همهٔ ساکنین شهر از خبر اطلاع مییابند. شایعه در ظرف تقریباً یکساعت پخش میگردد!

۶۱. بهمنی از دوچرخه‌های ارزان. در سالهای قبل از انقلاب در روسیه کارخانه‌دارانی وجود داشتند و در کشورهای خارجی شاید اکنون هم وجود دارند که جهت فروش مصنوعاتشان بویژه اگر دارای کیفیت متوسط باشد از شیوهٔ جالب استفاده میکنند. آنها کار را از چاپ آگهی‌هائی بدین شرح در روزنامه‌ها و مجلات پرفروش شروع میکردند:

> دوچرخه‌ای در مقابل ۱۰ روبل!
> هر کس میتواند با خرج تنها ۱۰ روبل صاحب دوچرخه گردد.
> از فرصت استفاده کنید. ۱۰ روبل بجای ۵۰ روبل.
> شرایط خرید برایگان ارسال میشود.

البته کسان بسیاری با مطالعهٔ چنین اعلانی تحریک میشدند و خواهش میکردند تا شرایط این خرید غیر عادی را برایشان ارسال نمایند. در جواب به این تقاضا آنها یک جزوهٔ مفصل دریافت مینمودند که از آن معلومات ذیل را میگرفتند.

عجالتاً در برابر ۱۰ روبل پرداختی بجای دوچرخه فقط چهار بلیط ارسال میشد تا آنها را مشتری به چهار تن از دوستان خود، بلیطی ۱۰ روبل، به فروش برساند و ۴۰ روبلی که بدینترتیب جمع‌آوری میشد باید به شرکت ارسال میگردید و تنها پس از این، دوچرخه

ارسال میشد. یعنی این دوچرخه حقیقتاً برای مشتری به قیمت ۱۰ روبل تمام می‌شد زیرا ۴۰ روبل ما بقی از جیب وی پرداخت نمی‌گردید. البته، علاوه بر پرداخت ۱۰ روبل مشتری درد سری پیدا میکرد تا بلیطها را به آشنایان بفروشد ولی این کار کوچک، بحساب نمیآمد.

این بلیطها چه بلیطهائی بودند؟ چه منافعی را خریدار آن در مقابل ۱۰ روبل حاصل مینمود؟ خریدار بلیط حق داشت این بلیط را با پنج بلیط شرکت عوض نماید یا بعبارت دیگر امکان می‌یافت ۵۰ روبل جهت خرید دوچرخه جمع‌آوری کند که در حقیقت برایش ۱۰ روبل یعنی بقیمت بلیط تمام میشد. دارندگان دیگر بلیط بنوبهٔ خود هر یکی پنج بلیط از شرکت حاصل مینمودند تا آنها را توزیع نمایند و الخ.

اول بنظر میرسد که در اینجا هیچ فریبی وجود ندارد. وعدهٔ آگهی تجارتی بحقیقت میپیوست یعنی دوچرخه واقعاً برای خریدار تنها ۱۰ روبل تمام میگردید و شرکت نیز زیانی را متحمل نمیشد زیرا برای جنس خود قیمت کامل آنرا حاصل مینمود.

معذلک تمام این بازی سر تا پا فریب است. این کلاه‌برداری که در روسیه بنام «بهمن» و در فرانسه بنام «گلولهٔ برفی» معروف بود برای آن عدهٔ زیادی که نمیتوانستند بلیطها را بفروش برسانند زیان‌آور بود. آنها فرق بین قیمت جنس (یعنی ۵۰ روبل) و قیمت بلیط (یعنی ۱۰ روبل) را به شرکت میپرداختند. دیر یا زود حتماً موقعی فرا میرسید که دارندگان بلیطها نمیتوانستند خریدار پیدا کنند. اگر شما بخود زحمتی بدهید و با مداد در دست، جریان افزایش سریع عدهٔ کسانی را که در بهمن گیر میافتادند پیگیری کنید پی میبرید که قضیه حتماً میبایستی بهمین جا ختم شود.

گروه اول خریداران که بلیطها را مستقیماً از شرکت گرفته‌اند معمولاً بدون زحمت میتوانند خریدار پیدا نمایند. هر عضو این گروه برای چهار مشتری جدید بایط فراهم می‌آورد.

این چهار نفر باید بلیطهایشانرا به ۴×۵ یعنی ۲۰ نفر دیگر بفروش برسانند و برای رسیدن بهلف، آنها را به مفید بودن این خرید متقاعد سازند. فرض کنیم که این عمل بحقیقت پیوسته و ۲۰ خریدار جلب گردیده باشند.

بهمن براه خود ادامه میدهد: ۲۰ دارندهٔ جدید بلیط باید ۲۰×۵=۱۰۰ خریدار دیگر پیدا نمایند.

تا حال هر یک از «پیش‌کسوت‌های» بهمن

۱+۴+۲۰+۱۰۰=۱۲۵

نفر را جلب نموده است که از آن جمله ۲۵ نفر دارای دوچرخه بوده و ۱۰۰ نفر دیگر آرزوی دریافت آنرا در مقابل پرداخت ده روبل دارند.

اکنون بهمن از حدود محفل آشنایان خارج شده و در شهر پخش میشود. اما جلب اشخاص تازه برای آن مشکلتر میگردد. این ۱۰۰ نفر دارندهٔ بلیط باید بلیط‌ها را به ۵۰۰ نفر دیگر بفروش رسانده و ۵۰۰ نفر مذکور ناچارند ۲۵۰۰ خریدار تازه را جلب نمایند. شهر بزودی از بلیط‌ها پر میشود و گیر آوردن مشتریان جدید به اشکال بر میخورد.

شما میبینید که عدهٔ اشخاصیکه گرفتار بهمن میشوند بر حسب همان ضابطه ازدیاد مییابد که هنگام صحبت پیرامون پخش شایعات ما با آن روبرو شدیم. در زیر، هرم عددی‌ایکه در این مورد حاصل میگردد از نظرتان میگذرد:

۱
۴
۲۰
۱۰۰
۵۰۰
۲۵۰۰
۱۲۵۰۰
۶۲۵۰۰

هرگاه شهر بزرگ باشد و تعداد ساکنین آن که قابلیت دوچرخه‌سواری را دارا میباشند به ۶۲ ۱/۲ هزار نفر برسد آنگاه در لحظهٔ مورد بررسی یعنی در «دور» هشتم، بهمن باید متوقف گردد زیرا همه گرفتار آن شده‌اند. ولی فقط یک پنجم اهالی دارای دوچرخه هستند در صورتیکه ۴/۵ مابقی بلیط‌هائیرا در دست دارند که واجد خریدار نیست.

برای شهرهائیکه دارای تعداد نفوس زیاد هستند، حتی برای پایتخت‌های معاصر که نفوس آنها به میلیونها نفر میرسد، لحظهٔ اشباع فقط پس از چند دور دیگر فرا میرسد زیرا اعداد وارد در آن فوق‌العاده سریع افزایش می‌یابد. اینک طبقات بعدی هرم عددی ما از نظرتان میگذرد:

۳۱۲ ۰۰۰
۱ ۵۶۲ ۰۰۰
۷ ۸۱۲ ۰۰۰
۳۹ ۰۶۲ ۰۰۰

بطوریکه مشاهده میکنید در دور دوازدهم بهمن میتواند تمام نفوس یک مملکت را در بر گیرد و ۴/۵ این عده فریب سازماندهندگان بهمن را میخورند.

اکنون نتیجه‌گیری مینمائیم که شرکت از براه انداختن بهمن چه سودی را بدست می‌آورد. شرکت، ۴/۵ اهالی را مجبور میسازد پول اجناسی را که ۱/۵ مابقی اهالی دریافت نموده‌اند بپردازند یا بعبارت دیگر چهار نفر را مجبور میسازد که مخارج شخص پنجمی را تامین کنند. ضمناً شرکت مجاناً عدهٔ کثیر توزیع‌کنندهٔ کوشا را برای مصنوعاتش جلب مینماید. یکی از نویسندگان روس (ای. ای. یاسینسکی) این کلاه‌برداری را کاملا به حق بمثابهٔ «بهمن کلاه‌برداری‌های متقابل» ارزیابی نموده است. غول عددی که پشت این کلاه‌برداری بطور نامرئی قرار دارد کسانیرا که نمیتوانند از طریق حساب منافع شخصی خود را از سوء قصد اشخاص متقلب حفظ کنند مجازات مینماید.

۶۲. پاداش. اینک توجه شما را به داستانی جلب میکنیم که بنا به روایتی* چندین قرن پیش در رم قدیم بوقوع پیوسته است.

---

* این داستان، اقتباسی تقریبی از دست‌نویس لاتینی قدیمی است که متعلق به یکی از کتابداران انگلیس میباشد.

۱۰.

سپهسالار ترنسیوس بدستور امپراطور لشکرکشی پیروزمندانه‌ای را انجام داده و با غنایم به رم باز گشت. پس از رسیدن به پایتخت، وی از پیشگاه امپراطور بار خواست.

امپراطور مشفقانه ویرا پذیرفته و مراتب سپاسگذاری صمیمانه‌اش را بخاطر خدمات نظامی او به امپراطوری به او تقدیم نمود، سپس وعده داد که او را به مقام بلند عضویت در مجلس سنا برساند.

ولی ترنسیوس به اینکار ضرورت نداشت. او مخالفت نمود:

— من پیروزیهای زیادی را بدست آورده‌ام تا توانائی ترا، اعلیحضرتا، بالا برم و نام ترا پرافتخار سازم. من از مرگ نترسیده‌ام و اگر من بجای یک جان چندین جان داشتم همه‌اش را فدای تو میکردم. ولی من از جنگ خسته شده‌ام. دورهٔ جوانی گذشته است و خون در شرائین من بکندی جریان دارد. حال زمانی فرا رسیده است که در خانهٔ نیاکان خود استراحت کنم و از سرور زندگی خانگی لذت ببرم.

امپراطور پرسید:

— از من چه خواهشی داری ترنسیوس؟

— اعلیحضرتا! با گذشت به سخنان من گوش بده! طی سالهای طولانی زندگی نظامی‌ام که همه‌روزه شمشیر را با خون رنگین میکردم، من وقت نکرده‌ام برای خود پولی پس‌انداز نمایم. من فقیر هستم، اعلیحضرتا...

— ادامه بده، ترنسیوس شجاع.

سپهسالار با جرأت بیشتر ادامه داد:

— هرگاه بخواهی، به نوکر کوچکت پاداشی بدهی بگذار سخاوت تو بمن کمک کند تا بقیهٔ سالهای عمرم را به آرامی و بی‌نیاز از پول در کانون خانه بگذرانم. من در طلب افتخار و مقام بلند در مجلس سنا که مظهر قدرت است نیستم. من آرزو دارم از قدرت و زندگی اجتماعی کناره‌گیری نمایم تا به آرامی استراحت کنم. اعلیحضرتا، جهت تأمین بقیهٔ عمرم بمن پول بده!

چنین روایت میشود که امپراطور چندان سخاوت نداشت. او

دوست داشت پولها را برای خود پس‌انداز نماید و برای دیگران کم خرج میکرد. خواهش سپه‌سالار وی را بفکر انداخت.

امپراطور سؤال کرد:

— ترنسیوس، چه مبلغی را برای خود کافی میدانی؟

— یک میلیون دینار، اعلیحضرتا!

امپراطور باز هم بفکر رفت و سپه‌سالار سر را پائین انداخته و منتظر بود.

بالاخره امپراطور گفت:

— ترنسیوس دلیر! تو جنگ‌آور بزرگی هستی و قهرمانی‌های پرافتخارت ترا لایق پاداش خوبی ساخته است. من بتو ثروتی میدهم. فردا مقارن ظهر تصمیم مرا در اینجا میشنوی.

ترنسیوس تعظیم نمود و خارج شد.

۲.

فردای آن روز سپه‌سالار در ساعت مقرر به قصر امپراطور آمد.

امپراطور گفت:

— سلام بر تو، ترنسیوس شجاع!

ترنسیوس سر تعظیم فرو آورد.

— اعلیحضرتا، من آمدم تا تصمیم ترا بشنوم. تو لطف کرده و وعده دادی بمن پاداشی بدهی.

امپراطور جواب داد:

— نمیخواهم که جنگجوی آزاده‌ای همچو تو در برابر قهرمانی‌هایش پاداش ناچیزی بگیرد. به سخنان من گوش بده، در خزانهٔ من پنج میلیون براس* مسی وجود دارد. اکنون در حرفهایم دقت کن. تو به خزانهٔ من داخل میشوی و یک سکه را برداشته بدینجا بر می‌گردی و جلو پای من میگذاری. در روز بعدی دوباره بخزانه رفته سکهٔ معادل ۲ براس را بر میداری و در اینجا پهلوی سکهٔ اولی میگذاری. روز سوم سکه‌ای را میاوری که ارزش ۴ براس را دارد و روز چهارم سکهٔ معادل ۸ براس، و روز پنجم ۱۶ براس و الی آخر بطوریکه هر دفعه

* سکه‌ای است معادل یک پنجم دینار.

ارزش سکه دو برابر دفعه قبل باشد. من دستور میدهم که برای تو همه‌روزه سکه های مربوطه را مسکوک سازند و تا زمانیکه قدرت برداشتن سکه‌ها را داشته باشی میتوانی همه‌روزه از خزانهٔ من پول بگیری. ولی هیچکس حق ندارد در این امر بتو کمک کند. تو باید فقط از نیروی خود استفاده کنی. و زمانیکه دانستی که دیگر توان برداشتن سکه را نداری توقف کن، همانجا قرارداد ما ختم میشود و تمام سکه‌هائیرا که تو از خزانه خارج کرده‌ای به تو تعلق میگیرد و پاداش تو میشود.

ترنسیوس هر کلمه‌ایرا که امپراطور ادا میکرد دقیقاً به حافظه میسپرد.

او تعداد فوق‌العاده کثیر سکه‌ها یکی بزرگتر از دیگری را که از خزانهٔ دولت بیرون میاورد، در نظرش مجسم میکرد.

سپه‌سالار با تبسم سرورآمیز جواب داد:

— اعلیحضرتا، من از مهربانی تو راضی هستم. پاداش تو واقعاً مظهر سخاوت است!

.۳

مراجعهٔ همه‌روزهٔ ترنسیوس به خزانهٔ دولت شروع شد. خزانه در نزدیکی تالار پذیرائی امپراطور واقع بود و حمل سکه‌های اول هیچ اشکالی برای ترنسیوس ایجاد نمیکرد.

در روز اول او تنها یک براس از خزانه بیرون آورد. این سکه دارای قطر ۲۱ میلی‌متر و وزن ۵ گرم بود.

رفت و آمدهای دوم، سوم، چهارم، پنجم و ششم وقتیکه سپه سالار سکه‌های دارای وزن ۲ برابر، ۴ برابر، ۸ برابر، ۱۶ برابر و ۳۲ برابر سکهٔ اولی را خارج نمود، نیز آسان بود.

سکهٔ هفتم بمقیاس معاصر ۳۲۰ گرم وزن داشت و قطر آن $8\frac{1}{2}$ سانتی‌متر (یا دقیقتر، ۸۴ میلی‌متر) بود*.

---

* هرگاه حجم سکه‌ای ۶۴ بار بیشتر از حجم سکهٔ معمولی باشد آنگاه قطر و ضخامت آن ۴ بار از سکهٔ معمولی بیشتر است زیرا ۶۴ = ۴ × ۴ × ۴. این موضوع را باید در ادامهٔ حکایت نیز هنگام محاسبهٔ اندازه‌های سکه‌ها مد نظر گرفت.

روز هشتم ترنسیوس ناچار شد سکه‌ای معادل ۱۲۸ سکه یک‌براسی را از خزانه بیرون آورد. وزن آن ۶۴۰ گرم، و قطر آن در حدود ۱۰ ۱/۲ سانتی‌متر بود.

روز نهم ترنسیوس سکه‌ای معادل ۲۵۶ سکهٔ یک‌براسی را به تالار امپراطور آورد. قطر این سکه ۱۳ سانتی‌متر، و وزن آن بیش از ۱ ۱/۴ کیلوگرم بود.

روز دوازدهم قطر سکه به ۲۷ سانتی‌متر، و وزن آن به ۱۰ ۱/۴ کیلوگرم رسید.

امپراطور که تا آن هنگام به سپه‌سالار با مهربانی مینگریست اکنون سرور خود را پنهان نمیکرد. وی میدید که ۱۲ رفت و آمد صورت گرفته است و از خزانه تنها کمی بیشتر از ۲۰۰۰ سکهٔ مسی خارج شده است.

روز سیزدهم ترنسیوس شجاع با سکه‌ای روبرو شد که معادل ۴۰۹۶ سکه یک‌براسی بود. قطر آن ۳۴ سانتی‌متر، و وزن آن ۲۰ ۱/۲ کیلوگرم بود.

روز چهاردهم ترنسیوس سکه‌ای بوزن ۴۱ کیلوگرم و بقطر ۴۲ سانتی‌متر را از خزانه بیرون آورد.

امپراطور که بسختی تبسمش را خفه میکرد از او پرسید:

— ترنسیوس شجاع من، آیا خسته نشده‌ای؟

سپه‌سالار در حالیکه عرق جبین را پاک میکرد با ترش‌روئی جواب داد:

— نه خیر، اعلیحضرتا.

روز پانزدهم فرا رسید. این مرتبه بار ترنسیوس گران بود. در حالیکه او سکهٔ بزرگ معادل ۱۶ ۳۸۴ سکهٔ یک‌براسی را حمل میکرد آهسته آهسته بسوی امپراطور راه میرفت. این سکه ۵۳ سانتی‌متر قطر و ۸۰ کیلوگرم وزن داشت یعنی وزن یک سرباز تنومند.

روز شانزدهم سپه‌سالار در زیر بار گرانی که بر پشت نهاده بود تلو میخورد. این سکه معادل ۳۲ ۷۶۸ سکه یک‌براسی و دارای وزن ۱۶۴ کیلوگرم و قطر ۶۷ سانتی‌متر بود.

شکل ۲۰۵. سکهٔ هفدهم.

سپه‌سالار از رمق افتاده بود و نفس نفس میکشید. امپراطور هم تبسم میکرد...

وقتیکه ترنسیوس در روز آینده به تالار پذیرائی امپراطور آمد با خندهٔ بلند امپراطور مواجه گردید. ترنسیوس دیگر نمیتوانست بار خود را در دست ببرد بلکه آنرا در پیشاپیش خود میغلتانید. قطر سکه ۸٤ سانتی‌متر، و وزن آن ۳۲۸ کیلوگرم بود. این سکه معادل ۶۵۵۳۶ سکهٔ یک‌براسی بود.

روز هجدهم آخرین روز ثروت‌اندوزی ترنسیوس بود. در این روز، مراجعات او به خزانه و حمل بار به تالار پذیرائی امپراطور خاتمه یافت. اینبار او سکه‌ای را بیرون آورد که معادل ۱۳۱۰۷۲ سکهٔ یک‌براسی و دارای قطر بیشتر از یک متر و وزن ۶۵۵ کیلوگرم بود. ترنسیوس با استفاده از نیزهٔ خود بعنوان اهرم و با بکار بردن حد اکثر نیرو این سکه را داخل تالار غلتانید. سکهٔ غول‌آسا با صدای بلند جلو پاهای امپراطور افتاد.

ترنسیوس در حالیکه دیگر رمقی نداشت با صدای خفیفی گفت:

— دیگر نمیتوانم... بس است.

امپراطور با مشاهدهٔ موفقیت حیله‌اش به اشکال از خندهٔ رضایت

آمیز خودداری کرد. او به خزانه‌دار امر نمود تا محاسبه نماید ترنسیوس مجموعاً چند براس به تالار پذیرائی آورده بود.

خزانه‌دار امر را اجراء نموده و گفت:

— اعلیحضرتا، در پرتو سخاوت تو جنگجوی پیروزمند ترنسیوس پاداشی معادل ۲۶۲ ۱۴۳ براس را حاصل نمود.

بدینترتیب امپراطور خسیس تقریباً یک بیستم مبلغ یک میلیون دینار را که ترنسیوس خواهش نموده بود به وی داد.

اکنون محاسبهٔ خزانه دار و ضمناً وزن سکه‌ها را وارسی میکنیم. ترنسیوس سکه‌ها را به ترتیب ذیل بیرون آورد:

روز	اول	۱	براس	بوزن			۵	گرم
”	دوم	۲	”	”			۱۰	”
”	سوم	۴	”	”			۲۰	”
”	چهارم	۸	”	”			۴۰	”
”	پنجم	۱۶	”	”			۸۰	”
”	ششم	۳۲	”	”			۱۶۰	”
”	هفتم	۶۴	”	”			۳۲۰	”
”	هشتم	۱۲۸	”	”			۶۴۰	”
”	نهم	۲۵۶	”	”	۱	کیلوگرم و	۲۸۰	”
”	دهم	۵۱۲	”	”	۲	”	۵۶۰	”
”	یازدهم	۱۰۲۴	”	”	۵	”	۱۲۰	”
”	دوازدهم	۲۰۴۸	”	”	۱۰	”	۲۴۰	”
”	سیزدهم	۴۰۹۶	”	”	۲۰	”	۴۸۰	”
”	چهاردهم	۸۱۹۲	”	”	۴۰	”	۹۶۰	”
”	پانزدهم	۱۶۳۸۴	”	”	۸۱	”	۹۲۰	”
”	شانزدهم	۳۲۷۶۸	”	”	۱۶۳	”	۸۴۰	”
”	هفدهم	۶۵۵۳۶	”	”	۳۲۷	”	۶۸۰	”
”	هجدهم	۱۳۱۰۷۲	”	”	۶۵۵	”	۳۶۰	”

ما میدانیم که حاصل‌جمع اعداد چنین رشته‌هائی را بسادگی میتوان محاسبه نمود: برای ستون دوم این حاصل‌جمع طبق قاعده‌ایکه در صفحهٔ ۹۷ ذکر شد مساویست به ۲۶۲ ۱۴۳. ترنسیوس از

امپراطور یک میلیون دینار یا ۵۰۰۰۰۰۰ براس خواسته بود. پس او

$$۱۹ \approx ۲۶۲۱۴۳ : ۵۰۰۰۰۰۰$$

بار کمتر حاصل نمود.

۶۳. افسانهٔ صفحهٔ شطرنج. شطرنج قدیمترین بازیها میباشد. تاریخچهٔ این بازی چندین قرن دارد و تعجب‌آور نیست که روایات مختلف در بارهٔ آن وجود دارد ولی حقیقت این روایات را بخاطر قدامت زیاد نمیتوان تحقیق نمود.

یکی از چنین افسانه‌هائی را میخواهم نقل کنم. برای درک مفهوم آن ضرور نیست که حتماً بازی شطرنج را بلد باشید. تنها دانستن این کافیست که این بازی روی تخته‌ای صورت میگیرد که دارای ۶۴ خانهٔ سیاه و سفید متناوب میباشد.

۰۱

بازی شطرنج در هند عرض وجود نمود و زمانیکه پادشاه هند شرام با این بازی آشنا شد از جوانب عقلی و تنوع حالات ممکنهٔ آن به وجد آمد.

وقتی پادشاه دانست که این بازی را یکی از اتباع او اختراع کرده است فرمان داد مخترع را نزد وی احضار نمایند تا شخصاً برای این اختراع جالب باو پاداشی بدهد.

مخترع که اسم او ستا بود در دربار فرمان‌فرما حاضر شد. این شخص عالمی بود که لباس ساده بتن داشت و روزی خود را از شاگردانش حاصل مینمود.

پادشاه گفت:

— ستا، من آرزو دارم بتو برای بازی زیبائی که اختراع نموده‌ای پاداش خوبی بدهم.

شخص خردمند تعظیم نمود.

پادشاه ادامه داد:

— من بقدر کافی ثروتمند هستم تا بزرگترین خواهش ترا برآورده سازم. پاداش مورد پسندت را بگو و آنرا حاصل میکنی.

7-0625

شکل ۵۳. «بابت خانهٔ دوم امر کن دو دانه داده شود».

ستا ساکت بود.

پادشاه به وی جرئت داده گفت:

— نترس! خواهشت را بگو. من از هیچ چیز دریغ نمیکنم تا آنرا برآورده سازم.

— مهربانی تو زیاد است، اعلیحضرتا. اما به من تا فردا مهلت بده فکر کنم. فردا وقتیکه خوب فکر کردم خواهش خود را بتو اعلام میدارم.

وقتی روز دیگر ستا به دربار آمد با خواهش ساده و ناچیزش پادشاه را متحیر ساخت.

ستا گفت:

— اعلیحضرتا، فرمان بده تا در بابت خانهٔ اول تختهٔ شطرنج یک دانهٔ گندم بمن بدهند.

پادشاه متعجب شده پرسید:

— یک دانهٔ سادهٔ گندم؟

— بلی، اعلیحضرت. بابت خانهٔ دوم بفرما بمن ۲ دانه گندم بدهند، بابت خانهٔ سوم ٤ دانه، بابت خانهٔ چهارم ۸ دانه، بابت خانهٔ پنجم ۱٦ دانه، بابت خانه ششم ۳۲ دانه...

پادشاه بلحن قهرآمیز حرف او را قطع نموده گفت: بس است! تو در بابت هر ٦٤ خانهٔ صفحهٔ شطرنج مطابق با خواهشت گندم میگیری یعنی بابت هر خانه، دو برابر بیشتر از خانهٔ قبلی گندم میگیری. اما بدان که خواهش تو شایستهٔ سخاوت من نیست. با چنین خواهش ناچیزی تو مهربانی مرا گستاخانه نادیده میگیری. تو که معلم هستی میبایستی درس بهتری در بارهٔ احترام به نیکی پادشاهت بدهی. برو. نوکران من کیسه گندمی برای تو میآورند. ستا تبسم کنان تالار را ترک گفته و دم دروازهٔ قصر بانتظار ایستاد.

۲.

سر سفرهٔ نهار پادشاه مخترع شطرنج را بخاطر آورده و کسی را فرستاد تا بپرسد که آیا ستا پاداش ناچیز خود را با خود برده است یا نه؟

در جواب شنید:

— اعلیحضرتا، امر تو در دست اجراء است. ریاضی‌دانهای دربار تعداد دانه‌های گندم را دارند محاسبه میکنند.

پادشاه ابرویش را در هم کشید. او عادت نداشت که امر او به این آهستگی اجراء گردد.

شب، قبل از اینکه بخوابد پادشاه یک بار دیگر جویا شد که ستا چه وقت با کیسهٔ گندمش محوطهٔ قصر را ترک گفته است.

به او جواب دادند:

— اعلیحضرتا، ریاضی‌دانان تو بطور خستگی‌ناپذیر کار میکنند و امیدوارند تا فردا صبح محاسبه را بپایان برسانند.

پادشاه با خشم فریاد زد:

— چرا این کار را به تأخیر میاندازند؟ فردا قبل از اینکه من بیدار شوم باید تمام دانه‌های گندم به ستا داده شده باشد. من دو مرتبه امر نمیکنم.

فردا صبح به پادشاه خبر دادند که سرکردهٔ ریاضی‌دانان دربار میخواهد باو گزارش مهمی بدهد.

پادشاه دستور داد به وی اجازهٔ ورود بدهند. شرام اعلام کرد:

— قبل از اینکه کار خود را بگوئی میخواهم بشنوم که آیا بالاخره آن پاداش ناچیزی‌را که ستا برای خود تعیین نموده بود به او داده شده یا خیر؟

ریاضی‌دان پیر جواب داد:

— من بخاطر همین کار در این ساعت زود جرأت کردم در پیشگاهت حاضر شوم. ما با دقت و صداقت تعداد کل دانه‌های گندم را که ستا میخواهد محاسبه نمودیم. این تعداد بقدری زیاد است که...

پادشاه با تکبر حرفش را قطع نموده گفت: هر قدر که این تعداد زیاد باشد باید بر حسب وعده داده شود، با این کار انبارهای من خالی نمیشود.

— اعلیحضرتا، بر آوردن چنین خواهش‌هائی از قدرت تو بیرون است. در تمام انبارهای تو آنقدر گندم که ستا خواسته است وجود ندارد. این تعداد دانه‌های گندم در تمام انبارهای مملکت و در تمام سطح زمین پیدا نمیشود. و هرگاه آرزو داشته باشی حتماً پاداش موعود را بدهی آنگاه امر کن که تمام ممالک جهان را به مزارع تبدیل نمایند، دستور بده که تمام بحار و اقیانوسها را خشک کنند، فرمان بفرما که برف‌ها و یخچالهائی را که صحراهای شمالی دوردست را پوشانیده‌اند آب نمایند. بگذار تمام سطح این مناطق گندم‌زار گردد و امر کن که تمام گندم حاصله به ستا داده شود. آنوقت او پاداش خود را دریافت میکند.

پادشاه با تعجب و دقت به سخنان ریاضی‌دان گوش میداد و بالاخره با حالت تفکرآمیز گفت:

— پس این عدد سرسام‌آور را بگو.

— هجده کوینتیلیون و چهار صد و چهل و شش کوادریلیون و هفتصد و چهل و چهار تریلیون و هفتاد و سه بیلیون و هفتصد و نه میلیون و پانصد و پنجاه و یک هزار و شش صد و پانزده، اعلیحضرتا.

۰۳

روایت چنین است اما اینکه حقیقت دارد یا نه معلوم نیست ولی پاداشی که در روایت ذکر گردیده است باید با همان عدد

بیان میگردید و شما خودتان میتوانید از این امر یقین حاصل کنید اگر حوصلهٔ محاسبهٔ طولانی را داشته باشید.

باید با شروع از یک، اعداد ۱، ۲، ٤، ۸ و غیره را با هم جمع نمود. نتیجهٔ تضاعف شصت و سوم نشان میدهد که بابت خانهٔ ٦٤ـم صفحهٔ شطرنج چند دانهٔ گندم نصیب مخترع میگردید. با پیروی از طریقهٔ ذکر شده در صفحهٔ ۹۷ ما بدون اشکال جمع کل دانه‌های گندم مورد مطالبه را پیدا مینمائیم. برای این منظور عدد آخری را دو برابر ساخته و یک را از آن تفریق میکنیم. پس محاسبه تنها در ضرب ٦٤ رقم ۲ خلاصه میگردد:

۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ۲ × ... (٦٤ مرتبه)

جهت ساده ساختن محاسبه، این ٦٤ سازه را به شش گروهی که هر یک مشتمل بر ۱۰ عدد ۲ است و یک گروه آخری متشکل از ٤ عدد ۲ تجزیه میکنیم. بطوریکه میتوان به آسانی امتحان کرد حاصل‌ضرب ۱۰ عدد ۲ مساوی به ۱۰۲٤، و حاصل‌ضرب ٤ عدد ۲ مساوی به ۱٦ است. یعنی نتیجهٔ مطلوب مساویست به

۱۰۲٤ × ۱۰۲٤ × ۱۰۲٤ × ۱۰۲٤ × ۱۰۲٤ × ۱۰۲٤ × ۱٦

با ضرب ۱۰۲٤×۱۰۲٤ عدد ۱ ۰٤۸ ۵۷٦ را دریافت میکنیم. حالا باید حاصل‌ضرب ذیل را در یافت نمائیم:

۱ ۰٤۸ ۵۷٦ × ۱ ۰٤۸ ۵۷٦ × ۱ ۰٤۸ ۵۷٦ × ۱٦

و نتیجه را یک واحد کم کنیم. آنگاه تعداد مطلوب دانه‌های گندم را بدست می‌آوریم:

۱۸ ٤٤٦ ۷٤٤ ۰۷۳ ۷۰۹ ۵۵۱ ٦۱۵

هرگاه بخواهید بزرگی این غول عددی را در نظرتان مجسم کنید ابعاد انباری را تخمین بزنید که گنجایش این تعداد دانه‌های گندم‌را داشته باشد. از قرار معلوم یک متر مکعب گندم شامل ۱۵ میلیون دانه است. یعنی پاداش مخترع شطرنج باید حجمی قریب ۰۰۰ ۰۰۰ ۰۰۰ ۱۲ متر مکعب یا ۰۰۰ ۱۲ کیلومتر

مکعب را اشغال میکرد. هرگاه ارتفاع انبار ٤ متر و عرض آن ١٠ متر میبود آنگاه طول آن باید به ٣٠٠٠٠٠٠٠٠ کیلومتر یعنی دو برابر فاصله بین زمین و خورشید میرسید!..

پادشاه هند قادر به پرداخت چنین پاداشی نبود. ولی اگر او ریاضی بلد میبود میتوانست بآسانی از این قرض کمرشکن رهائی یابد. برای اینکار باید به ستا پیشنهاد میکرد که خودش تمام دانه‌های گندمی را که میبایستی حاصل نماید بشمارد.

حقیقتاً اگر ستا شب و روز با سرعت یک دانه در ثانیه بلاوقفه شمارش میکرد در آنصورت طی شبانه‌روز اول فقط ٨٦٤٠٠ دانه گندم را جدا مینمود. برای شمارش یک میلیون دانه حد اقل ١٠ شبانه‌روز لازم میشد. یک متر مکعب گندم را او تقریباً در ظرف نیم سال میشمرد و در نتیجه فقط ٥ چارک حاصل مینمود. هرگاه ده سال بلاوقفه شمارش میکرد بیش از ١٠٠ چارک برای خود جدا نمیکرد. شما مشاهده میکنید که حتی اگر تمام مدت باقیماندهٔ عمرش را وقف شمارش میکرد با آنهم فقط قسمت ناچیزی از پاداش مورد نظرش را میگرفت.

٦٤. تکثیر سریع. یک غوزهٔ پختهٔ خشخاش مملو از دانه‌های ریز است که از هر کدام آنها ممکن است یک گیاه جداگانه‌ای بروید. چند ساقه خشخاش میروید اگر تمام دانه‌های غوزه جوانه بزنند؟ برای دانستن این موضوع باید تعداد دانه‌های خشخاش را در غوزه بشماریم. اگرچه این کار خسته‌کننده است ولی نتیجه آنقدر جالب میباشد که میارزد حوصله را پیشه کرده و محاسبه را تا آخر برسانیم. معلوم میشود که یک غوزهٔ خشخاش حاوی ٣٠٠٠ دانه میباشد.

از اینجا چه نتیجه‌ای حاصل میشود؟ نتیجه اینست که اگر زمینیکه در دورادور غوزهٔ خشخاش واقع است مناسب و بقدر کافی میبود پس هر دانهٔ خشخاش که به زمین میافتاد جوانه میزد و تابستان آینده در آنجا ٣٠٠٠ خشخاش روئیده و بدین ترتیب از یک غوزه یک مزرعهٔ بزرگ خشخاش بوجود میآمد!

حال ببینیم بعد چه میشود. هر یک از ٣٠٠٠ گیاه حد اقل دارای

یک غوزه (و اکثراً چند غوزه) میباشد که شامل ۳۰۰۰ دانه است. دانه‌های هر غوزه جوانه زده و ۳۰۰۰ گیاه جدید میروید. بنا براین، در سال دوم ما حد اقل

۳۰۰۰×۳۰۰۰=۹۰۰۰۰۰۰

گیاه خواهیم داشت.

بآسانی میتوان محاسبه نمود که در سال سوم تعداد اخلاف یک ساقه خشخاش ما به

۹۰۰۰۰۰۰×۳۰۰۰=۲۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰

و در سال چهارم به

۲۷۰۰۰۰۰۰۰۰۰×۳۰۰۰=۸۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

میرسد. در سال پنجم خشخاش در روی کرهٔ زمین جا نمیگیرد زیرا تعداد گیاهان آن مساوی میشود به:

۸۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰×۳۰۰۰=۲۴۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

ولی مساحت تمام خشکی یعنی همهٔ قاره‌ها و جزایر زمین مساویست به ۱۳۵ میلیون کیلومتر مربع یا ۱۳۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ متر مربع یعنی تقریباً ۲۰۰۰ مرتبه کمتر از تعداد مذکور ساقه‌های خشخاش.

شما مشاهده میکنید که هرگاه تمام دانه‌های خشخاش جوانه میزدند آنگاه اخلاف یک گیاه طی پنجسال تمام سطح خشکی زمین را میپوشانیدند بطوریکه در هر متر مربع میبایستی دو هزار گیاه جا بگیرد. ببینید که چه غول عددی در یک دانهٔ کوچک خشخاش نهفته است!

هرگاه ما محاسبه مشابهی را بجای خشخاش در مورد یک نبات دیگریکه کمتر تخم ببار می‌آورد انجام دهیم همان نتیجه را حاصل مینمائیم منتهی اخلاف این نبات تمام کرهٔ زمین را نه در ظرف پنج سال بلکه در مدتی کمی بیشتر میپوشاند. بطور مثال گل قاصدی را مد نظر میگیریم که همه‌ساله در حدود صد تخم میدهد.*

* در یک ساقه گل قاصد حتی در حدود ۲۰۰ دانه تخم نیز حساب شده است.

هرگاه تمام این تخم‌ها جوانه میزدند آنگاه نتیجهٔ زیر را حاصل مینمودیم:

سال اول	۱	گیاه
« دوم	۱۰۰	«
« سوم	۱۰۰۰۰	«
« چهارم	۱۰۰۰۰۰۰	«
« پنجم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰	«
« ششم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	«
« هفتم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	«
« هشتم.	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	«
« نهم	۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	«

این عدد ۷۰ بار بیشتر از تعداد مترهای مربع تمام خشکی میباشد. بنا بر این در سال نهم قاره‌های کرهٔ زمین از گل قاصدی بمیزان متر مربعی یک ساقه پوشیده میشد.

پس چرا در واقع چنین تکثیر سریع سرسام‌آوری را مشاهده نمیکنیم؟ زیرا اکثر تخم‌ها قبل از اینکه جوانه بزنند هلاک میشوند: یا در خاک مناسب نمی‌افتند و اصلا جوانه نمیزنند یا شروع برشد کرده توسط دیگر نباتات خفه میشوند و یا بالاخره توسط حیوانات نابود میشوند. ولی اگر این قتل عام تخم‌ها و جوانه‌ها در میان نبود در آنصورت هر رستنی میتوانست در یک مدت کوتاه تمام سیارهٔ ما را بپوشاند.

این امر نه تنها در مورد نباتات بلکه در مورد حیوانات نیز صدق میکند. اگر مرگ در میان نبود در آنصورت اخلاف یک جفت حیوان از هر نوع که باشد دیر یا زود تمام زمین را اشغال میکردند. توده‌های ملخ که سطوح وسیعی را اشغال مینمایند در ما تصور از حالتی را بوجود میآورد که پیش می‌آمد هرگاه مرگ مانع از تکثیر موجودات زنده نمیشد. تنها طی بیست — سی سال قاره ها پوشیده از جنگل‌ها و علف‌زارهای صعب‌العبور میگردید و میلیون‌ها حیوانات در آنجا بخاطر دریافت جای زیست با یکدیگر مبارزه مینمودند. اقیانوس‌ها از ماهی آنقدر پر میشد که کشتی‌رانی نامممکن میگردید.

و هوا از کثرت پرندگان و حشرات تقریباً کدر میشد. حال من باب مثال، بررسی میکنیم که مگس خانگی معمولی با چه سرعتی تکثیر میشود. فرض کنیم هر مگس ۱۲۰ دانه تخم بگذارد و در ظرف یک تابستان ۷ نسل مگس بوجود بیایند و نصف تعدادشان ماده باشند. فرض کنیم اولین تخم‌گذاری ۱۵ آوریل شروع شده و مگس ماده طی ۲۰ روز به اندازه‌ای بزرگ شود که خود بتواند تخم بگذارد. در اینصورت جریان تکثیر از قرار زیر است:

بتاریخ ۱۵ آوریل مگس ماده ۱۲۰ تخم گذاشت و در آغاز ماه مه ۱۲۰ مگس بدنیا آمدند و ۶۰ مگس از این جمله ماده بودند.

بتاریخ ۵ ماه مه هر مگس ماده ۱۲۰ تخم گذاشته و در اواسط ماه مه ۷۲۰۰ = ۱۲۰ × ۶۰ مگس و منجمله ۳۶۰۰ مگس ماده بدنیا میآیند.

بتاریخ ۲۵ ماه مه هر یک از ۳۶۰۰ مگس ماده ۱۲۰ تخم میگذارد و در اوائل ژوئن ۴۳۲۰۰۰ = ۱۲۰ × ۳۶۰۰ مگس و منجمله ۲۱۶۰۰۰ مگس ماده بدنیا میآیند.

بتاریخ ۱۴ ژوئن هر یک از ۲۱۶۰۰۰ مگس ماده ۱۲۰ تخم میگذارد و در اواخر ژوئن ۲۵۹۲۰۰۰۰ مگس و از آن جمله ۱۲۹۶۰۰۰۰ ماده بدنیا میآیند.

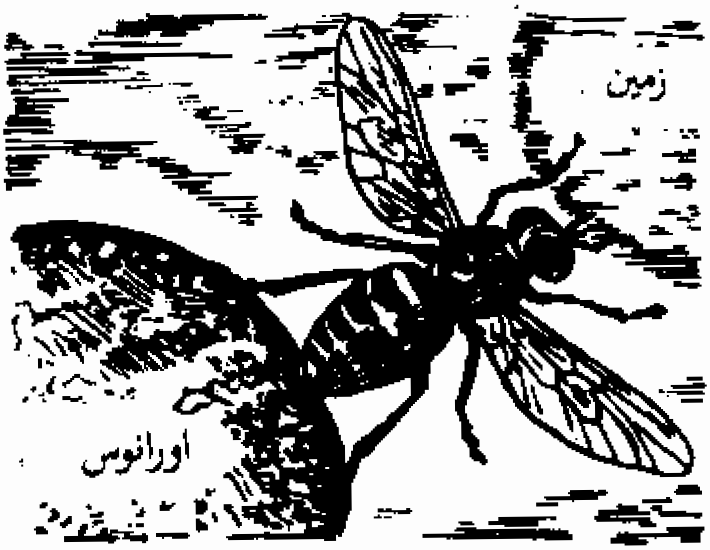
بتاریخ ۵ ژوئیه ۱۲۹۶۰۰۰۰ مگس ماده هر یک ۱۲۰ تخم گذاشته و در همین ماه ۱۵۵۵۲۰۰۰۰۰ مگس جدید منجمله ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ مگس ماده بدنیا میآیند.

بتاریخ ۲۵ ژوئیه ۹۳۳۱۲۰۰۰۰۰۰ مگس و از آن جمله ۴۶۶۵۶۰۰۰۰۰۰ مگس ماده بدنیا می‌آیند.

بتاریخ ۱۳ ماه اوت ۵۵۹۸۷۲۰۰۰۰۰۰۰ مگس و از آن جمله ۲۷۹۹۳۶۰۰۰۰۰۰۰ مگس ماده بدنیا می‌آیند.

بتاریخ اول سپتامبر ۳۳۵۹۲۳۲۰۰۰۰۰۰۰۰ مگس بدنیا میآیند.

برای اینکه این تودهٔ فوق‌العاده بزرگ مگس‌ها را که در ظرف یک تابستان میتوانستند از یک جفت بدنیا بیایند بهتر بتوان درنظر مجسم کرد فرض میکنیم که آنها در یک صف مستقیم، در پی همدیگر قرار گرفته‌اند. چون طول مگس ۵ میلی‌متر است لذا تمام این مگس‌ها در امتداد ۲۵۰۰ میلیون کیلومتر یعنی ۱۸ برابر فاصلهٔ



شکل ۵۴. در ظرف یک تابستان اخلاف یک مگس را میشد در یک خط از زمین تا اورانوس قرار داد.

بین زمین و خورشید قرار میگرفتند (یعنی تقریباً معادل فاصلهٔ زمین تا سیارهٔ دورافتادهٔ اورانوس)...

در پایان، چند مورد واقعی تکثیر فوق‌العاده سریع حیواناتی را که در شرایط مناسب قرار داده شده‌اند می‌آوریم.

در امریکا در گذشته گنجشک وجود نداشت. این پرنده که برای ما معمولی میباشد برای از بین بردن حشرات به ایالات متحده وارد شد. از قرار معلوم، گنجشکان کرم‌ها و حشرات مضر به نباتات را بفراوانی میخورند. شرایط جدید مورد پسند گنجشکان قرار گرفت: در امریکا حیواناتی که این پرندگان را بخورند وجود نداشتند و گنجشکان با سرعت زیاد شروع به تکثیر نمودند. تعداد حشرات مضر بطور قابل ملاحظه کم شد ولی بزودی گنجشکان بطوری تکثیر شدند که به سبب فقدان غذای حیوانی شروع به خوردن نباتات و خرابی مزارع نمودند*. مبارزه با گنجشکان شروع گردید و این مبارزه برای امریکائی‌ها آنقدر گران تمام شد که در آینده قانون منع ورود هر نوع حیوانات به امریکا وضع گردید.

* و در جزایر هاوائی آنها تمام پرندگان کوچک دیگر را از میان راندند.

مثال دوم. زمانیکه قارهٔ استرلیا بوسیلهٔ اروپائیان کشف گردید در آنجا خرگوش وجود نداشت. خرگوش به آنجا در اواخر قرن ۱۸ وارد شد و چون در آنجا حیوانات وحشی‌ایکه خرگوش را بخورند موجود نبودند لذا تکثیر خرگوشان با آهنگ فوق‌العاده سریع صورت گرفت. بزودی خرگوشان تمام استرلیا را پر نمودند و زیان بزرگی را به زراعت وارد کرده به یک بلای واقعی مبدل گردیدند. برای مبارزه با این حیوان مضر به زراعت مبالغ هنگفتی بمصرف رسید و تنها در پرتو تدابیر قطعی توانستند جلو این مصیبت را بگیرند. چندی بعد همان پدیده در مورد خرگوشان در کالیفورنیا تکرار شد.

حادثهٔ آموزندهٔ سوم در جزیرهٔ جامایکا بوقوع پیوسته است. در آنجا مارهای زهردار فراوان بودند. برای نجات از آنها تصمیم گرفته شد پرندهٔ سنقر پادراز به جزیره وارد شود که دشمن سرسخت مارهای زهردار است. تعداد مارها واقعاً بزودی تقلیل یافت ولی در عوض، تعداد موش‌های صحرائی که در سابق مارها آنها را میخوردند بیحد زیاد گردیدند. موشهای صحرائی به اندازه‌ای به مزارع نیشکر ضرر میرسانیدند که مسالهٔ نابودی آنها بطور مبرم عرض اندام نمود. معلوم است که مانگوست هندی دشمن موش‌های بزرگ میباشد. تصمیم اتخاذ گردید که چهار جفت این حیوان به جزیرهٔ جامایکا آورده شوند و برای آنها شرایط تکثیر آزاد مهیا گردد. مانگوست‌ها با میهن جدید بخوبی سازگار شده و بزودی سراسر جزیره را اشغال کردند. هنوز ده سال نگذشته بود که تمام موشهای بزرگ را نابود ساختند. ولی متأسفانه پس از نابودی موشهای بزرگ، مانگوست‌ها شروع به همه‌خوری نمودند، آنها به توله‌سگ‌ها، بزغاله‌ها، خوک بچه‌ها، پرندگان اهلی و تخم‌های آنها حمله میکردند. بعد از تکثیر بیشتر شروع به خوردن باغ‌های میوه، مزارع گندم و نیشکر نمودند. ساکنین جزیره شروع به نابود ساختن متحدین قبلی خویش نمودند ولی تنها تا اندازه‌ای موفق شدند ضررهای ناشی از مانگوست‌ها را محدود سازند.

۶۰. غذای رایگان. ده پسر جوان تصمیم گرفتند بمناسبت پایان دورهٔ دبیرستان در رستورانی صرف نهار کنند. وقتی همه جمع شدند و

غذای اول سرویس شد آنها شروع به بحث نمودند که به چه ترتیبی باید بدور میز بنشینند. بعضی پیشنهاد میکردند که به ترتیب حروف الفبا، و بعضی دیگر میگفتند که بر حسب سن، دیگران پیشنهاد میکردند که بر حسب موفقیت در تحصیل، و بعضی دیگر میگفتند که باید به ترتیب بلندی قد دور میز بنشینند. بحث بطول انجامید، سوپ سرد شد ولی هیچکس پشت میز ننشست. پیشخدمت رستوران با چنین پیشنهادی آنها را با هم آشتی داد:

— رفقای جوان من! به بحثتان خاتمه بدهید. همه‌تان در هر جائی که پیش آمد پشت میز بنشینید و به سخنان من گوش دهید.

همه به هر جائیکه پیش آمد نشستند و پیشخدمت ادامه داد:

— بگذار یکتن از شما یادداشت کند که حالا به چه ترتیبی نشسته‌اید. فردا باز به اینجا بیائید و به ترتیب دیگری بنشینید. پس‌فردا باز هم بترتیب دیگری بنشینید و بهمین منوال ادامه دهید تا همهٔ حالات ممکنه را امتحان کنید. وقتی هم که دوباره بترتیب امروز بنشینید قول میدهم که از آن ببعد هر روز به شما بهترین غذاها را برایگان میدهم.

این پیشنهاد مورد پسند همگان قرار گرفت. تصمیم گرفته شد که همه‌روزه در این رستوران جمع شوند و تمام حالات ممکنهٔ نشستن پشت میز را امتحان کنند تا هر چه زود تر از غذاهای رایگان بهرمند شوند.

ولی این روز فرخنده فرا نرسیده است و نه بخاطر اینکه پیشخدمت رستوران به وعده‌اش وفا نکرد بلکه به سببی که تعداد حالات ممکنهٔ نشستن بدور میز فوق‌العاده زیاد است. این تعداد مساویست به ۳۶۲۸۸۰۰. باسانی میتوان محاسبه نمود که این تعداد روزها تقریباً ۱۰۰۰۰ سال را تشکیل میدهد!

شاید به نظر شما باور نکردنی برسد که ۱۰ نفر بتوانند باین تعداد زیاد حالات مختلف بنشینند. خودتان میتوانید محاسبه را کنترل کنید.

قبل از همه شما باید یاد بگیرید تعداد جابجائی‌ها را تعیین کنید. برای سادگی محاسبهٔ خویش را از تعداد کم اشیاء مثلا سه شیء شروع میکنیم. این اشیاء را به A، B و C نشان میدهیم.

شکل ۵۵. دو شییء را فقط بدو طریق میشود قرار داد.

میخواهیم بدانیم که به چند طریق مختلف ممکن است جای این اشیاء را عوض نمائیم. بدینترتیب استدلال میکنیم. هرگاه عجالتاً شییء A را کنار بگذاریم آنگاه جای اشیای باقیماندهٔ C و B را میتوان فقط بدو طریق عوض نمود.

اکنون شییء A را به هر یک از این جفت‌ها اضافه مینمائیم. این عمل را میتوان به سه طریق انجام داد:

۱ — میتوان شییء A را در جلو جفت،
۲ — " " A را در وسط جفت،
۳ — " " A را در آخر جفت قرار داد.

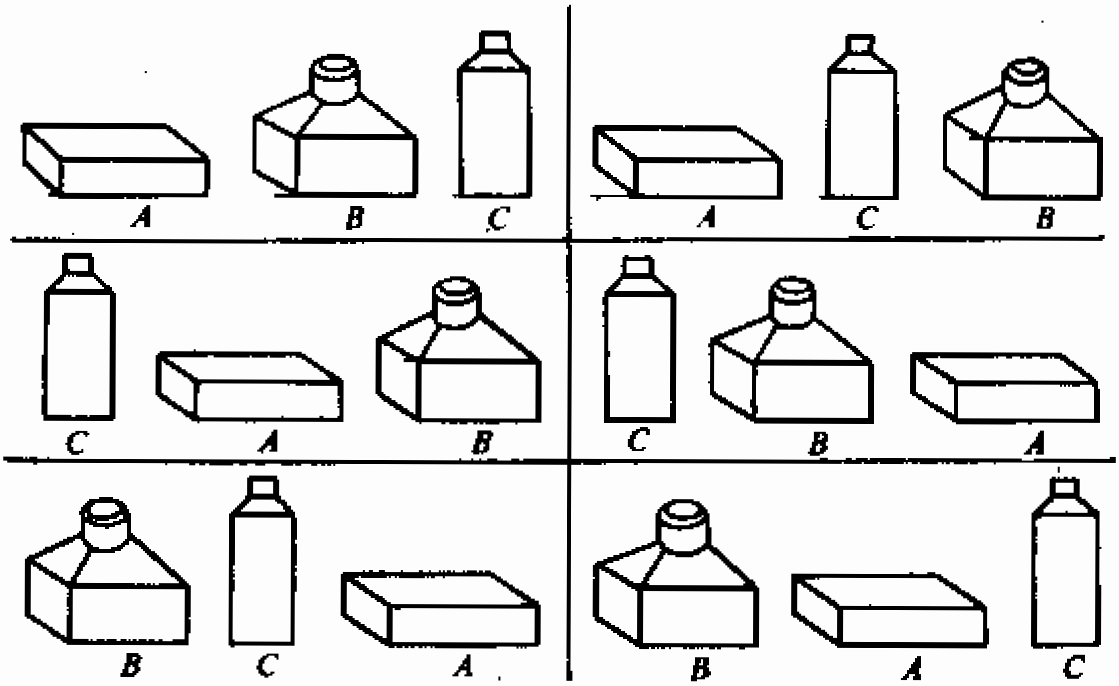
بطوریکه دیده میشود شییء A به جز همین سه موقعیت، موقعیت دیگر را نمیتواند داشته باشد. و چون ما دو جفت BC و CB را داریم لهذا تعداد طرق مختلف قرار گیری سه شییء مساویست به

$$۲ \times ۳ = ۶$$

این طرق در شکل ۵۶ نشان داده شده است.

اکنون در مورد چهار شیء محاسبه میکنیم.

فرض کنیم ۴ شیء A، B، C، D را داشته باشیم. باز هم عجالتاً یک شیء را مثلا D را کنار میگذاریم و جاهای سه شیء باقی مانده را به تمام طرق ممکنه عوض مینمائیم. ما میدانیم که تعداد این جابجائی‌ها ۶ است. به چند طریق میتوان شیء چهارمی D را به هریک از شش سه‌تایی اضافه نمود؟ واضح است که به ۴ طریق زیر:



شکل ٥٦. سه شیء را بشش طریق میتوان قرار داد.

۱ــ میتوان شیء D را در آخر سه‌تایی،
۲ــ " " D را در جلو سه‌تایی،
۳ــ " " D را بین A و B،
٤ــ " " D را بین B و C قرار داد،

بالنتیجه مجموعاً تعداد

$$٦ \times ٤ = ٢٤$$

جابجائی حاصل میشود. و چون ۳ × ۲ = ٦ و ۲ × ۱ = ۲ لذا میتوان تعداد کل جابجائی‌ها را بصورت حاصل‌ضرب در آورد:

$$۱ \times ۲ \times ۳ \times ٤ = ٢٤$$

با استدلال مشابه در مورد ٥ شیء در می یابیم که تعداد جابجائی‌ها در این مورد مساوی میشود به

$$۱ \times ۲ \times ۳ \times ٤ \times ٥ = ۱۲۰$$

در مورد ۶ شیء:

۱×۲×۳×۴×۵×۶=۷۲۰

و الخ.

اکنون به موضوع ده پسر جوان در رستوران برمیگردیم. تعداد حالات مختلف در این مورد مساوی به حاصل‌ضرب زیر میباشد:

۱×۲×۳×۴×۵×۶×۷×۸×۹×۱۰

بالنتیجه عدد فوق‌الذکر بدست می‌آید:

۳۶۲۸۸۰۰

این محاسبه پیچیده‌تر میشد هرگاه در میان ۱۰ نفریکه دور میز قرار داشتند پنج نفر دوشیزه نشسته بودند و هریکیشان میل داشت حتماً بین دو پسر نشسته باشد. اگرچه تعداد جابجائی‌های ممکنه در این مورد بمراتب کمتر است ولی محاسبهٔ آن بغرنجتر میباشد.

بگذار یکی از پسران هر جا دلش خواست پشت میز بنشیند. چهار پسر دیگر میتوانند به ۲۴=۴×۳×۲×۱ طریق مختلف، یک صندلی خالی در میان برای دوشیزگان، پشت میز بنشینند. چون تعداد کل صندلی ۱۰ است لذا پسر اولی میتواند به ۱۰ طریق مختلف جای بگیرد یعنی تعداد کل جابجائی‌های ممکنهٔ پسران مساویست به ۲۴۰=۲۴×۱۰.

و اما دوشیزگان به چند طریق میتوانند روی پنج صندلی خالی بین پسران بنشینند؟ واضح است که به ۱۲۰=۵×۴×۳×۲×۱ طریق.

با توأم ساختن هر یک از ۲۴۰ موقعیت پسران با هر یک از ۱۲۰ موقعیت دوشیزگان تعداد کل جابجائی‌های ممکنه را دریافت میکنیم:

۲۸۸۰۰=۲۴۰×۱۲۰

این عدد بمراتب کوچکتر از عدد قبلی است و تنها مدت ۸۹ سال را در برمی‌گیرد. اگر مشتریان جوان رستوران به سن ۱۰۰ سالگی میرسیدند میتوانستند غذای رایگان را از پیشخدمت، یا اگر مرده باشد، از اخلافش بگیرند.

حالا، با علم به طریقهٔ محاسبهٔ تعداد جابجائی‌ها میتوانیم تعداد حالات مختلف قرارگیری مهره‌های بازی «۱۵» را تعیین کنیم*. به عبارت دیگر، ما میتوانیم تعداد تمام مسائلی را که این بازی قادر به مطرح نمودن آن میباشد محاسبه نمائیم. به سادگی میتوان درک نمود که این محاسبه به تعیین تعداد جابجائی‌های ۱۵ شیئی منجر میگردد. ما میدانیم که برای اینکار باید حاصل‌ضرب زیر را بدست آوریم:

$$۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times \ldots \times ۱۴ \times ۱۵$$

این حاصل‌ضرب مساویست به

$$۱\,۳۰۷\,۶۷۴\,۳۶۵\,۰۰۰$$

یعنی بیش از یک تریلیون.

نصفی از این تعداد بس بزرگ مسائل، غیر قابل حل است. یعنی بیش از ۶۰۰ میلیارد حالت حل نشدنی در این بازی وجود دارد. از اینجا علت آن مرض همه‌گیر علاقمندی به بازی «۱۵» که دامنگیر مردمان ناآگاه از موجودیت چنین تعداد زیاد حالات غیر قابل حل شده بود روشن میشود.

شایان توجه است که اگر میشد هر ثانیه حالت جدیدی را به مهره‌ها داد در آنصورت برای امتحان تمام حالات ممکنه، بشرط کار مداوم شبانه‌روزی، بیش از ۴۰۰۰۰ سال لازم می‌آمد.

در پایان صحبت پیرامون تعداد جابجائی‌ها یک مسئلهٔ مربوط به حیات مدرسه را حل میکنیم.

تعداد شاگردان یک کلاس ۲۵ نفر است. به چند طریق میتوان آنها را روی نیمکت‌ها قرار داد؟

راه حل این مسئله برای آنهائی که مراتب فوق را دانسته‌اند مشکل نیست: باید حاصل‌ضرب ۲۵ عدد را دریافت نمود:

$$۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۶ \times ۷ \times \ldots \times ۲۳ \times ۲۴ \times ۲۵$$

ریاضی در موارد زیاد راهی برای کوتاه کردن محاسبات نشان میدهد ولی در همین مورد و امثال آن قادر به این کار نیست. راهی

---

* ضمناً خانهٔ خالی همیشه باید در گوشهٔ چپ پائین واقع باشد.

جز بردباری در ضرب همهٔ این اعداد برای انجام دقیق این محاسبه وجود ندارد *. تنها ترکیب مناسب سازه‌ها امکان میدهد تا اندازه‌ای از وقت محاسبه کاسته شود. عدد حاصله از ۲۶ رقم تشکیل شده و بقدری بزرگ است که مشکل بتوان آنرا در نظر مجسم کرد. این عدد عبارت است از

۱۵ ۵۱۱ ۲۱۰ ۰۴۳ ۳۳۰ ۹۸۵ ۹۸۴ ۰۰۰ ۰۰۰

از همهٔ اعدادیکه ما تا حال با آنها برخورد نموده‌ایم این یکی بزرگتر از همه است و به حق میتوان این عدد را «غول عددی» نامید. در مقایسه با این عدد، تعداد کل قطرات کوچک در بحار و اقیانوسهای کرهٔ زمین ناچیز است.

۶۶. جابجائی سکه‌ها. بخاطر دارم که در ایام طفولیتم برادر بزرگم بازی جالبی را با سکه‌ها به من نشان داد. او سه بشقاب پهلوی یکدیگر گذاشته و در بشقاب اولی ستونی از ۵ سکه را طوری قرار داد که در پائین سکهٔ یک‌روبلی، در روی آن سکهٔ ۵۰ کوپکی،

---

* و اما بطور تقریب، این محاسبه را میتوان بگونه‌ای نسبتاً ساده انجام داد. در ریاضی اغلب ضرورت محاسبهٔ حاصل‌ضرب اعداد صحیح از یک تا عدد دلخواه n پیش می‌آید. این حاصل‌ضرب را با علامت $n!$ نشان داده و «n — فاکتوریال» مینامند. بطور مثال حاصل‌ضرب فوق مختصراً بصورت $۲۵!$ نوشته میشود. در قرن ۱۸ ریاضی‌دان انگلیسی موسوم به استیرلینگ فرمولی را کشف نمود که توسط آن میتوان بصورت تقریبی فاکتوریال‌ها را محاسبه نمود. این فرمول چنین شکلی را دارد:

$$n! \approx \sqrt{۲\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

که در آن $\pi = ۳,۱۴۱...$ و $e = ۲,۷۱۸...$ اعدادی‌اند که رل مهمی را در مسائل مختلف ریاضی بازی میکنند. با استفاده از جدول لگاریتم، از فرمول استیرلینگ میتوان به سادگی حاصل نمود:

$$۲۵! \approx ۱,۵۵ \times ۱۰^{۲۵}$$

بالاتر سکهٔ ۲۰ کوپکی، بعد سکهٔ ۱۵ کوپکی و بالاخره بالاتر از همه سکهٔ ۱۰ کوپکی واقع بود. بعد خطاب به من گفت:

— باید این سکه‌ها را طوری به بشقاب سومی جابجا کرد که سه قاعدهٔ زیر مراعات گردد. قاعدهٔ اول: هر دفعه فقط یک سکه جابجا شود. قاعدهٔ دوم: هیچگاه سکهٔ بزرگ بالای سکهٔ کوچک واقع نگردد. قاعدهٔ سوم: موقتاً میتوان با رعایت دو قاعدهٔ مذکور سکه‌ها را در بشقاب میانی هم قرار داد ولی در پایان بازی باید تمام سکه ها به ترتیب اولیه در بشقاب سوم قرار گیرند. بطوریکه مشاهده میکنی این قواعد مشکل نیست. و اکنون شروع به کار کن.

من شروع کردم سکه‌ها را جابجا کنم. سکهٔ ۱۰ کوپکی را در بشقاب سوم، و ۱۵ کوپکی را در بشقاب میانی گذاشتم و مکث کردم. سکهٔ ۲۰ کوپکی را به کجا بگذارم؟ آخر، این سکه هم از ۱۵ کوپکی و هم از ۱۰ کوپکی بزرگ‌تر است.

برادرم بمن جرأت داد: خب، سکهٔ ۱۰ کوپکی را روی ۱۵ کوپکی در بشقاب میانی بگذار آنوقت برای سکهٔ ۲۰ کوپکی جای خالی در بشقاب سوم پیدا میشود.

من هم همین کار را کردم. ولی بعد باز هم به مشکل جدیدی بر خوردم. سکهٔ ۵۰ کوپکی را به کجا بگذارم؟ ولی بزودی راهی پیدا کردم. اول ۱۰ کوپکی را در بشقاب اولی، و ۱۵ کوپکی را در بشقاب سومی و سپس ۱۰ کوپکی‌را هم در بشقاب سومی گذاشتم. اکنون میتوان ۵۰ کوپکی را در بشقاب میانی خالی قرار داد. بعد پس از یکسلسله جابجائی‌های زیاد موفق شدم سکهٔ یک‌روبلی را نیز از بشقاب اولی برداشته و بالاخره تمام سکه‌ها را در بشقاب سومی گرد آورم.

برادرم پس از اینکه کار مرا تحسین نمود پرسید:

— مجموعاً چند بار سکه‌ها را جابجا کردی؟

— حساب نکردم.

— بیا، حساب کنیم. جالب است بدانیم که کوتاهترین راه نیل به هدف از چند جابجائی عبارت است. هرگاه ستون بجای پنج از دو سکهٔ ۱۰ کوپکی و ۱۵ کوپکی تشکیل شده بود آنگاه چند حرکت لازم میشد؟

— سه حرکت: اول ۱۰ کوپکی را در بشقاب میانی، ۱۵ کوپکی را در بشقاب سومی، و سپس ۱۰ کوپکی را نیز در بشقاب سومی قرار میدادم.

— درست. اکنون یک سکهٔ دیگر، سکهٔ ۲۰ کوپکی را علاوه میکنیم و حساب میکنیم با چند حرکت میتوان این ستون سکه‌ها را به بشقاب سومی انتقال داد. چنین عمل میکنیم: اول دو سکهٔ کوچک‌تر را یکی پس از دیگری به بشقاب میانی جابجا میکنیم. بطوریکه میدانیم برای اینکار سه حرکت لازم است. بعد سکهٔ ۲۰ کوپکی را در بشقاب سومی خالی قرار میدهیم — ۱ حرکت. سپس هر دو سکه را از روی بشقاب میانی به بشقاب سومی میاوریم — باز ۳ حرکت دیگر. بدینترتیب تعداد کل حرکات مساویست به ۷ = ۳ + ۱ + ۳.

— اجازه بده در مورد ستون چهار سکه‌ای خودم تعداد حرکات را حساب کنم. اول سه سکهٔ کوچک‌تر را به بشقاب میانی انتقال میدهم — ۷ حرکت، بعد ۵۰ کوپکی را به بشقاب سومی میگذارم — ۱ حرکت، و سپس دوباره سه سکهٔ کوچک‌تر را به بشقات سومی انتقال میدهم — باز هم ۷ حرکت دیگر، مجموعاً ۱۵ = ۷ + ۱ + ۷ میشود.

— بسیار عالی. و در مورد ۵ سکه چطور؟

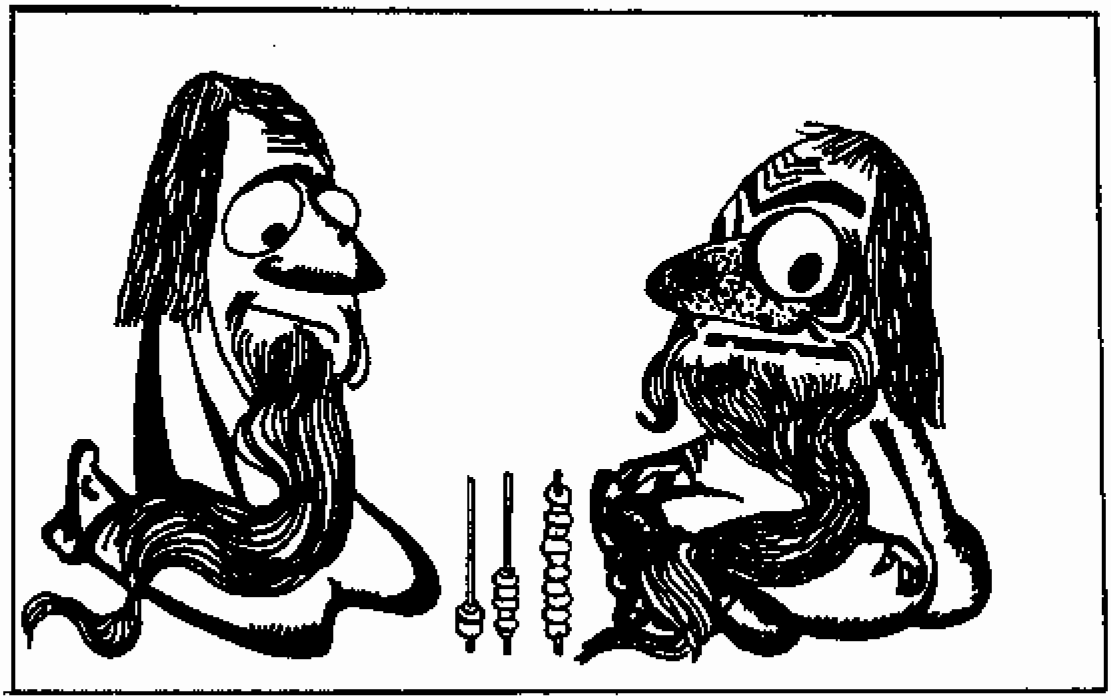
— من دفعتاً جواب دادم: ۳۱ = ۱۵ + ۱ + ۱۵.

— پس تو طریقهٔ محاسبه را یاد گرفتی. ولی من برایت نشان میدهم که چطور میتوان این محاسبه را باز هم ساده تر ساخت. توجه کن که تمام اعداد حاصلهٔ ۳، ۷، ۱۵ و ۳۱ هر یکی عبارتند از حاصل‌ضرب عدد ۲ در خودش (یک یا چند بار) منهای یک. ببین.

و برادرم این جدول را نوشت:

$$۳ = ۲ \times ۲ - ۱$$
$$۷ = ۲ \times ۲ \times ۲ - ۱$$
$$۱۵ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ - ۱$$
$$۳۱ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ - ۱$$

— فهمیدم: عدد ۲ بتعداد سکه‌های جابجا شده در خودش ضرب میگردد و سپس عدد یک از حاصل‌ضرب تفریق میشود. اکنون



شکل ۵۷. «کاهنان موظفند، به خستگی تن در نداده، حلقه‌ها را جابجا کنند».

من میتوانم تعداد حرکات را برای تعداد دلخواه سکه‌های ستون تعیین نمایم. بطور مثال در مورد ۷ سکه:

$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ - ۱ = ۱۲۸ - ۱ = ۱۲۷$$

اینک تو ماهیت این بازی قدیمی را دانستی. ولی باید یک قاعدهٔ عملی دیگر را نیز بدانی: هرگاه تعداد سکه‌ها در ستون فرد باشد سکهٔ اولی را به بشقاب سوم، و هرگاه زوج باشد به بشقاب وسطی میگذارند.

— گفتی بازی قدیمی. مگر این بازی را خودت اختراع نکرده‌ای؟

— نه خیر، من فقط این بازی را در مورد سکه‌ها تطبیق نمودم. این بازی خیلی قدیمی است و میگویند منشأ آن هندوستان است. در مورد این بازی روایت جالبی وجود دارد. چنین روایت میکنند که در شهر بنارس گویا معبدی وجود دارد که خدای هندیان برهما در آنجا هنگام آفرینش جهان سه میلهٔ الماس را بحالت ایستاده قرار داده و بدور یکی از آنها ۶۴ حلقهٔ طلائی نصب نمود بنحویکه بزرگترین حلقه در پائین، و بقیه، یکی کوچکتر از دیگری، بالای

آن قرار گرفت. کاهنان معبد موظفند شب و روز، به خستگی تن در نداده، این حلقه‌ها را از یک میله به میلهٔ دیگر بکمک میلهٔ سومی جابجا کنند و ضمناً قواعد بازی مذکور را مراعات کنند یعنی هر دفعه فقط یک حلقه را انتقال بدهند و حلقهٔ بزرگ‌تری را روی حلقهٔ کوچک‌تری نگذارند. روایت ادعا میکند زمانیکه هر ٦٤ حلقه جابجا شوند روز قیامت فرا میرسد.

— پس اگر این روایت را باور کنیم باید مدتها پیش روز قیامت فرا میرسید!

— مثل اینکه تو فکر میکنی که انتقال هر ٦٤ حلقه وقت زیادی نمیگیرد؟

— البته که نه. آخر اگر هر ثانیه یک حرکت انجام شود در آنصورت در یک ساعت میتوان ٣٦٠٠ حرکت انجام داد.

— خب، دیگر چه؟

— در یک شبانه‌روز میتوان در حدود صد هزار، و در ظرف ١٠ روز یک میلیون حرکت انجام داد. من مطمئن هستم که با یک میلیون حرکت حتی یک هزار حلقه را میتوان انتقال داد.

— اشتباه میکنی. برای اینکه تنها ٦٤ حلقه انتقال داده شود ٥٠٠ میلیارد سال لازم است!

— آخر چرا؟ آخر، تعداد حرکات مساویست به حاصل‌ضرب ٦٤ عدد ٢ در خودش منهای یک... صبر کن، حالا ضرب میکنم!

— بسیار خوب. تا تو ضرب میکنی من دنبال کارهای خود میروم.

برادرم رفت و مرا مشغول محاسبه گذاشت. اول من ١٦ بار عدد ٢ را در خودش ضرب نموده عدد ٦٥٥٣٦ را حاصل نمودم سپس این عدد را در خودش ضرب کردم و نتیجهٔ حاصله را باز هم در خودش ضرب نمودم. بعد هم فراموش نکردم عدد یک را تفریق نمایم. بالاخره این عدد را دریافت کردم:

١٨ ٤٤٦ ٧٤٤ ٠٧٣ ٧٠٩ ٥٥١ ٦١٥*

---

* این عدد برای خواننده آشناست: این عدد پاداش مخترع شطرنج را بیان میکند.

پس برادرم حق داشت...

شاید برای شما جالب باشد که حقیقتاً عمر جهان با کدام اعداد بیان میشود. علما در این مورد فقط اطلاعات تقریبی دارند:

خورشید . . . . ۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰ سال وجود دارد.
کرهٔ زمین . . . . ۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰ سال وجود دارد.
حیات در زمین . . . . ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ سال وجود دارد.
انسان بیش از . . . . ۵۰۰۰۰۰ سال وجود دارد.

۶۷. <u>شرط بندی.</u> در نهارخوری خانهٔ استراحت سر میز نهار صحبت از این بمیان آمد که چگونه میتوان احتمال حوادث را محاسبه نمود. ریاضی‌دان جوانی که در میان حاضرین بود سکه‌ای را از جیبش در آورد و گفت:

— بدون آنکه ببینم سکه را روی میز میاندازم. احتمال آنکه شیر سکه بطرف بالا متوجه باشد چقدر است؟

از هر طرف صداها بلند شد:

— اول توضیح کنید که «احتمال» یعنی چه، همگان با این مفهوم آشنائی ندارند.

— این خیلی ساده است! سکه میتواند به دو حالت روی میز قرار داشته باشد (شکل ۵۸). شیر ببالا یا شیر بپائین.

در این مورد فقط دو حالت ممکن است. از این تعداد برای وقوع حادثهٔ مورد نظر ما فقط یک حالت مناسب است. اکنون نسبت زیر را پیدا میکنیم:

$$\frac{\text{تعداد حالات مناسب}}{\text{تعداد حالات ممکن}} = \frac{۱}{۲}$$

کسر ۱/۲ «احتمال» آنرا بیان میکند که شیر سکه بطرف بالا واقع گردد.

کسی وارد صحبت شده گفت:

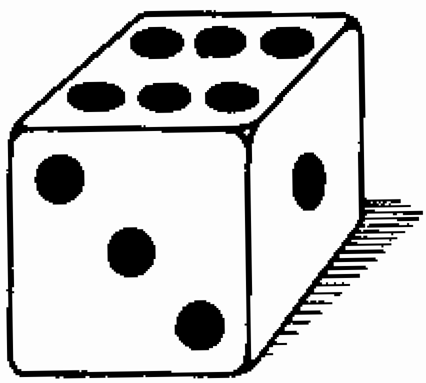
شکل ۵۸. «سکه میتواند بدو حالت روی میز قرار بگیرد».

— موضوع سکه آسان است. شما حالت پیچیده‌تری را مثلاً مهرهٔ نرد را در نظر بگیرید.

ریاضی دان موافق گردیده گفت:

— بیائید مهرهٔ نرد را در نظر بگیریم. مهرهٔ نرد عبارتست از یک مکعب که در سطوح آن ارقامی رسم شده است (شکل ۵۹). احتمال اینکه مکعب طوری بیافتد که یک رقم معین مثلا شش بطرف بالا متوجه باشد چقدر است؟ در این مورد تعداد حالات ممکنه چند است؟ مکعب میتواند روی هر یکی از سطوح خود قرار گیرد. بنا بر این، ۶ حالت ممکن است. از این تعداد تنها یک حالت برای ما مناسب است یعنی وقتیکه رقم شش بطرف بالا باشد. لذا احتمال آن مساویست به خارج‌قسمت ۱ بر ۶. مخلص کلام، این احتمال با کسر $^1/_6$ بیان میشود.

یکی از استراحت‌کنندگان پرسید:



شکل ۵۹. مهرهٔ نرد.

— آیا واقعاً در تمام حالات میتوان احتمال حوادث را محاسبه نمود؟ این مثال را در نظر بگیرید. من آرزو کردم که اولین عابری را که ما از پنجرهٔ اطاق نهار ببینیم مرد باشد. احتمال آنکه آرزوی من برآورده شود چقدر است؟

— البته این احتمال مساوی به

$1/2$ است هرگاه قرار باشد پسر یکساله را نیز مرد بشماریم. تعداد مردان در جهان با تعداد زنان مساویست.

یکی دیگر از استراحت‌کنندگان پرسید:

— و احتمال آنکه دو تن از عابرین اول مرد باشند چقدر است؟

— این محاسبه یک اندازه پیچیده‌تر است. حالاتی را که در این مورد ممکن است بر می‌شماریم. اولاً امکان دارد که هر دو عابر مرد باشند. ثانیاً اینکه شاید شخص اول مرد، و شخص دوم زن باشد. ثالثاً، برعکس، شاید شخص اول زن، و شخص دوم مرد باشد. و بالاخره حالت چهارم که هر دو عابر زن باشند. بدینترتیب تعداد تمام حالات ممکنه چهار است. واضح است که از این تعداد فقط یک حالت یعنی حالت اول مناسب است. پس برای احتمال، کسر $1/4$ را دریافت میکنیم. اینک مسئلهٔ شما حل شد.

— فهمیدم. اما مسئلهٔ سه مرد را نیز میشود مطرح نمود: احتمال آنکه اولین سه شخص عابر مرد باشند، چقدر است؟

— خب، این را نیز محاسبه میکنیم. باز هم از برشماری حالات ممکنه شروع میکنیم. بطوریکه ما میدانیم در مورد دو تن عابر تعداد تمام حالات ممکنه ۴ است. با اضافه شدن عابر سوم تعداد حالات ممکنه دو بار بیشتر میشود زیرا به هر یک از چهار حالت دو عابر میتواند مرد یا زن اضافه گردد. در این مورد تعداد تمام حالات ممکنه مساوی $4 \times 2 = 8$ است. و احتمال مطلوب، چنانکه واضح است برابر کسر $1/8$ میباشد زیرا فقط یک حالت برای وقوع حادثه مناسب است. در اینجا میتوان بآسانی قاعدهٔ محاسبه را بر قرار نمود: در حالت دو عابر با احتمال $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$، در حالت سه عابر با $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$، و در حالت چهار عابر با احتمال برابر با حاصل‌ضرب چهار نیمهٔ واحد سر و کار داریم و الی آخر. بطوریکه ملاحظه میکنید احتمال پیوسته کوچکتر میشود.

— برای ده نفر عابر این احتمال چند است؟

— یعنی مقصود شما اینست که احتمال آنکه ده عابر اول همه مرد باشند چقدر است؟ محاسبه میکنیم حاصل‌ضرب ده نیمهٔ واحد چقدر است. این عدد مساویست به $\frac{1}{1024}$ یعنی کوچکتر از یک هزارم. یعنی هرگاه شما در مقابل یک روبل شرط ببندید که این حادثه صورت بگیرد آنگاه من میتوانم ۱۰۰۰ روبل شرط ببندم که این حادثه رخ نمیدهد.

در این لحظه صدای کسی بلند شد:

— شرطبندی مفیدیست! من حاضرم یک روبل شرطبندی کنم تا امکان بردن یک هزار روبل را پیدا کنم.

— ولی این را هم در نظر بگیرید که در برابر یک شانس شما ۱۰۰۰ شانس مخالف وجود دارد.

— هیچ تفاوتی ندارد. من حاضرم حتی بخاطر اینکه صد نفر عابر اول همه مرد باشند یک روبل را در مقابل هزار روبل بگذارم.

ریاضی‌دان پرسید:

— آیا شما تصوری از کمی احتمال چنین حادثه‌ای را دارید؟

— یک میلیونیم یا در این حدود؟

— خیلی کمتر! یک میلیونیم در مورد ۲۰ نفر عابر حاصل میشود. در مورد صد نفر عابر احتمال... اجازه بدهید روی کاغذ برآورد کنم. یک بیلیونیم... یک تریلیونیم... یک کوادریلیونیم... به به! یک واحد با دنباله‌ای از سی صفر!

— فقط همین؟

— مگر ۳۰ صفر کم است؟ تعداد ریزترین قطرات آب اقیانوس حتی به یک هزارم این عدد نمیرسد.

— حرفی نیست، عددی بس بزرگ است! چقدر در برابر یک روبل من میگذارید؟

— ها — ها! تمام دار و ندارم را.

— تمام دار و ندارتان زیاد از حد است. شما در برابر روبل من دوچرخه‌تان را بگذارید. آخر، نمیگذارید؟

— چرا؟ بفرمائید! حال که میخواهید بگذار دوچرخه باشد. برای من کوچکترین ریسکی در میان نیست.

— من هم ریسک نمیکنم. یک روبل که چندان پولی نیست. ولی در عوض میتوانم برندهٔ دوچرخه شوم و شما تقریباً برندهٔ هیچ چیزی نمیشوید.

— شما بفهمید که حتماً میبازید! شما هرگز صاحب دوچرخه نمیشوید و میتوان گفت که روبل شما در جیب من است.

دوست ریاضی‌دان او را نگه میداشت:

— شما چه میکنید! بخاطر یک روبل امکان دارد دوچرخه‌تانرا از دست دهید. چه بی‌عقلی!

ریاضی‌دان جواب داد:

— برعکس، بی‌عقلی آن است که حتی یک روبل هم در چنین شرایطی گذاشته شود. باخت حتمی است! بهتر است بلافاصله این روبل را بدهد.

— ولی با این همه، یک شانس موجود است؟

— قطره‌ای در اقیانوس بیکران. در دهها اقیانوس! چنین است شانس شما. و شانس من به اندازهٔ دهها اقیانوس در مقابل یک قطره است. برنده بودن من همانقدر حتمی است که دو تا دو چهار است.

در اینموقع پیرمردیکه تمام آن مدت ساکت مانده و به بحث گوش داده بود بآرامی گفت:

— ای جوان! شما خیلی سرگرم شده‌اید...

— مگر چطور؟ شما هم، پروفسور، کوتاه‌بینانه قضاوت میکنید؟

— آیا شما فکر نموده‌اید که در این مورد همهٔ حالات دارای امکانات مساوی نمیباشند؟ محاسبهٔ احتمالات فقط برای کدام حوادث درست است؟ برای حوادث دارای امکانات مساوی، همینطور نیست؟ در صورتیکه در مثال مورد نظر... در این لحظه پیرمرد گوشش را بطرفی متوجه ساخته و گفت: اتفاقاً خود واقعیت اشتباه شما را واضح میسازد. صدای موزیک نظامی بگوش میرسد، همینطور نیست؟

ریاضی‌دان جوان شروع به حرف زدن کرد:

— موزیک به موضوع چه ربطی دارد؟ . ولی حرفش ناتمام

ماند و در چهره‌اش علامت ترس هویدا شد. او از جایش برخاسته بطرف پنجره رفت و سرش را بیرون کرد. او با صدای غمگین گفت:
— بلی، همینطور است! شرط را باختم! دوچرخهٔ من، خدا حافظ...
پس از یک دقیقه برای همگان واضح شد که موضوع از چه قرار است. یک گردان از سربازان از جلو پنجره رد میشد.

۶۸. غول‌های عددی در اطراف و در داخل ما. لزومی ندارد در صدد جستجوی موقعیتهای استثنائی برآئیم تا به غول‌های عددی برخورد کنیم. آنها همه‌جا در اطراف و حتی در داخل ما حاضرند فقط لازم است بتوانیم آنها را تشخیص دهیم. آسمان بالای سر ما، شن در زیر پای ما، هوا در پیرامون ما، خون در بدن ما — همه چیز غول‌های نامرئی دنیای عددی را در خود پنهان ساخته است.
غول‌های عددی پهنهٔ آسمان برای عدهٔ زیادی غیر مترقبه نیستند. بخوبی معلوم است که هرگاه صحبت از تعداد ستاره‌های گیتی، از فواصل آنها تا ما یا بین خود، از ابعاد، وزن و عمر آنها به میان آید در همهٔ این موارد ما ناگزیر با اعدادی رو برو می‌شویم که بزرگی آنها از قدرت تصور ما خارج است. بیهوده نیست که عبارت «عدد نجومی» ضرب‌المثل شده است. معهذا عدهٔ زیادی نمیدانند که حتی آن اجرام سماوی که اخترشناسان اغلب آنها را «کوچک» مینامند در مقیاس معمولی زمین، غول واقعی از کار در می‌آیند. در منظومهٔ خورشیدی ما سیاراتی وجود دارند که بخاطر اندازهٔ کوچکشان از اخترشناسان نام «کوچک» را بخود گرفته‌اند. در میان آنها سیاراتی نیز هستند که قطر آنها برابر چند کیلومتر است. بنظر اخترشناسان که به مقیاس‌های غول‌آسا عادت کرده‌اند آنها بقدری کوچکند که ضمن صحبت دربارهٔ آنها اخترشناسان آنها را «خیلی کوچک» مینامند. ولی آنها فقط در قبال دیگر اجرام سماوی که خیلی بزرگ هستند «خیلی کوچک» اند. اما در مقیاس معمولی انسانی آنها ابداً کوچک نیستند. یک چنین سیارهٔ «خیلی کوچک» با قطر ۳km را در نظر بگیریم. طبق قواعد

هندسه بسهولت میتوان حساب کرد که سطح این جسم برابر ۲۸ کیلومتر مربع یا ۲۸۰۰۰۰۰۰ متر مربع است. در یک متر مربع ۷ نفر بحالت ایستاده میتوانند جا بگیرند. چنانکه میبینید در ۲۸ میلیون متر مربع جا برای ۱۹۶ میلیون نفر پیدا میشود.

شن هم که زیر پای ماست ما را بدنیای غول‌های عددی وارد میسازد. بیهوده نیست که از قدیم‌الایام عبارت «مثل شن دریا بیشمار» متداول شده است. ضمناً باستانیان، بیشمار بودن دانه‌های شن را دست کم میگرفتند و برابر با تعداد بیشمار ستارگان میدانستند. در قدیم دوربین نجومی وجود نداشت و بدون دوربین ما فقط قریب ۳۰۰۰ ستاره در آسمان (در یک نیمکره) مشاهده میکنیم. دانه‌های شن در ساحل دریا از ستارگان قابل رؤیت با چشم غیر مسلح میلیون‌ها بار زیادتر است.

یک غول عددی عظیم در هوا که ما آنرا تنفس میکنیم پنهان شده است. هر سانتی‌متر مکعب هوا، هر انگشتانه از آن، ۲۷ کوینتیلیون (یعنی ۲۷ با ۱۸ تا صفر) ذرهٔ کوچک بنام «ملکول» را در بر دارد.

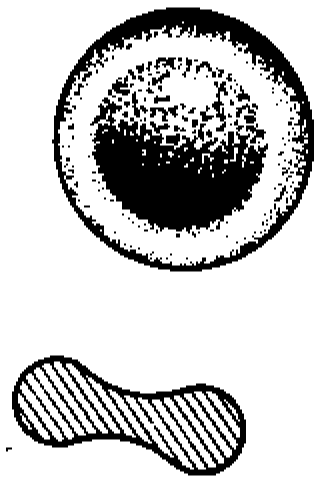
حتی نمیتوان تصوری از بزرگی این عدد را پیدا کرد. اگر در جهان این عده مردم وجود داشتند به آنان در سیارهٔ ما جا نمیرسید. در واقع هم، سطح کرهٔ زمین با تمام قاره‌ها و اقیانوس‌ها برابر ۵۰۰ میلیون کیلومتر مربع است. با تبدیل آن به مترهای مربع عدد زیر را بدست می‌آوریم:

$$500\,000\,000\,000\,000 \ m^2$$

۲۷ کوینتیلیون را بر این عدد بخش نموده و ۵۴۰۰۰ را بدست می‌آوریم. این بدان معنی است که در هر متر مربع سطح زمین باید بیش از ۵۰ هزار نفر قرار میگرفتند!

قبلا ذکر شد که غول‌های عددی در بدن انسان نیز نهفته اند. برای مثال، خون خود را در نظر میگیریم. اگر قطرهٔ آن را زیر میکروسکپ مشاهده نمائیم معلوم میشود که در آن تعداد عظیمی از جسم‌های خیلی کوچک برنگ قرمز شناورند و بهمین علت رنگ خون هم قرمز است. هر «جسم قرمز خون» بشکل «بالشتک» گردی میباشد که در وسط فرورفتگی دارد (شکل ۶۰).

همهٔ آنها در بدن انسان تقریباً به یک اندازه‌اند. قطر آنها قریب ۰٫۰۰۷ میلی‌متر، و ضخامت ۰٫۰۰۲ میلی‌متر است. در عوض، تعداد آنها بینهایت زیاد است. در قطرهٔ خیلی کوچک خون بحجم ۱ میلی‌متر مکعب ۵ میلیون از آنها وجود دارد. تعداد کل آنها در بدن ما چند است؟ در بدن انسان تعداد لیترهای خون تقریباً ۱۴ بار کمتر از تعداد کیلوگرم‌های وزن آن است. اگر وزن شما ۴۰ کیلوگرم باشد در آنصورت مقدار خون



شکل ۶۰

در بدنتان قریب ۳ لیتر یا ۳۰۰۰۰۰۰ میلی‌متر مکعب است. چون هر میلی‌متر مکعب شامل ۵ میلیون جسم قرمز است لذا تعداد کل آنها در خونتان

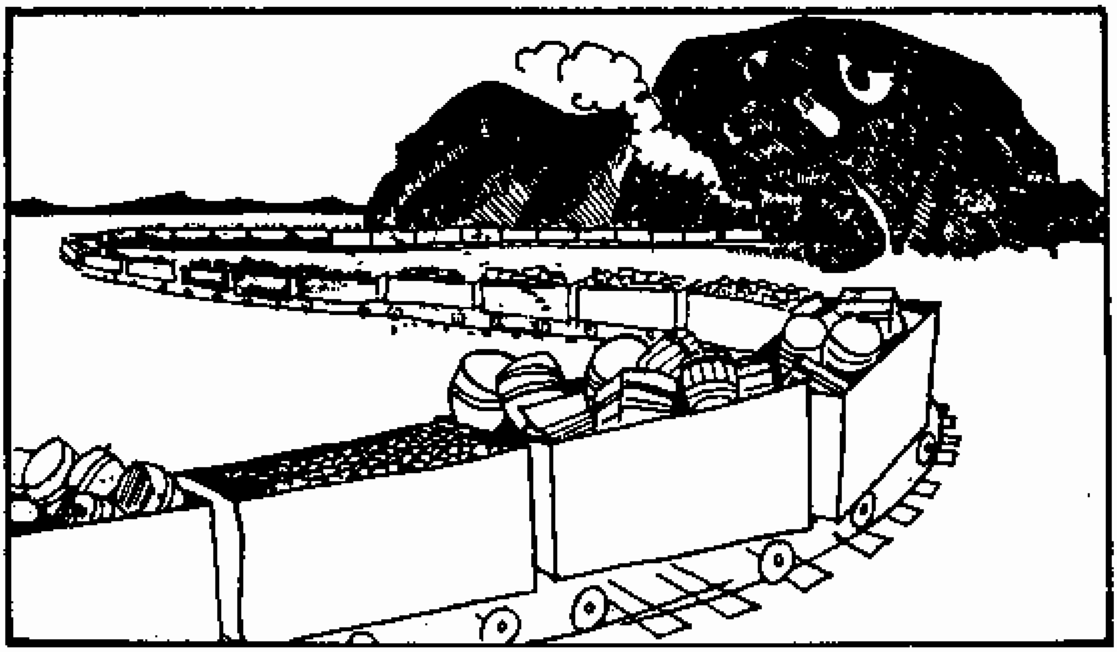
$$5\,000\,000 \times 3\,000\,000 = 15\,000\,000\,000\,000$$

است.

۱۵ تریلیون جسم قرمز! این سپاه دایره‌های کوچک اگر در یک ردیف پهلوی هم قرار گیرد چه طولی را اشغال میکند؟ بسهولت میتوان حساب کرد که طول این ردیف ۱۰۵۰۰۰ کیلومتر را تشکیل میداد. رشتهٔ جسم‌های قرمز خون شما در طول بیش از ۱۰۰ هزار کیلومتر امتداد می‌یافت. آنرا میشد

$$100\,000 : 40\,000 = 2{,}5$$

بار بدور کرهٔ زمین پیچید. و رشتهٔ گویچه‌های خون یک نفر بزرگسال را میشد ۴ بار بدور زمین پیچید. توضیح میدهیم این کوچکی اجسام خون برای بدن ما چه اهمیتی دارد. وظیفهٔ این اجسام عبارتست از انتقال اکسیژن به همه‌جای بدن. آنها اکسیژن را در حالیکه از ریه‌ها میگذرند جذب میکنند و هنگامیکه جریان خون آنها را به بافت‌های بدنمان، به دورترین گوشه‌های آن میبرد دوباره آنرا آزاد میکنند. کوچکی فوق‌العادهٔ این جسم‌ها در انجام این وظیفه به آنها کمک میکند زیرا آنها هر قدر کوچکتر باشند



شکل ۶۱. یک نفر آدم طی عمرش چقدر میخورد.

با این کثرت عظیمشان سطح آنها همانقدر بیشتر است. ضمناً جسم خونی فقط با سطح خود میتواند اکسیژن را جذب و آزاد کند. محاسبه نشان میدهد که سطح کلی آنها چندین برابر سطح بدن انسان است: ۱۲۰۰ متر مربع. پالیز بزرگی بطول ۴۰ متر و عرض ۳۰ متر این سطح را دارد. اکنون شما میفهمید کوچکی و زیادی آنها برای زندگی بدن تا چه اندازه اهمیت دارد: آنها میتوانند اکسیژن را در سطح هزار برابر سطح بدنمان جذب و آزاد کنند.

غول عددی دیگری عبارت است از نتیجه‌ای که بدست می‌آید هرگاه محاسبه کنید یک نفر طی ۷۰ سال عمرش چقدر خواربار گوناگون را میخورد. یک قطار راه آهن لازم میشد تا آن همه تن‌های آب، نان، گوشت، شکار، ماهی، سیب زمینی و دیگر تره‌بار، هزاران عدد تخم مرغ، هزاران لیتر شیر و غیره را که انسان طی عمرش میخورد حمل شود. شکل ۶۱ تجسمی گویا از این نتیجهٔ بزرگ غیر مترقبه است که بیش از ۱۰۰۰ بار از وزن بدن انسان تجاوز میکند. با مشاهدهٔ آن باور نمیشود که آدم بتواند بر این غول چیره شود و بار قطار طولانی راه آهن را ببلعد (البته نه در یک دفعه).

بدون خطکش اندازه‌گیری

۶۹. اندازه‌گیری طول راه با قدم. خطکش یا نوار اندازه‌گیری همیشه در دسترس نیست و بنا بر این مفید است اگر بنحوی بتوانیم از این وسایل بینیاز باشیم و دست‌کم اندازه‌گیری‌های تقریبی را انجام دهیم.

اندازه‌گیری مسافات کم و بیش طولانی، مثلاً هنگام راه‌پیمائی، با قدم ساده‌تر از همه است. برای این منظور باید طول و روش شمارش قدمتان را بدانید. البته که قدم‌ها همیشه مساوی نیست چون ما میتوانیم گاهی با قدم کوچک و گاهی با قدم بزرگ راه برویم. معهذا در راه‌پیمائی معمولی طول قدمسان تقریباً یکی است و هرگاه طول متوسط قدم‌ها را بدانیم آنگاه میتوانیم بدون اشتباه قابل ملاحظه‌ای مسافات را با قدم اندازه بگیریم.

برای دانستن طول قدم متوسطتان باید طول قدم‌های زیادی را با هم اندازه بگیرید و طول یک قدم را حساب کنید. البته در این مورد نمیشود بدون نوار اندازه گیری یا ریسمان کاری کرد.

نوار را در جای همواری بکشید و فاصله ۲۰ متری را علامت بگذارید. این خط را روی زمین بکشید و نوار را بر دارید. اکنون در طول این خط با قدم معمولی راه بروید و تعداد قدم‌های برداشته شده را بشمارید. ممکن است قدم تعداد صحیح دفعات در طول علامت‌گذاری شده جا نگیرد. آنگاه اگر باقیمانده کوچکتر از نیم‌قدم بود میتوان از آن چشم‌پوشی کرد ولی اگر بزرگتر از نیم‌قدم بود در آنصورت بعنوان یک قدم تمام پذیرفته میشود. با تقسیم طول کل ۲۰ متر بر تعداد قدم‌ها طول متوسط یک قدم را بدست می‌آوریم. این عدد را باید به خاطر سپرد تا در موارد لزوم بتوان برای اندازه‌گیری از آن استفاده کرد.

برای اینکه هنگام شمارش قدم‌ها، بویژه در مسافات بلند، اشتباه نکنید باید اینطور بشمارید: قدم‌ها را تا ۱۰ شمرده یک انگشت دست چپتان را خم میکنید. وقتیکه تمام انگشتان دست چپتان خم شد و ۵۰ قدم بر داشته شده است یک انگشت را در دست راستتان خم میکنید و همینطور میتوانید تا ۲۵۰ بشمارید و سپس شمارش را از نو شروع کنید و در ضمن بیاد داشته باشید که تمام انگشتان دست راستتان چند دفعه خم شد. اگر مثلاً پس از طی مسافتی شما تمام انگشتان دست راستتان را دو بار خم کردید و در پایان راه سه انگشت در دست راستتان و ٤ انگشت در دست چپتان خم شده است در آنصورت شما

$$۲ \times ۲۵۰ + ۳ \times ۵۰ + ٤ \times ۱۰ = ٦۹۰$$

قدم برداشته اید.

و آن چند قدم نیز که بعد از آخرین بار خمیدن انگشت دست چپتان بر داشتید باید به این عدد اضافه شود.

یک قاعدهٔ قدیمی‌را نیز در اینجا ذکر میکنیم: طول قدم متوسط یک نفر بزرگسال با نصف فاصلهٔ چشمانش از کف پایش برابر است.

یک قاعدهٔ عملی قدیمی دیگر مربوط به سرعت راه‌پیمائی است: انسان در هر ساعت تعداد کیلومترهای برابر با تعداد قدم‌های برداشته شده در ظرف ۳ ثانیه را میپیماید. بسهولت میتوان نشان داد که این قاعده فقط در مورد طول معین قدم، تازه هم قدمی خیلی بزرگ، صدق میکند. در حقیقت بگذار طول قدم x متر، و تعداد قدم‌ها در ۳ ثانیه n باشد. در اینصورت پیاده در ۳ ثانیه nx متر، و در یک ساعت (یا ۳٦۰۰ ثانیه) $۱۲۰۰ \; nx$ متر یا $۱,۲ \; nx$ کیلومتر میپیماید. برای اینکه تعداد کیلومترهای این راه با تعداد قدم‌های بر داشته شده در ظرف ۳ ثانیه برابر باشد برابری $۱,۲ \; nx = n$ یا $۱,۲x = ۱$ باید برقرار باشد و از آن

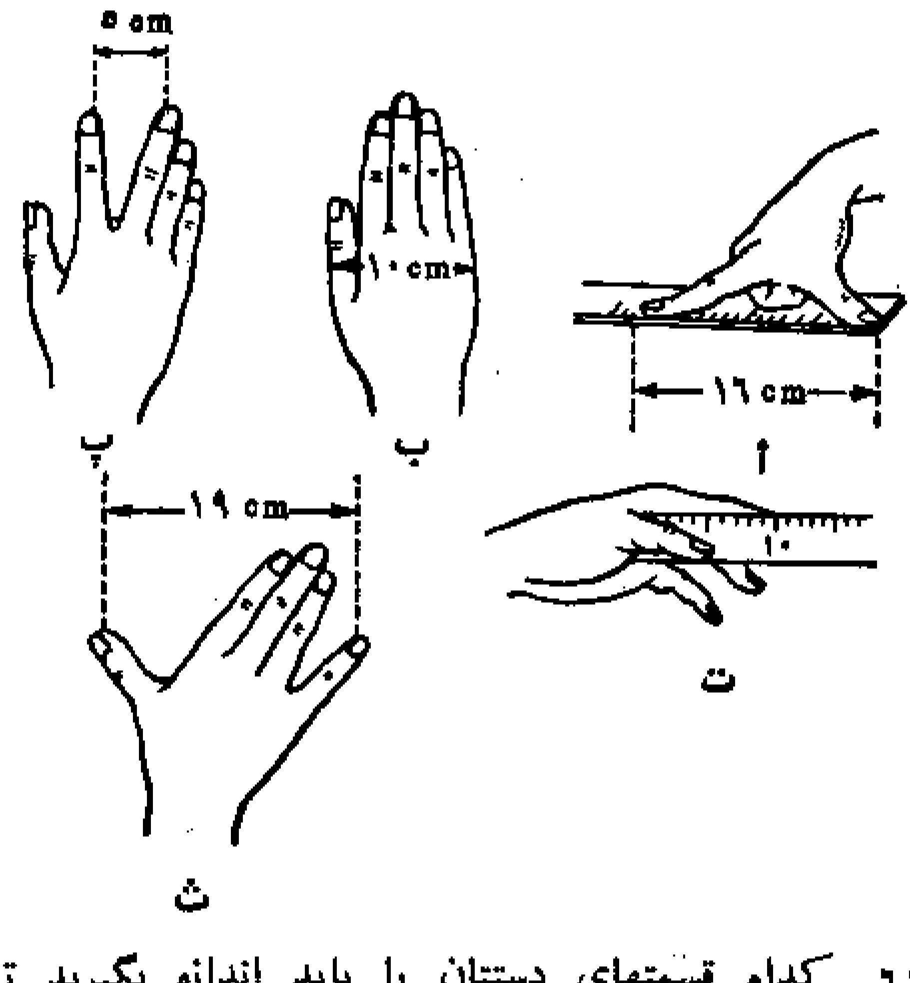
$$x = ۰,۸۳ \text{ m}$$

در حالیکه قاعدهٔ قبلی در مورد بستگی طول قدم به قد آدم

درست است قاعدهٔ دوم که هم‌اکنون مورد نظر است فقط در مورد افراد دارای قد متوسط یعنی قریب ۱۷۵ سانتی‌متر صادق است.

۷۰. مقیاس زنده. برای اندازه‌گیری اشیائی ببزرگ متوسط در صورتیکه خط‌کش یا متر نواری در دسترس نباشد میتوان چنین عمل کرد. باید ریسمانی یا چوبی را از انتهای دست دراز شده به طرفی تا شانهٔ مقابل کشید. همین فاصله در مردان بزرگسال تقریباً برابر یک متر است. شیوهٔ دیگری برای بدست آوردن طول یک متر چنین است: در طول خط راست باید ۶ فاصلهٔ انگشتان شست و سبابهٔ باز شده را جدا کرد (شکل ۶۲، الف).

همین اشاره بما امکان میدهد «با دست لخت» اندازه‌گیری کنیم. برای این کار باید مقدمتاً مچ دستتان را اندازه بگیرید و بخوبی نتایج اندازه‌گیری ها را به خاطر بسپارید.



شکل ۶۲. کدام قسمتهای دستتان را باید اندازه بگیرید تا بعداً از نوار اندازه‌گیری بینیاز باشید.

9-0625

پس کدام قسمتهای مچ دستتان را باید اندازه بگیرید؟ قبل از هر چیز، پهنای کف دستتان‌را بطوریکه در شکل ۶۲، ب نمایش داده شده است اندازه میگیرید. در اشخاص بزرگسال این پهنا تقریباً ۱۰ سانتی‌متر است. مال شما ممکن است کوچکتر باشد در اینصورت شما باید بدانید چقدر کوچکتر. سپس فاصلهٔ بین انتهای انگشتان میانی و سبابهٔ کاملاً باز شده را اندازه میگیرید (شکل ۶۲، پ). بعد هم، دانستن طول انگشت سبابه‌تان از بیخ انگشت شست، بطوریکه در شکل ۶۲، ت نشان داده شده، مفید است. و سر انجام فاصلهٔ بین انتهای شست و انگشت کوچک در حالت کاملاً باز شده را مانند شکل ۶۲، ث اندازه بگیرید.

با استفاده از این «مقیاس زنده» شما میتوانید بطور تقریب اشیای کوچک را اندازه بگیرید.

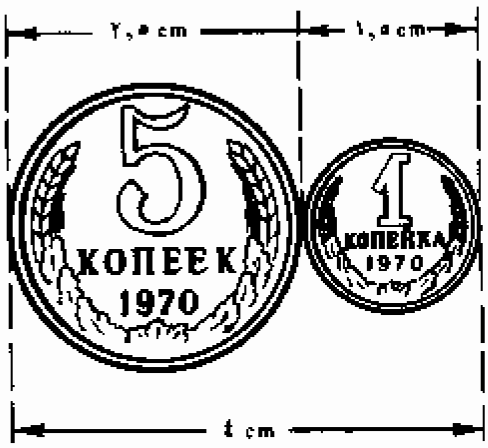
۷۱. اندازه‌گیری بکمک سکه‌ها. سکه‌های معاصر مسی (برنزی) ما نیز میتوانند بدرد این کار بخورند. کمتر کسی میداند که قطر سکهٔ یک کوپکی دقیقاً برابر $1\frac{1}{2}$cm، و قطر سکهٔ پنج کوپکی برابر $2\frac{1}{2}$cm است بطوریکه هر دو در پهلوی یکدیگر ۴ cm را تشکیل میدهند (شکل ۶۳). پس هرگاه چند سکهٔ مسی داشته باشید میتوانید بطور نسبتاً دقیق طول‌های زیر را جدا نمائید:

یک کوپک	$1\frac{1}{2}$ cm
پنج کوپک	$2\frac{1}{2}$ cm
دو سکهٔ یک‌کوپکی	۳ cm
یک سکهٔ پنج کوپکی و یک سکه یک کوپکی	۴ cm
دو سکهٔ پنج‌کوپکی	۵ cm

و غیره

با تفریق پهنای سکهٔ یک‌کوپکی از پهنای پنج کوپکی، دقیقاً ۱ cm حاصل میشود.

هرگاه سکه‌های پنج کوپکی و یک‌کوپکی نزد شما نبود بلکه فقط سکه‌های دوکوپکی و سه کوپکی بود آنگاه این سکه‌ها نیز



شکل ٦٣. سکهٔ پنج کوپکی و سکهٔ یک کوپکی پهلوی هم تشکیل ٤ سانتی‌متر را میدهند.

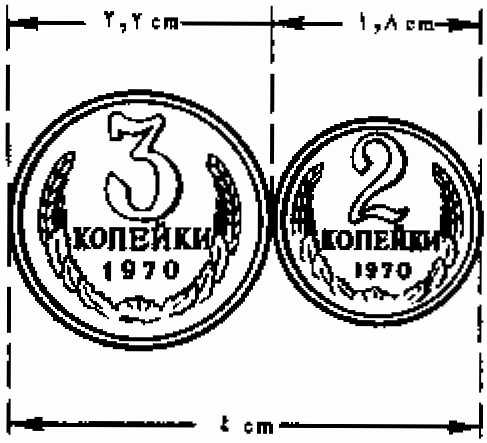
تا اندازه‌ای میتوانند به شما کمک کنند اگر بخوبی بیاد بسپارید که هر دو در پهلوی هم ٤ cm را تشکیل میدهند (شکل ٦٤). هرگاه نوار کاغذی ٤ سانتی‌متری را از وسط خم کنید و سپس قسمت خم شده را دو باره از وسط خم کنید مقیاس ٤ سانتی‌متری را بدست می‌آورید*.

شما می‌بینید که با قدری آمادگی و زرنگی میتوانید بدون خطکش اندازه‌گیری نیز بعضی اندازه‌گیری‌های عملی را انجام دهید.

افزودن این نکته نیز مفید است که سکه‌های مسی (برنزی) ما در صورت لزوم میتوانند نه تنها بعنوان مقیاس بلکه بعنوان وزنه‌های مناسب در توزین بار بکار رود. وزن سکه‌های مسی معاصر تازه و سائیده نشده با ارزش نوشته شده روی آنها تطبیق

---

* قطر سکهٔ ۱۰ کوپکی تقریباً و فقط تقریباً برابر ۲ cm است. قطر حقیقی این سکه برابر ۱۹,٥٦ mm است. و اما اندازه‌های سکه‌های معاصر مذکور در فوق دقیق هستند. هرکس کولیس داشته باشد بسهولت میتواند از این موضوع یقین حاصل کند.



شکل ٦٤. سکهٔ سه کوپکی و سکهٔ دوکوپکی پهلوی هم تشکیل ٤ سانتی‌متر را میدهند.

میکند: سکه یک‌کوپکی ۱ g، سکهٔ ۲ کوپکی ۲ g و الخ وزن دارد. وزن سکه‌هائی که مورد استفاده قرار گرفت کمی از این موازین انحراف دارد. از آنجا که در زندگی روزمره اغلب همانا وزنه‌های کوچک ۱ تا ۱۰ گرمی کمیاب است آگاهی از این رابطه‌ها ممکن است بدرد بخورد.

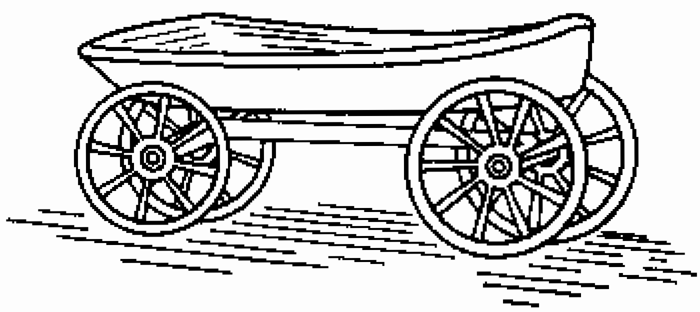
فصل نهم

معمی‌های هندسی

برای حل معمی‌های گردآوری شده در این فصل دانستن دورهٔ کامل هندسه لازم نیست. حتی کسانی که فقط با اطلاعات ابتدائی هندسی آشنائی دارند میتوانند این معمی‌ها را حل کنند. دو دوجین مسایل پیشنهادی به خواننده در تحقیق آن کمک خواهد کرد که آیا او در واقع بر معلوماتی که در رشتهٔ هندسه دارد مسلط است یا نه. تسلط واقعی بر هندسه علاوه بر آگاهی از خواص شکل‌ها، عبارتست از توانائی کاربرد دانسته‌های هندسی در حل مسایل عملی. مثلاً تفنگ برای کسی که تیراندازی را بلد نیست چه فایده‌ای دارد؟

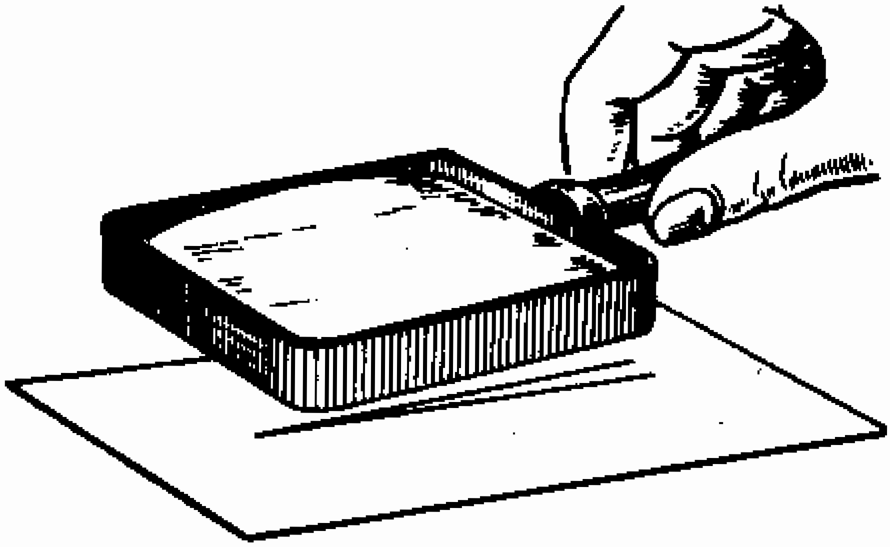
در زیر، خواننده میتواند تحقیق کند از ۲۴ تیر به سیبل‌های هندسی چند تیرش به هدف میرسد.

۷۲. ارابه. چرا محور جلو ارابه بیشتر از محور عقب سائیده میشود؟



شکل ۶۵. چرا محور جلو از محور عقب بیشتر سائیده میشود؟

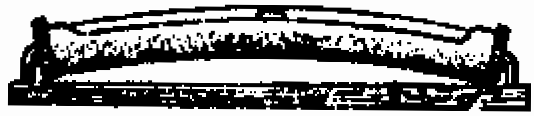
۷۳. ذره‌بین. زاویهٔ $1\frac{1}{2}^\circ$ را با ذره‌بینی که ۴ بار بزرگ میکند مشاهده میکنید. این زاویه (شکل ۶۶) چه اندازه بنظرتان میرسد؟



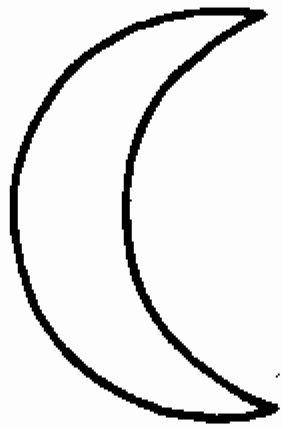
شکل ٦٦. زاویه بچه اندازه بنظر می رسد؟

٧٤. تراز نجاری. البته، شما با تراز نجاری دارای حباب گاز آشنائی دارید (شکل ٦٧). این حباب، هرگاه پایهٔ این دستگاه شیبی داشته باشد، از خط منحرف میشود. هر قدر شیب بیشتر باشد همانقدر انحراف حباب از خط وسطی افزایش می‌یابد. علت حرکت حباب این است که وزن آن از مایع اطرافش سبکتر است و لذا در بالای مایع شناور میشود. ولی اگر لوله مستقیم بود حباب با کمترین شیب تا سر لوله یعنی تا بالاترین نقطهٔ آن میرفت. واضحاً چنین ترازی برای کار عملی مناسب نیست. بنا بر این، لولهٔ تراز مانند شکل ٦٧ خمیده است. هرگاه پایهٔ دستگاه افقی باشد آنگاه حباب در بالاترین نقطهٔ لوله یعنی در وسط آن واقع است. و هرگاه تراز شیب داشته باشد آنگاه نه وسط لوله بلکه یک نقطهٔ مجاور آن در بالاترین وضع قرار میگیرد و حباب از روی خط به جای دیگر لوله میرود.

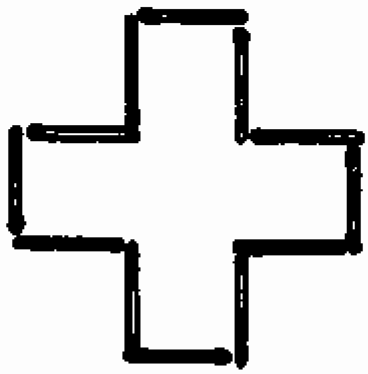
مطلوب مسئله تعیین انحراف حباب نسبت به خط بر حسب



شکل ٦٧. تراز نجاری.



شکل ۶۸. داس ماه.



شکل ۶۹. صلیبی از چوب‌های کبریت.

میلی‌متر است اگر شیب تراز نصف درجه، و شعاع خمیدگی لوله ۱ متر باشد.

۷۵. تعداد وجه‌ها. اینک سؤالی مطرح میشود که بدون شک بنظر بسیاری اشخاص خیلی ساده‌لوحانه یا بر عکس خیلی پیچیده آید:

مداد شش‌وجهی چند وجه دارد؟

قبل از اینکه به قسمت جواب‌ها مراجعه نمائید با دقت مسئله را بررسی کنید.

۷۶. داس ماه. شکل داس ماه را (شکل ۶۸) تنها با عبور دادن دو خط مستقیم به ۶ قسمت مساوی تقسیم کنید.

چگونه میتوان این عمل را انجام داد؟

۷۷. با ۱۲ چوب کبریت. با ۱۲ چوب کبریت شکل صلیبی را درست کنید که مساحت آن برابر ۵ مربع «کبریتی» باشد (شکل ۶۹). جای چوب کبریتها را طوری عوض کنید که محیط شکل تنها مساحتی برابر با ۴ مربع «کبریتی» را در بر گیرد.

ضمناً استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری ممنوع است.

۷۸. با ۸ چوب کبریت. با ۸ چوب کبریت میتوان شکل‌های مسدود گوناگونی را درست کرد. بعضی از آنها در شکل ۷۰